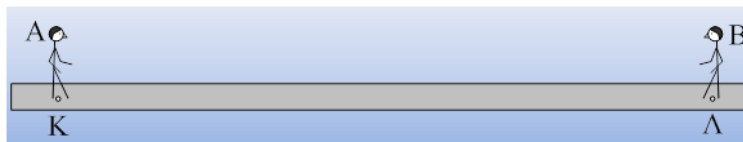


1.1. Κινηματική Ομάδα Γ.

1.1.21. Δυο παιδιά περπατούν..



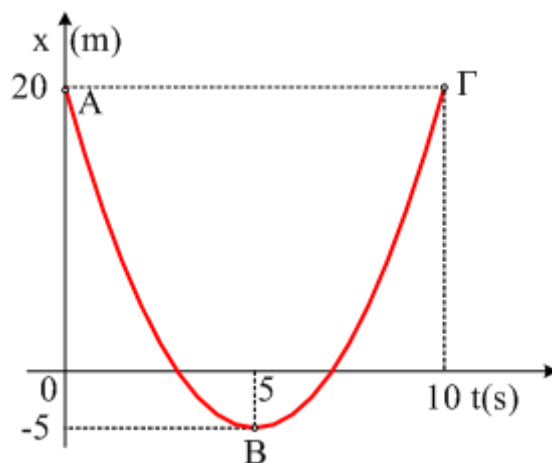
Δυο παιδιά A και B, στέκονται σε απόσταση $d=(K\Lambda)=190\text{m}$, σε ευθύγραμμο δρόμο. Σε μια στιγμή το πρώτο παιδί A αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 2m/s προς το B. Μετά από 5s , ξεκινά και το παιδί B να κινείται προς το A, με σταθερή ταχύτητα μέτρου $1,6\text{m/s}$. Τη στιγμή της συνάντησής τους, σταματούν για χρονικό διάστημα 10s , ανταλλάσσοντας κάποιες κουβέντες και μετά συνεχίζουν την πορεία τους.

Θεωρώντας αρχή μέτρησης των αποστάσεων, την αρχική θέση του A παιδιού (σημείο K) και θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση, ζητούνται:

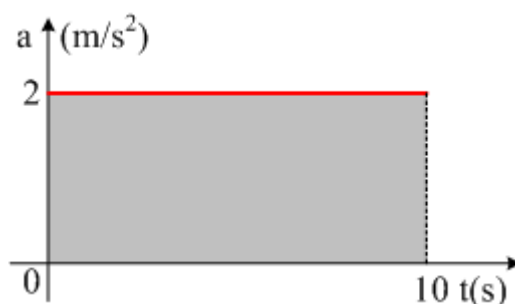
- Να βρείτε τις εξισώσεις κίνησης κάθε παιδιού, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.
- Ποια χρονική στιγμή και σε πόση απόσταση από το σημείο K θα συναντηθούν τα παιδιά;
- Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της θέσης κάθε παιδιού, σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο διάγραμμα, μέχρι που το A παιδί να φτάσει στο σημείο Λ.

1.1.22. Πληροφορίες από το διάγραμμα θέσης-χρόνου.

Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και στο διάγραμμα βλέπετε τη θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.



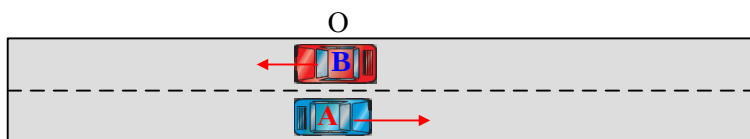
- Βρείτε την κλίση στο διάγραμμα $x-t$ στις θέσεις A, B και Γ.
- Η επιτάχυνση του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



- iii) Υπολογίστε το εμβαδόν του γκριζαρισμένου ορθογωνίου. Τι εκφράζει το εμβαδόν αυτό;

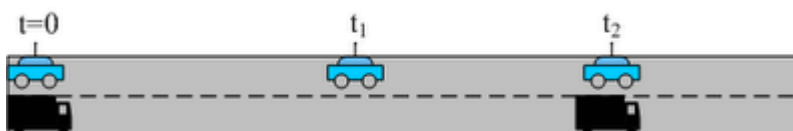
1.1.23. Δύο αυτοκίνητα κινούνται αντίθετα.

