

6.1. Βαρυτικό Πεδίο

1. Δυναμικό και ένταση στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_T=6.400\text{km}$, ενώ το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της είναι $g_0=10\text{m/s}^2$.

- i) Να βρείτε το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης:
 - α) στην επιφάνεια της Γης,
 - β) σε ένα σημείο P που βρίσκεται σε ύψος $h = 3R_T$ από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.
- ii) Να βρείτε το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στα σημεία A και B αν τα αντίστοιχα δυναμικά έχουν τιμές $V_A = -48 \cdot 10^6 \text{J/kg}$ και $V_B = -32 \cdot 10^6 \text{J/kg}$.
- iii) Ένα σώμα Σ μάζας 2kg , αφήνεται σε ένα από τα παραπάνω σημεία (A ή B) και μετά από ορισμένο χρόνο φτάνει στο άλλο. Αν οι αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα:
 - α) Σε ποιο σημείο αφέθηκε, στο A ή στο B;
 - β) Να υπολογιστεί το έργο του βάρους κατά την παραπάνω μετακίνηση.
 - γ) Η ισχύς του βάρους τη στιγμή που φτάνει στο δεύτερο σημείο.

2. Η Γη, η Εξωγή και η Περαιγή.

Στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g_0=10\text{m/s}^2$.

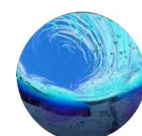
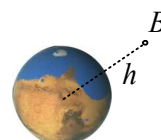
- i) Να βρεθεί η επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα, αν αφεθεί να κινηθεί σε ένα σημείο A, σε ύψος $h=R$, από την επιφάνειά της, όπου R η ακτίνα της Γης.

Σε ένα «κοντινό» μας ηλιακό σύστημα ανακαλύφτηκε ένας πλανήτης, η Εξωγή, ο οποίος έχει διπλάσια ακτίνα από την Γη. Μετά από μετρήσεις, διαπιστώθηκε ότι η Εξωγή έχει την ίδια ποιοτική και ποσοτική σύσταση με τον πλανήτη μας, συνεπώς και την ίδια (μέση) πυκνότητα με τη Γη.

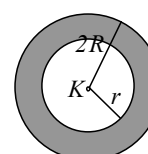
- ii) Πόση είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Εξωγής;
- iii) Αν εξαιτίας «βαρυτικής κατάρρευσης» μειωθεί η ακτίνα της Εξωγής στο μισό, να υπολογιστούν:
 - α) Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη νέα της επιφάνεια.
 - β) Σε ένα σημείο B, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h=R$ από την επιφάνειά της.
- iv) Σε έναν άλλο γαλαξία, βρέθηκε ένας άλλος πλανήτης με τα ίδια χαρακτηριστικά με τη Γη και την Εξωγή, η Περαιγή. Έχει διπλάσια ακτίνα από τη Γη, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της μετρήθηκε στην τιμή $g_\pi=10\text{m/s}^2$. Η μέτρηση έγινε σε διάφορα σημεία, από όπου εξήχθη το συμπέρασμα ότι η κατανομή της μάζας είναι ομοιόμορφη (λέμε ότι έχουμε



Η Εξωγή



Η Περαιγή



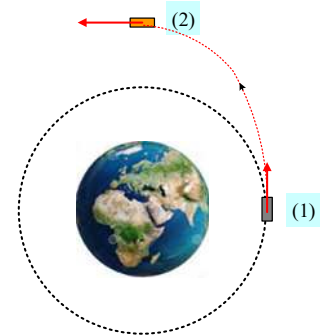
σφαιρική συμμετρία...). Για να ερμηνευθεί η τιμή της επιτάχυνσης αυτής, προτάθηκε το μοντέλο του σφαιρικού φλοιού, δηλαδή ότι η Περαιγή είναι κούφια, έχοντας κενή μια σφαιρική περιοχή ακτίνας r , με κέντρο το κέντρο της, όπως στο σχήμα.

Να υπολογιστεί το πάχος του σφαιρικού φλοιού.

3. Η ανύψωση ενός δορυφόρου

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης, ο «Παρατηρητής» μάζας 1tn , εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h_1=R_T$ από την επιφάνειά της. Θεωρείστε ότι η Γη είναι ακίνητη, χωρίς ατμόσφαιρα, η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της έχει τιμή $g_0=10\text{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης $R_T=6.400\text{km}$, ενώ το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από το κέντρο της.

