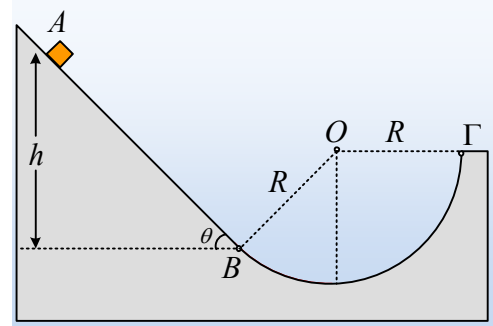


2.2. Κυκλική κίνηση. . Ομάδα Γ.

2.21. Μετά την κατηφόρα μπαίνει σε κυκλική τροχιά.

Ένα μικρό σώμα μάζας $0,2\text{kg}$ αφήνεται στη θέση Α, να ολισθήσει κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως θ , όπου $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Φτάνοντας στο σημείο Β, σε κατακόρυφη απόσταση $h=1,25\text{m}$, συναντά μια λεία κυκλική τροχιά, κέντρου Ο και ακτίνας $R=0,5\text{m}$ στην οποία συνεχίζει την κίνησή του. Η ακτίνα ΟΒ είναι κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο.



- Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στη διάρκεια της κίνησής στο κεκλιμένο επίπεδο, καθώς και η δύναμη που δέχεται από το επίπεδο.
- Με ποια ταχύτητα φτάνει το σώμα στο σημείο Β;
- Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα στη θέση Β, αμέσως μόλις μπει στην κυκλική τροχιά.
- Πόση δύναμη δέχεται το σώμα από την τροχιά, μόλις φτάσει στο σημείο Γ, όπου η ακτίνα ΟΓ είναι οριζόντια, και σε ποιο ύψος πάνω από το σημείο Γ θα φτάσει το σώμα;

2.22. Με την περιστροφή το νήμα τυλίγεται.

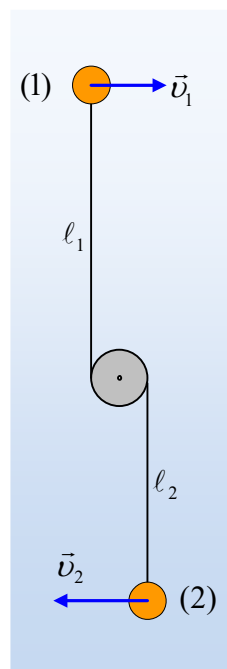
Ένα σώμα μάζας $0,4\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος και στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, ενώ το νήμα τυλίγεται σε έναν ακλόνητο οριζόντιο κυλινδρικό σωλήνα ακτίνας $r=0,6/\pi\text{ m}$. Σε μια στιγμή το νήμα είναι κατακόρυφο και το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $v_1=5\text{m/s}$, (θέση (1)) ενώ το ελεύθερο μήκος του νήματος είναι $\ell_1=2\text{m}$.

- Να βρεθεί η τάση του νήματος στη θέση αυτή.
- Μετά από λίγο το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο, θέση (2). Για τη θέση αυτή να βρεθούν:
 - Το μήκος του νήματος ℓ_2 .
 - Η κινητική ενέργεια του σώματος.
 - Το μέτρο της τάσης του νήματος.
- Όταν το σώμα ολοκληρώσει μια «περιστροφή» με το νήμα κατακόρυφο, για το μέτρο της ταχύτητά του v_3 ισχύει:

$$\alpha) v_3 < v_1, \quad \beta) v_3 = v_1, \quad \gamma) v_3 > v_1.$$

Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$.



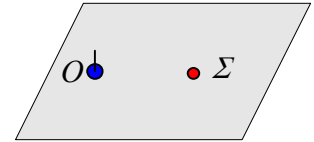
2.23. Μια φορτισμένη σφαίρα σε κίνηση.

Ή για να συνδέουμε τα ...ασύνδετα!

Ένα πρόβλημα, σαν φύλλο εργασίας, για τους μαθητές της Β΄ Προσανατολισμού, όπου συνδυάζεται η κυκλική κίνηση, με το ηλεκτρικό πεδίο της Γενικής Παιδείας, αλλά και με πολλές ακόμη προεκτάσεις.

////////////////////

Σε ένα σημείο Ο ενός λείου οριζοντίου επιπέδου είναι στερεωμένη μια μικρή σφαίρα Α με φορτίο $Q=2\mu\text{C}$. Σε σημείο Σ, σε απόσταση $(O\Sigma)=r=3\text{cm}$ συγκρατούμε μια άλλη μικρή σφαίρα Β μάζας $m=60\text{g}$, η οποία φέρει φορτίο $q=-0,1\mu\text{C}$.