Από το ίδιο σημείο Ο ενός ευθύγραμμου δρόμου (έστω $x=0$) ξεκινούν δύο αυτοκίνητα Α και Β και κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις με σταθερές επιταχύνσεις μέτρων $a_1=2\text{m/s}^2$ και $a_2=0,8\text{m/s}^2$.



- Πόσο απέχουν τα δύο αυτοκίνητα, τη στιγμή που η ταχύτητα του Α είναι 20m/s ;
- Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τη γραφική παράσταση της θέσης κάθε κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να κάνετε επίσης (στο ίδιο διάγραμμα) τη γραφική παράσταση της ταχύτητας και για τα δύο κινητά σε συνάρτηση με το χρόνο.

1.1.24. Σταθερές επιταχύνσεις κινητών.



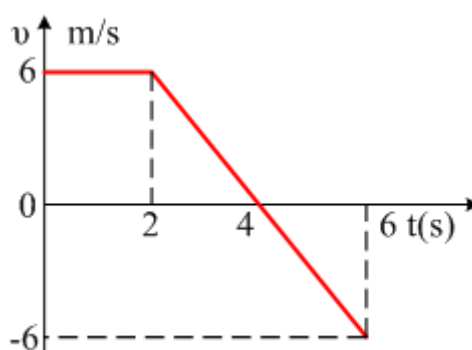
Μόλις ανάψει το πράσινο σε ένα φανάρι ευθύγραμμου δρόμου, ξεκινούν ταυτόχρονα ένα Ι.Χ. (Α) και ένα φορτηγό (Β) και κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις. Ο οδηγός του (Α) κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a_1=2\text{m/s}^2$ και μόλις «πιάσει» τα 108km/h σταματά να επιταχύνεται κινούμενος με σταθερή ταχύτητα. Κατόπιν χρονομετρά και βρίσκει ότι το φορτηγό τον φτάνει μετά 5s .

- Πόσο απέχουν από το φανάρι τα δύο αυτοκίνητα τη στιγμή που είναι δίπλα-δίπλα;
- Ποια η επιτάχυνση του φορτηγού;
- Τι ταχύτητα έχει το φορτηγό τη στιγμή που φτάνει το Ι.Χ.;

1.1.25. Διάγραμμα θέσης ενός κινητού.

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα x ξεκινώντας για $t_0=0$ από την θέση $x=0$.

Στο διάγραμμα δίνεται η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο.



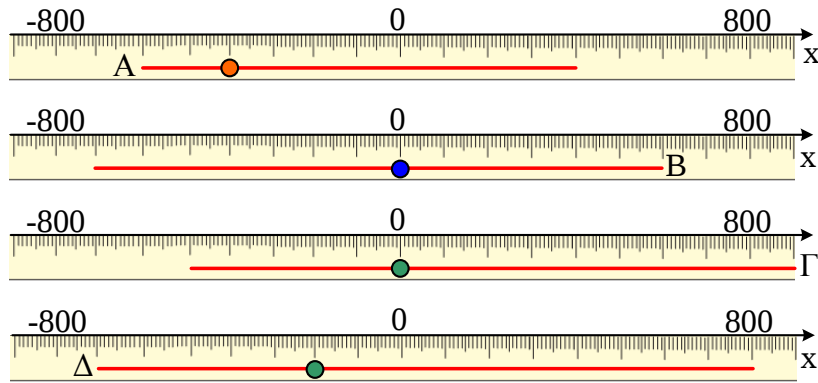
Να κάνετε το διάγραμμα της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο.

1.1.26. Μια δομημένη ερώτηση.