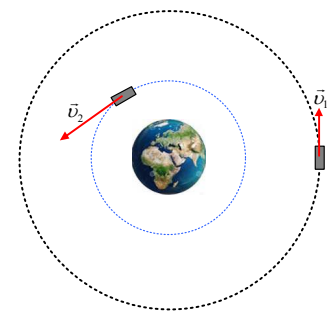
- Να υπολογιστεί η ταχύτητα του «Παρατηρητή» καθώς και η μηχανική του ενέργεια.
- Κάποια στιγμή ο δορυφόρος θέτει σε λειτουργία τις τουρμπίνες του, με αποτέλεσμα να μεταφέρεται σε ύψος $h_2=2R_T$. Κατά τη μεταφορά αυτή, λόγω καύσης μέρους των καυσίμων, η μάζα μειώνεται με αποτέλεσμα τελικά ο «Παρατηρητής» να έχει μάζα $m_1=900\text{kg}$. Αν η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον «Παρατηρητή» μέχρι τη στιγμή που σβήνουν οι μηχανές του είναι $6,45\cdot 10^9\text{J}$ ενώ τελικά η ταχύτητά του είναι παράλληλη με το έδαφος:
 - Να υπολογιστεί η ταχύτητα του «Παρατηρητή» (του εναπομείναντος τμήματος) στο ύψος h_2 .
 - Ο «Παρατηρητής» στη συνέχεια:
 - θα εκτελέσει κυκλική τροχιά ακτίνας $3R_T$, γύρω από το κέντρο της Γης.
 - Θα διαφύγει από το βαρυντικό πεδίο της Γης.
 - Τίποτα από τα δύο αυτά ενδεχόμενα.



4. Οι τριβές ρίχνουν τον δορυφόρο

Ένας δορυφόρος μάζας 1tn , έχει τεθεί σε κυκλική τροχιά, με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h_1=3R_T$ από την επιφάνειά της. Θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια μηδενική σε άπειρη απόσταση από τη Γη, την οποία Γη, θεωρούμε ακίνητη και χωρίς άλλα ουράνια σώματα στην γειτονιά της.

- Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του δορυφόρου;
Μπορεί να θεωρούμε ότι ο δορυφόρος βρίσκεται σε μεγάλο ύψος, αλλά υπάρχει αέρας (ατμόσφαιρα) και στο ύψος αυτό, με αποτέλεσμα να ασκείται δύναμη αντίστασης (τριβή), η οποία μειώνει τη μηχανική ενέργεια του δορυφόρου.
- Αν μετά από μια περιφορά ο δορυφόρος πέφτει κατά $y_1=4\text{m}$, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμική, μέσω του έργου της αντίστασης.
- Η μείωση του ύψους συνεχίζεται, με αποτέλεσμα μετά από 10 χρόνια ο δορυφόρος να στρέφεται σε ύψος $h_2=R_T$ από την επιφάνεια της Γης. Υποστηρίζεται ότι κατά την πτώση αυτή, αφού η ασκούμενη δύναμη (τριβή) αντιστέκεται στην κίνηση, ο δορυφόρος επιβραδύνεται. Να εξετάσετε αν αυτό είναι ή



όχι σωστό.

- iv) Να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμική στη διάρκεια των 10 χρόνων πτώσης του δορυφόρου.

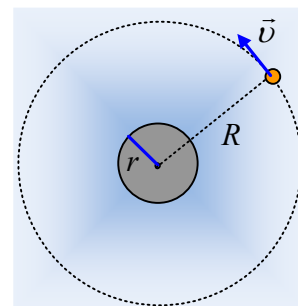
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0=10\text{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης $R_Γ=6.400\text{km}$, ενώ το σχήμα της τροχιάς του δορυφόρου είναι σχεδόν κυκλική, κάθε χρονική στιγμή.

5. Ένας δορυφόρος σε πτώση.

Ένας δορυφόρος στρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R=10.000\text{km}$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο $T=10.000\text{s}$, γύρω από έναν πλανήτη.

- i) Να υπολογιστεί η επιτάχυνσή του.

Σε μια στιγμή ο δορυφόρος συγκρούεται με έναν αστεροειδή, με αποτέλεσμα να μηδενιστεί η ταχύτητά του και να αρχίσει να πέφτει προς την επιφάνεια του πλανήτη.