- i) Να υπολογίσετε την δύναμη που χρειάζεται να ασκούμε στη σφαίρα Β για να ισορροπεί και να την σχεδιάσετε στο παραπάνω σχήμα.
 - ii) Σε μια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα Β. Πόση επιτάχυνση θα αποκτήσει αμέσως μετά την απελευθέρωση;
 - iii) Επαναφέρουμε τη σφαίρα Β στο σημείο Σ και κάποια στιγμή την εκτοξεύουμε οριζόντια με ταχύτητα $v_1=0,5\text{m/s}$ σε διεύθυνση κάθετη στην ΟΣ, όπως στο διπλανό σχήμα.

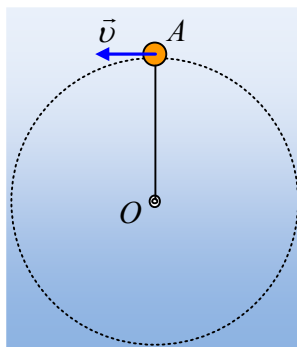
 - α) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που θα αποκτήσει αμέσως μετά την εκτόξευση και να την σχεδιάσετε στο σχήμα.
 - β) Η επιτάχυνση αυτή, αμέσως μετά την εκτόξευση, θα μεταβάλει το μέτρο ή την κατεύθυνση της ταχύτητας;
 - γ) Κάποιος συμμαθητής σας, υποστηρίζει ότι η σφαίρα Β θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο το Ο και ακτίνα $r=3\text{cm}$. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;
 - iv) Να υπολογίσετε το μέτρο της αναγκαίας ταχύτητας εκτόξευσης v_2 , ώστε η σφαίρα να κινηθεί κυκλικά γύρω από το Ο.
 - v) Στην περίπτωση αυτή να υπολογιστεί η ολική ενέργεια της κινούμενης σφαίρας Β.
 - vi) Καθώς η σφαίρα Β στρέφεται, δέχεται ένα απότομο κτύπημα (σε γλώσσα φυσικής ασκείται πάνω της για ελάχιστο χρονικό διάστημα μια δύναμη ή διαφορετικά συγκρούεται με κάποιο άλλο σώμα), με αποτέλεσμα να αποκτήσει μια ταχύτητα μέτρου v_3 , οπότε παύει να κινείται στην κυκλική τροχιά και απομακρύνεται από τη σφαίρα Α. Όταν η Β βρεθεί τελικά έξω από το ηλεκτρικό πεδίο της σφαίρας Α, μετρήσαμε την ταχύτητά της και την βρήκαμε $v_4=1\text{m/s}$. Πόση ενέργεια πήρε η Β στη διάρκεια του κτυπήματος;
 - vii) Να υπολογιστεί η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να μεταφερθεί στην Β, για να μπορέσει να απομακρυνθεί από τη σφαίρα Α, η οποία παραμένει πάντα ακλόνητη στο σημείο Ο.
- Δίνεται $k_e=9\cdot 10^9\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$, ενώ οι ακτίνες των σφαιρών θεωρούνται αμελητέες.

Κάτοψη

2.24. Η τάση του νήματος και η κυκλική κίνηση.

Μια σφαίρα Σ μάζας 1kg είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους 1m , το άλλο άκρο του οποίου κρατάμε με το χέρι μας. Περιστρέφοντας κατάλληλα το χέρι μας, θέτουμε τελικά τη σφαίρα σε κατακόρυφη κυκλική

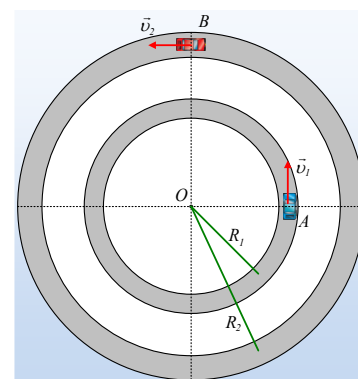
τροχιά με κέντρο το άκρο O του νήματος, που το κρατάμε σταθερό.



- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, όταν περνά από το ανώτερο σημείο A της τροχιάς της.
- Να γράψετε το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τη σφαίρα στην παραπάνω θέση και να υπολογίσετε την ταχύτητά της, αν η δύναμη που ασκείται στο χέρι μας από το νήμα έχει μέτρο $F_1=6\text{N}$.
- Αν μικρύνει η ταχύτητα περιστροφής του σώματος Σ , τι θα συμβεί με την τάση του νήματος στη θέση A ;
- Ποια η ελάχιστη ταχύτητα της σφαίρας στη θέση A , αν θέλουμε να μηδενιστεί η τάση του νήματος, αλλά η σφαίρα να διαγράψει τον παραπάνω κύκλο;
- Στην περίπτωση αυτή, ποια δύναμη «παίξει» το ρόλο της κεντρομόλου;
- Αγνοώντας όλα τα άλλα ουράνια σώματα και θεωρώντας τη Γη ακίνητη, δεχόμαστε ότι η Σελήνη διαγράφει κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη. Να σχεδιάσετε ένα σχήμα, στο οποίο να εμφανίζεται η τροχιά της Σελήνης και πάνω στο σχήμα να σημειώσετε την ταχύτητα και την κεντρομόλο δύναμη. Γιατί αλήθεια η Σελήνη δεν πέφτει στη Γη, όπως πέφτει ένα μήλο, αν το αφήσουμε από κάποιο ύψος;

2.25. Δύο αυτοκίνητα σε κυκλικές τροχιές.

Στο σχήμα φαίνονται οι οριζόντιες κυκλικές τροχιές στις οποίες κινούνται δυο τηλεχειριζόμενα αυτοκινητάκια A και B , με ακτίνες $R_1=90\text{m}$ και $R_2=160\text{m}$. Τα μέτρα των ταχυτήτων, με τις οποίες κινούνται τα αυτοκινητάκια είναι $v_1=3\pi\text{ m/s}$ και $v_2=4\pi\text{ m/s}$ αντίστοιχα. Κάποια χρονική στιγμή ($t=0$) τα οχήματα βρίσκονται στις θέσεις του σχήματος με ταχύτητες μέτρων

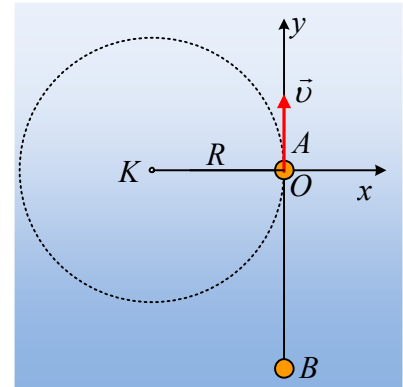


- Ποια χρονική στιγμή το A θα βρεθεί σε αντιδιαμετρική θέση σε σχέση με την αρχική θέση του; Πόσο είναι το μήκος του τόξου που έχει διαγράψει το B στον ίδιο χρόνο και σε ποια θέση βρίσκεται;
- Να υπολογιστούν οι γωνιακές ταχύτητες και οι περίοδοι των δύο οχημάτων.
- Ποια η γωνία που σχηματίζουν οι δυο επιβατικές ακτίνες, τη χρονική στιγμή $t_2=100\text{s}$; Να σημειωθούν στο σχήμα η θέση των δύο οχημάτων τη στιγμή αυτή.
- Να βρεθεί η χρονική στιγμή που τα δύο αυτοκινητάκια, θα βρεθούν το ένα «δίπλα» στο άλλο, για πρώτη φορά. Ποιες οι θέσεις των δύο κινητών τη στιγμή αυτή;

- ν) Ποια χρονική στιγμή τα αυτοκινητάκια θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις για πρώτη φορά;

2.26. Η κυκλική κίνηση και η Γεωμετρία!

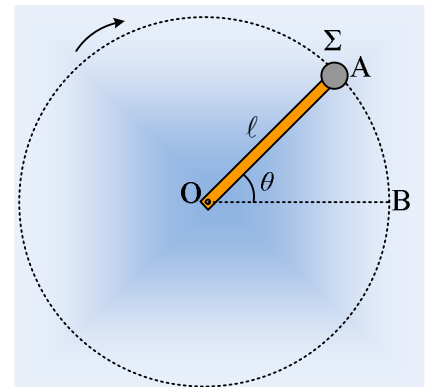
Μια μικρή σφαίρα Α μάζας εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, με περίοδο $T=3s$, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους $3m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι σταθερά δεμένο σε σημείο Κ. Στο σχήμα δίνεται ένα σύστημα αξόνων x,y με αρχή τη θέση Ο της σφαίρας τη στιγμή $t=0$. Πάνω στον άξονα y και στην θέση $y=-3\sqrt{3}m$, ηρεμεί μια δεύτερη σφαίρα Β.