Τέσσερα κινητά κινούνται ευθύγραμμα με σταθερές ταχύτητες ξεκινώντας ταυτόχρονα από διαφορετικά σημεία Α, Β, Γ και Δ όπως δείχνει η παρακάτω εικόνα.

Η τροχιά του κάθε κινητού έχει σημειωθεί με κόκκινο χρώμα.

Σε μια στιγμή t_1 τα κινητά βρίσκονται στις θέσεις που στο σχήμα βρίσκονται οι μικρές σφαίρες.



Έχοντας σαν δεδομένα ότι θεωρούμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική και οι αποστάσεις μετρούνται σε μέτρα να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις αφού μελετήσετε με προσοχή την εικόνα. Κάθε ερώτηση μπορεί να έχει περισσότερες από μία απαντήσεις. Χρησιμοποιήστε το κάθε κινητό όσες φορές θέλετε.

- i) Ποιο ή ποια κινητά κινούνται προς τα δεξιά;
 - ii) Τη μεγαλύτερη απόσταση έχει διανύσει το κινητό
 - iii) Τη μεγαλύτερη (κατά μέτρο) ταχύτητα έχει το κινητό.....
- α) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται πληροφορίες για:

- την αρχική θέση
- τη θέση τη στιγμή t_1
- τη μετατόπιση
- το πρόσημο της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του (+ ή -)

Αρχική θέση	Θέση τη στιγμή t_1	Μετατόπιση	v (+ή -)
-800m	200m	0	Θετική ταχύτητα
-600m	0m	-900m	Αρνητική ταχύτητα
+900m	-400m	+200m	

α) Ποια τετράγωνα είναι αλήθεια για το κινητό Α;

β) Ποια τετράγωνα είναι αλήθεια για το κινητό Γ;

1.1.27. Εξισώσεις κίνησης και συνάντηση κινητών.



Ένα αυτοκίνητο Α κινείται προς τα αριστερά σε ένα ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου 15m/s . Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, ένα δεύτερο αυτοκίνητο Β που απέχει τη στιγμή αυτή 100m από το Α, ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 με κατεύθυνση προς το Β, όπως στο σχήμα.

- ii) Θεωρώντας $x=0$ την αρχική θέση του Β αυτοκινήτου να βρείτε την εξίσωση κίνησης κάθε κινητού.
- iii) Ποια χρονική στιγμή και σε ποια θέση τα δύο οχήματα θα διασταυρωθούν;
- iv) Αν θεωρήσουμε $x=0$ το μέσον της αρχικής απόστασης των δύο αυτοκινήτων, ποιες οι αντίστοιχες εξισώσεις κίνησης;

1.1.28. Διασταύρωση αυτοκινήτων.

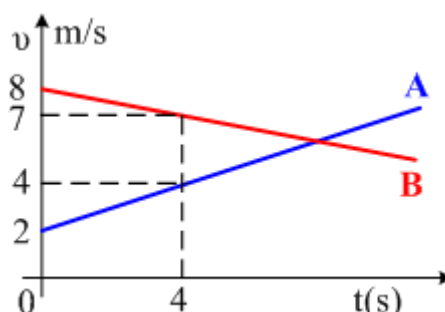
Το αυτοκίνητο Β κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα, όπως στο σχήμα. Μπροστά του βρίσκεται ακίνητο το αυτοκίνητο Α.



Κάποια στιγμή που η απόσταση των δύο οχημάτων είναι $d=800\text{m}$ ο οδηγός του Α οχήματος αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $a=1\text{m/s}^2$ με κατεύθυνση προς το Β όχημα. Τη στιγμή που τα δύο αυτοκίνητα διασταυρώνονται το ταχύμετρο του Α δείχνει 72km/h . Θέτοντας την αρχική θέση του Α σαν $x=0$:

- i) Να βρείτε την εξίσωση κίνησης κάθε κινητού.
- ii) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του Β οχήματος.
- iii) Να κάνετε το διάγραμμα θέσης κάθε κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.