- ii) Ποια η αρχική επιτάχυνση με την οποία ξεκινά την πτώση του;
 iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του δορυφόρου, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την σύγκρουση;
 iv) Μετά από λίγο, ο δορυφόρος περνάει από ένα σημείο A, όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη είναι ίση με 8N/kg . Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του δορυφόρου στη θέση αυτή;
 v) Αν η μέγιστη επιτάχυνση που αποκτά ο δορυφόρος κατά την πτώση του είναι 16m/s^2 , να υπολογιστεί η ακτίνα r του πλανήτη.

Ο πλανήτης να θεωρηθεί ακίνητος, χωρίς ατμόσφαιρα, ενώ δεν υπάρχουν βαρυτικά πεδία οφειλόμενα σε άλλα ουράνια σώματα. Δίνεται επίσης $\pi^2 \approx 10$.

6. Ένα σύστημα δύο ουρανίων σωμάτων

Δυο σφαιρικά ουράνια σώματα αλληλεπιδρούν, στρεφόμενα γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους. Για τις ανάγκες της μελέτης μας, ας τα θεωρήσουμε ακίνητα σε απόσταση (διάκεντρος) $D=190.000\text{km}$, χωρίς να αλληλεπιδρούν με άλλα ουράνια σώματα.



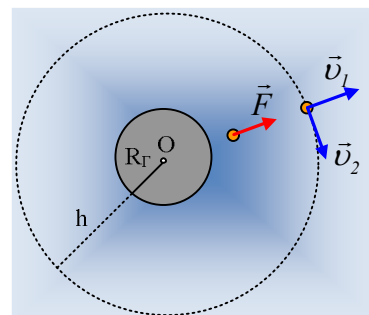
Τα σώματα X και Y έχουν ακτίνες $R_1=10.000\text{km}$ και $R_2=4.000\text{km}$ αντίστοιχα, ενώ $GM_1=9 \cdot 10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$ και $GM_2=64 \cdot 10^{12}\text{m}^3/\text{s}^2$. Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα.

- i) Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια κάθε σώματος.
 ii) Σε ποιο σημείο της ευθείας AB μπορούμε να τοποθετήσουμε ένα σώμα ώστε να ισορροπήσει;
 iii) Να γίνει ένα ποιοτικό διάγραμμα του δυναμικού του βαρυτικού πεδίου κατά μήκος του άξονα $x'x$, θεωρώντας αρχή του άξονα το κέντρο του X σώματος, για τα σημεία του ευθυγράμμου τμήματος AB.
 iv) Να βρεθεί η ελάχιστη αρχική κινητική ενέργεια με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα 2kg από το σημείο A του σώματος X για να φτάσει στην επιφάνεια του δεύτερου ουρανίου σώματος. Ποια θα

ήταν η αντίστοιχη απάντηση αν η εκτόξευση γινόταν αντίστροφα από το Y προς το X;

7. Θέτουμε σε τροχιά ένα δορυφόρο.

Θέλουμε να μεταφέρουμε ένα σώμα μάζας 1tn , σε ύψος από την επιφάνεια της Γης $h=3R_{\Gamma}$ και στη συνέχεια να τον θέσουμε σε κυκλική τροχιά, γύρω από το κέντρο της Γης. Υποθέτουμε* ότι αυτό το κάνουμε με εξάσκηση μιας κατάλληλης μεταβλητής δύναμης F , με αποτέλεσμα το σώμα φτάνοντας στο καθορισμένο ύψος να έχει την κατάλληλη κατακόρυφη ταχύτητα. Στη συνέχεια δέχεται κατάλληλη ώθηση (μια μεγάλη δύναμη για λίγο χρόνο) η οποία το θέτει σε κυκλική τροχιά.



- i) Με ποια ταχύτητα v_1 πρέπει το σώμα να φτάσει στο ύψος h ;
- ii) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης F .
- iii) Να υπολογιστεί η μεταβολή της ορμής του σώματος, η οποία οφείλεται στην ασκούμενη ώθηση, η οποία τροποποιεί την ταχύτητα του σώματος, μετατρέποντάς το σε δορυφόρο.

Η Γη θεωρείται ομογενής σφαίρα, ακίνητη και μακριά από άλλα ουράνια σώματα, χωρίς ατμόσφαιρα, ενώ $g_0=10\text{m/s}^2$ και η ακτίνας της ίση με $R_{\Gamma}=6.400\text{km}$.

Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...