- Ποια χρονική στιγμή, για πρώτη φορά, η απόσταση των δύο σφαιρών γίνεται μέγιστη;
- Να υπολογίσετε την μέγιστη απόσταση μεταξύ των δύο σφαιρών. Ποιες οι συντεταγμένες της θέσης της Α σφαίρας στο σύστημα αξόνων του σχήματος, τη στιγμή της μέγιστης απόστασης;
- Ποια χρονική στιγμή, για πρώτη φορά, η απόσταση των δύο σφαιρών γίνεται ελάχιστη; Αφού υπολογίστε την ελάχιστη απόσταση των δύο σφαιρών, να βρεθούν για τη θέση αυτή οι συνιστώσες a_x και a_y της επιτάχυνσης της Α σφαίρας.
- Μια χρονική στιγμή t_1 , όπου $6,5s < t_1 < 8,5s$, το νήμα κόβεται με αποτέλεσμα η σφαίρα Α, να συγκρουσθεί μετά από λίγο με τη Β σφαίρα. Να βρεθεί η στιγμή t_3 που κόπηκε το νήμα.

2.27. Μια κατακόρυφη κυκλική τροχιά

Μια μικρή σφαίρα Σ, μάζας $m=0,5kg$, η οποία θεωρείται υλικό σημείο, είναι προσκολλημένη στο άκρο μιας ράβδου μήκους $l=1m$, η οποία στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος περνά από το άλλο της άκρο Ο, διαγράφοντας κατακόρυφο επίπεδο. Η περίοδος περιστροφής είναι $T=\frac{2\pi}{\sqrt{6}}s \approx 2,56s$.



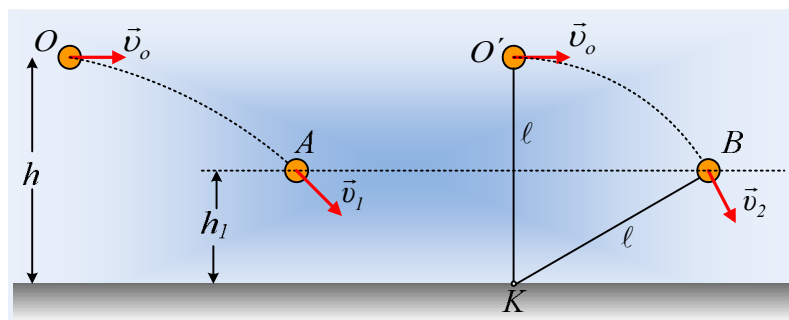
- Τι κίνηση πραγματοποιεί η σφαίρα Σ; Να σχεδιάσετε πάνω στο σχήμα την ταχύτητα και τη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας.
 - Να υπολογίσετε τα μέτρα της (γραμμικής) ταχύτητας και της γωνιακής ταχύτητας της σφαίρας.
 - Σε μια στιγμή η σφαίρα περνά από τη θέση Α, όπου η γωνία που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση είναι $\theta=37^\circ$. Σε πόσο χρόνο η σφαίρα θα φτάσει (για πρώτη φορά) στη θέση Β με τη ράβδο οριζόντια;
 - Πόση δύναμη ασκεί η ράβδος στη σφαίρα, στη θέση Α του σχήματος;
- Δίνεται $g=10m/s^2$ ενώ $\eta\mu 37^\circ=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu 37^\circ=0,8$.

2.28. Δυο «παρόμοιες» κινήσεις

Μια σφαίρα Σ₁ μάζας $m=0,2kg$ εκτοξεύεται οριζόντια από ένα σημείο Ο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=2m$

από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα μέτρου $v_0=5\text{m/s}$.

Μια δεύτερη όμοια σφαίρα Σ_2 είναι δεμένη στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου δένεται στο έδαφος, στο σημείο K . Η σφαίρα Σ_1 φέρεται στο σημείο O' σε ύψος h με το νήμα κατακόρυφο και εκτοξεύεται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα v_0 , εκτελώντας κυκλική κίνηση ακτίνας $R=l$.



- i) Να υπολογιστεί η αρχική επιτάχυνση κάθε σφαίρας, αμέσως μετά την εκτόξευση, καθώς και η τάση του νήματος τη στιγμή αυτή.
- ii) Μετά από λίγο η πρώτη σφαίρα περνάει από το σημείο A , σε ύψος $h_1=0,8\text{m}$.
 - α) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας v_1 , καθώς και η επιτάχυνση της σφαίρας.
 - β) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας στη θέση αυτή;
- iii) Αντίστοιχα μετά από λίγο και η σφαίρα Σ_2 φτάνει στη θέση B σε ύψος h_1 από το έδαφος.
 - α) Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητάς της v_2 , καθώς και η τάση του νήματος στη θέση αυτή.
 - β) Ποιος ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_2 στη θέση B ;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.