1.1.29. Απόσταση και άλλα για δύο κινητά



Δύο κινητά Α και Β ξεκινούν από το ίδιο σημείο Ο ενός ευθύγραμμου δρόμου και στο διάγραμμα δίνονται οι ταχύτητές τους σε συνάρτηση με το χρόνο.

- i) Να υπολογισθεί η τιμή της επιτάχυνσης κάθε κινητού.
- ii) Ποιες οι ταχύτητες των δύο κινητών τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$;
- iii) Ποια χρονική στιγμή τα δύο κινητά έχουν ίσες ταχύτητες;

- iv) Ποιο κινητό προηγείται και κατά ποια απόσταση, τη στιγμή που τα κινητά έχουν ίσες ταχύτητες;
- v) Ποια χρονική στιγμή το Β κινητό αλλάζει φορά κίνησης;

1.1.30. Μέγιστη απόσταση πριν την συνάντηση κινητών.

Ένα αυτοκίνητο βρίσκεται ακίνητο σε κάποιο σημείο ενός ευθύγραμμου αεροδιάδρομου. Κάποια στιγμή ξεκινά κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση $a_1=5\text{m/s}^2$. Ταυτόχρονα με την εκκίνηση του πρώτου αυτοκινήτου, περνάει δίπλα του ένα δεύτερο αυτοκίνητο κινούμενο προς την ίδια κατεύθυνση, με σταθερή ταχύτητα $v_2=40\text{ m/s}$.

- i) Σε ποια απόσταση από το σημείο εκκίνησης του πρώτου θα συναντηθούν;
- ii) Ποια ήταν η μέγιστη απόσταση των δύο αυτοκινήτων πριν από τη συνάντησή τους; Ποια χρονική στιγμή θα σημειωθεί η μέγιστη απόσταση και ποια η θέση κάθε οχήματος εκείνη τη στιγμή;
- iii) Αν τα αυτοκίνητα συνεχίσουν την κίνησή τους και μετά τη συνάντησή τους, ποια χρονική στιγμή θα απέχουν απόσταση μεταξύ τους ίση με τη μέγιστη απόστασή τους πριν τη συνάντησή τους;

1.1.31. Καλύτερη απόδοση, Record.

Ένα αυτοκίνητο που ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε ευθεία τροχιά μπορεί να αναπτύξει μέγιστη ταχύτητα $v_{(\max)}=144\text{Km/h}$ και μέγιστο ρυθμό μεταβολής ταχύτητας ίσο με 20Km/h ανά sec. Να βρείτε τον ελάχιστο χρόνο που χρειάζεται για να διανύσει απόσταση $d=400\text{m}$ κατά μήκος της ευθύγραμμης τροχιάς.

1.1.32. Κίνηση δύο κινητών σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Δύο αυτοκίνητα (ας αγνοήσουμε όμως τις διαστάσεις τους) κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο με σταθερές ταχύτητες που έχουν μέτρα $v_1 = 20\text{m/s}$ και $v_2 = 10\text{m/s}$ αντίστοιχα και αντίθετες κατευθύνσεις. Κάποια χρονική στιγμή βρίσκονται στις θέσεις Α και Β οι οποίες απέχουν απόσταση $D = 900\text{m}$.

A) Να υπολογίσετε:

- i) Τη χρονική διάρκεια της κίνησής τους μέχρι τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους.
- ii) Σε ποια θέση θα συναντηθούν.
- iii) Πόση είναι η μετατόπιση του κάθε αυτοκινήτου μέχρι τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους.
- iv) Ποιό είναι το διάστημα που έχει διανύσει το κάθε αυτοκίνητο μέχρι τη χρονική στιγμή της συνάντησής τους.

B) Να κατασκευαστούν:

- i) Το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου για το καθένα αυτοκίνητο, σε κοινούς άξονες.
- ii) Το διάγραμμα θέσης - χρόνου για το καθένα αυτοκίνητο, σε κοινούς άξονες.
- iii) Το διάγραμμα διαστήματος χρόνου για το καθένα αυτοκίνητο, σε κοινούς άξονες.

1.1.33. Δύο αυτοκίνητα στον ίδιο δρόμο-Ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους

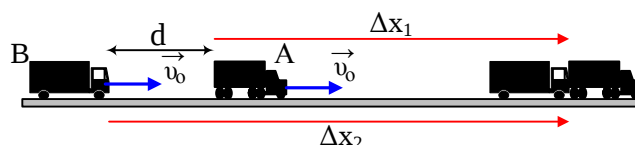
Δύο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται πάνω στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο προς την ίδια κατεύθυνση. Το Α κινείται με ταχύτητα $v_{A0}=20\text{m/s}$ ενώ το Β, που βρίσκεται μπροστά από το Α, κινείται με ταχύτητα $v_{B0}=12\text{m/s}$. Κάποια χρονική στιγμή, που την θεωρούμε χρονική στιγμή $t_0=0$, τα αυτοκίνητα βρίσκονται σε απόσταση $d=20\text{m}$ μεταξύ τους. Την χρονική αυτή στιγμή το Α αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέ-

τρον $a_1=1 \text{ m/s}^2$ και ταυτόχρονα το Β αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $a_2=3 \text{ m/s}^2$.

- Την χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ ποιες είναι οι ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων και ποια είναι η απόσταση των δύο αυτοκινήτων;
- Ποια χρονική στιγμή τα αυτοκίνητα θα βρίσκονται στην πιο μικρή απόσταση μεταξύ τους;

1.1.34. Απόσταση ασφαλείας μεταξύ αυτοκινήτων.

Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο κινούνται με την ίδια ταχύτητα $v_0=72\text{km/h}$ δύο φορτηγά σε απόσταση d μεταξύ τους όπως στο σχήμα.



Σε μια στιγμή ο οδηγός του Α φορτηγού βλέπει ένα εμπόδιο και φρενάρει απότομα. Ο χρόνος αντίδρασής του είναι $t_1=0,8\text{s}$. Τον ίδιο χρόνο αντίδρασης έχει και ο οδηγός του Β φορτηγού που βλέπει τα πίσω φανάρια του φορτηγού που προπορεύεται. Τα δύο φορτηγά επιβραδύνονται με την ίδια επιβράδυνση και τελικά σταματούν σε επαφή του πίσω προφυλακτήρα του Α με τον μπροστινό του Β.

Να υπολογιστεί η αρχική απόσταση d , μεταξύ των δύο φορτηγών.

1.1.35. Όριο και μείωση ταχύτητας αυτοκινήτου.

Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα $v_0=108\text{km/h}$, όταν μπαίνει σε κατοικημένη περιοχή. Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά δίπλα από την πινακίδα που επιβάλλει όριο ταχύτητας $v_1=36\text{km/h}$, ο οδηγός φρενάρει με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση (επιβράδυνση), οπότε μετά από 4s έχει αποκτήσει την επιθυμητή ταχύτητα, με την οποία συνεχίζει μέχρι την επόμενη πινακίδα, η οποία του επιτρέπει να αυξήσει ξανά την ταχύτητά του. Η απόσταση μεταξύ των δύο πινακίδων είναι 280m .

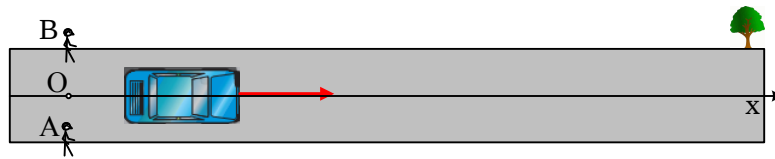


- Να υπολογίσετε την μεταβολή της ταχύτητας στη διάρκεια του φρεναρίσματος.
- Να βρεθεί η τιμή της επιτάχυνσης.
- Σε πόση απόσταση από την πρώτη πινακίδα το αυτοκίνητο έχει αποκτήσει ταχύτητα 10m/s ;
- Πόσο χρόνο χρειάστηκε το αυτοκίνητο για να κινηθεί από τη μια πινακίδα μέχρι την άλλη;
- Θεωρώντας ότι η πρώτη πινακίδα βρίσκεται στη θέση $x_0=0$, καθώς και $t_0=0$ τη στιγμή που περνά δίπλα της το αυτοκίνητο, να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

1.1.36. Η απογείωση ενός αεροπλάνου.

Αεροπλάνο στη προσπάθειά του να απογειωθεί εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν στη διάρκεια του τελευταίου δευτερόλεπτου πριν την απογείωση του, διανύει τα $19/100$ της συνολικής απόστασης που διένυσε μέχρι να απογειωθεί.

Να υπολογιστεί ο χρόνος της απογείωσης του.

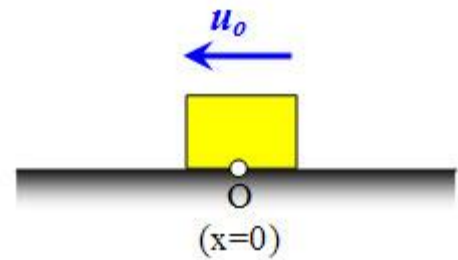
1.1.37. Μια κίνηση και η μαθηματική επεξεργασία της.

Δυο μαθητές, ο Αντώνης και ο Βασίλης στέκονται στις δυο απέναντι πλευρές ενός ευθύγραμμου δρόμου. Σε μια στιγμή περνάει εμπρός τους ένα αυτοκίνητο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 18km/h. Μετά από 4s, το αυτοκίνητο αυξάνει με σταθερό ρυθμό την ταχύτητά του στην τιμή 72km/h μέσα σε 8s, με την οποία συνεχίζει να κινείται μέχρι να φτάσει σε ένα δένδρο. Τα αυτοκίνητο φτάνει στο δέντρο σε 15s μετά τη στιγμή που πέρασε από τα παιδιά. Ζητάμε από τους μαθητές, θεωρώντας ο καθένας την προς τα δεξιά του κατεύθυνση ως θετική, να βρουν την απόσταση του δένδρου και να κάνουν τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης του αυτοκινήτου, μέχρι τη στιγμή που φτάνει στο δένδρο.

1.1.38. Τί κίνηση εκτελεί το σώμα

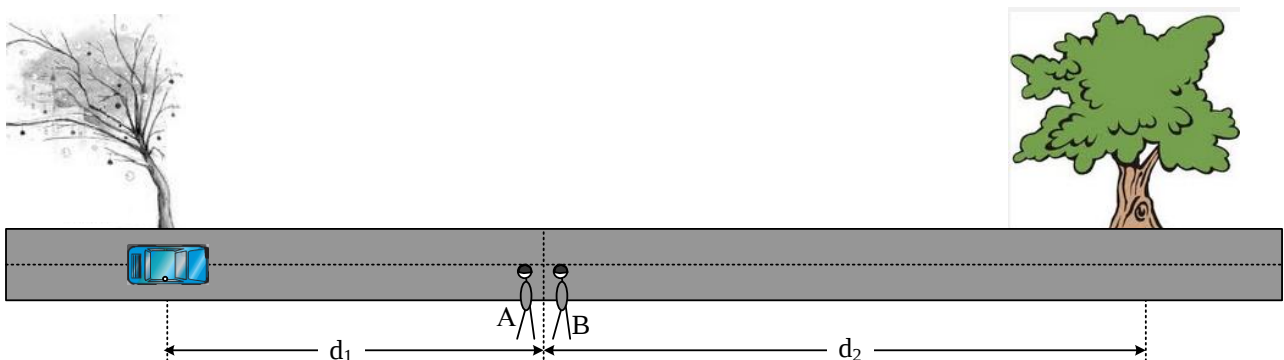
Μικρό σώμα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από το σημείο $x=0$ ταχύτητα μέτρου 5m/s κινούμενο κατά την αρνητική φορά.

Να προσδιορίσετε το είδος της κίνησης του μικρού σώματος αν γνωρίζετε ότι αυτή μπορεί να είναι είτε ομαλή, είτε ομαλά επιταχυνόμενη, είτε ομαλά επιβραδυνόμενη και ότι το σώμα, χωρίς να αλλάξει φορά κίνησης, την χρονική στιγμή $t_1=4s$ βρίσκεται σε σημείο που απέχει από το O απόσταση:



i) 16m

ii) 20m

1.1.39. Η κίνηση και οι παρατηρητές.

Ένα αυτοκίνητο κινείται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου με σταθερή ταχύτητα. Στο πλάι του δρόμου βρίσκονται δύο μαθητές, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B). Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά μπροστά από ένα δένδρο σε απόσταση $d_1=200m$ από τα παιδιά, όπως στο σχήμα, τα παιδιά θέτουν σε λειτουργία τα χρονόμετρά τους. Τη στιγμή που το αυτοκίνητο περνά μπροστά από τα παιδιά, τα χρονόμετρα δείχνουν 40s. Ο Αντώνης θεωρεί την θέση του δένδρου ως αρχή ενός άξονα x , με θετικά προς τα δεξιά, ενώ ο Βασίλης παίρνει ως αρχή του άξονα x , τη θέση που στέκεται, αλλά επίσης την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική.

- i) Να βρεθεί η εξίσωση της κίνησης του αυτοκινήτου, όπως την γράφει κάθε μαθητής.
- ii) Ποια χρονική στιγμή υπολογίζει κάθε μαθητής ότι το αυτοκίνητο θα περάσει μπροστά από ένα δένδρο δεξιά τους σε απόσταση $d_2=300\text{m}$;
- iii) Ζητάμε από κάθε μαθητή να κάνει τις γραφικές παραστάσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο:
- α) της ταχύτητας του αυτοκινήτου
 - β) Της θέσης του αυτοκινήτου.
 - γ) της μετατόπισής του.
- Ποιες μορφές έχουν οι γραφικές τους παραστάσεις;

1.1.40. «Αποκαλυπτικά διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου»

Οι πληροφορίες που συνήθως αναζητούμε από ένα διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για την λύση ενός προβλήματος ή μιας απάντησης σε ερώτηση κινηματικής είναι:

1. Ο υπολογισμός της μετατόπισης χωρίς τη χρήση των αντίστοιχων τύπων για τα διάφορα είδη κίνησης ,

όπου από τον ορισμό της ταχύτητας $\bar{v} = \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta t}$ προκύπτει ότι το μέτρο της μετατόπισης Δx του σώματος σε χρονικό διάστημα Δt , $\Delta x = v\Delta t$ μπορεί να απεικονιστεί στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ως το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης « $v - t$ » και του άξονα των χρόνων και

2. Ο υπολογισμός της επιτάχυνσης $\bar{a}$ από την κλίση της γραφικής παράστασης, αφού εξ ορισμού $\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$.

Όμως σε πολλές περιπτώσεις ερωτήσεων ή προβλημάτων η προσεκτική παρατήρηση του διαγράμματος « $v - t$ » μπορεί να «αποκαλύψει» πληροφορίες που συμβάλλουν αποφασιστικά στην απάντηση μιας ερώτησης ή τη λύση ενός θέματος, χωρίς αυτό να περιορίζεται απαραίτητα στον εύκολο αριθμητικό υπολογισμό (χωρίς χρήση των αντίστοιχων εξισώσεων κίνησης) των Δx και a . Ας δούμε τα επόμενα θέματα όπου η προσεκτική παρατήρηση του διαγράμματος « $v - t$ » οδηγεί στη λύση ή την απλοποιεί.