ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Φυσική
Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Φυσική

Ομάδας Προσανατολισμού
Θετικών Σπουδών

Β΄ τάξη
Γενικού Λυκείου

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Τα κεφάλαια 1 και 2 προέρχονται από το βιβλίο «Φυσική Γενικής Παιδείας Β΄ Τάξης Γενικού Λυκείου» ΙΤΥΕ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ» 2013

ΟΜΑΔΑ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ

Ιωάννης Α. Βλάχος, *Διδάκτορας, Σχολικός Σύμβουλος του κλάδου ΠΕ4.*
Ιωάννης Γ. Γραμματικάκης, *Επίκουρος Καθηγητής Φυσικής στο Πανεπιστήμιο Αθηνών.*
Βασίλης Α. Καραπαναγιώτης, *Φυσικός, Καθηγητής Πειραματικού Σχολείου Πανεπιστημίου Αθηνών.*
Περικλής Εμ. Περιστερόπουλος, *Φυσικός, Υποψήφιος Διδάκτορας, Καθηγητής στο 3ο Λύκειο Βύρωνα.*
Γιώργος Β. Τιμοθέου, *Φυσικός, Λυκειάρχης στο 2ο Λύκειο Αγ. Παρασκευής.*

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΗΣ ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗΣ ΟΜΑΔΑΣ

Παναγιώτης Β. Κόκκοτας, *Καθηγητής της Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών του Πανεπιστημίου Αθηνών.*

Οι συγγραφείς ευχαριστούν τον Ιωάννη Βαγιωνάκη, Φυσικό, για τη συμβολή του στη συγγραφή ασκήσεων και ερωτήσεων, για τις παρατηρήσεις και υποδείξεις του, καθώς και για τη βοήθειά του στην επιμέλεια έκδοσης.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΚΡΙΣΗΣ

Φλυτζάνης Νικόλαος *(Πρόεδρος), Καθηγητής Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης.*
Καλοψικάκης Εμμανουήλ, *Φυσικός, τ. Σχολικός Σύμβουλος.*
Ξενάκης Χρήστος, *Δρ. Φυσικός, Σχολικός Σύμβουλος Φθιώτιδος.*
Πάλλας Δήμος, *Φυσικός, Υποδιευθυντής 1ου Λυκείου Λαμίας.*
Στεφανίδης Κωνσταντίνος, *Δρ. Φυσικός, Σχολικός Σύμβουλος Πειραιά.*

Τα κεφάλαια 3, 4 και 5 προέρχονται από το βιβλίο «Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Β΄ Τάξης Γενικού Λυκείου» ΙΤΥΕ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ» 2013

ΟΜΑΔΑ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ

Αλέκος Ιωάννου
Γιάννης Ντάνος
Άγγελος Πήττας
Σταύρος Ράπτης

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

Αντωνίου Νικόλαος, *Καθηγητής Παν/μίου Αθηνών, ως πρόεδρος.*
Ευθυμιόπουλος Θωμάς, *Αν. Καθηγητής του Παν/μίου Κρήτης.*
Αρναουτάκης Ιωάννης, *Σχ. Σύμβουλος ΠΕ4 Δ/θμιας Εκπαίδευσης.*
Καρανίκας Ιωάννης, *Σχ. Σύμβουλος ΠΕ4 Δ/θμιας Εκπαίδευσης.*
Πρίντζας Γεώργιος, *Σχ. Σύμβουλος ΠΕ4 Δ/θμιας Εκπαίδευσης.*
Κοτρόζου Αικατερίνη, *Φυσικός, M.Sc., Καθηγήτρια Δ/θμιας Εκπαίδευσης.*
Φωτάκης Ιωάννης, *Καθηγητής ΠΕ4 Δ/θμιας Εκπαίδευσης.*

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης
ΕΣΠΑ 2007-2013

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Τα κεφάλαια 1 και 2 προέρχονται από το βιβλίο «Φυσική Γενικής Παιδείας Β΄ Τάξης Γενικού Λυκείου» ΙΤΥΕ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ» 2013

ΙΩΑΝΝΗΣ Α. ΒΛΑΧΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ Γ. ΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑΚΗΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ Α. ΚΑΡΑΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Β. ΚΟΚΚΟΤΑΣ
ΠΕΡΙΚΛΗΣ ΕΜ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ Β. ΤΙΜΟΘΕΟΥ

Τα κεφάλαια 3, 4 και 5 προέρχονται από το βιβλίο «Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Β΄Τάξης Γενικού Λυκείου» ΙΤΥΕ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ» 2013

ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ
ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Φυσική

Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

Β΄ τάξη Γενικού Λυκείου

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ: ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ, ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

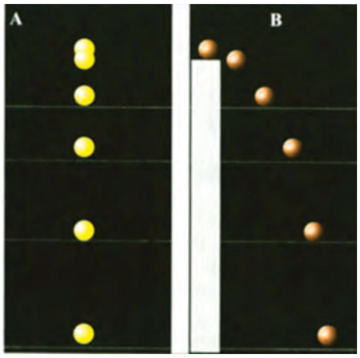
1-1 ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη διάταξη μελέτης των κινήσεων, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή. Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησής του δίνεται μια ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.

Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που έχει περιγραφεί στη Φυσική της Α΄ Λυκείου. Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην εικόνα 1.1. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

Το αντικείμενο Β, ενώ πέφτει, ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται **οριζόντια βολή**.



Εικ. 1.1
Χρονοφωτογραφίες
α) ελεύθερη πτώση
β) οριζόντια βολή.

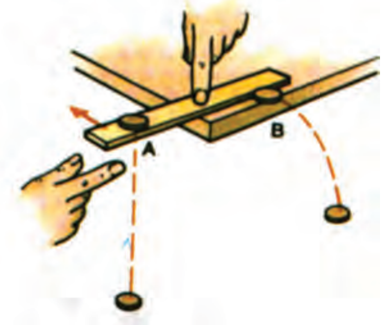
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.

1. Στερεώστε τη συσκευή σύγχρονων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.
3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;
4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.



1. Τοποθέτησε έναν πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.
2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα Α ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το Β εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.
3. Άκουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.
   i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β μετά το χτύπημα από το χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου.
   ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές;
   iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;
4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι **η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία *κατακόρυφη* που είναι ελεύθερη πτώση και μία *οριζόντια* που είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β.

Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων**, που διατυπώνεται ως εξής:

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

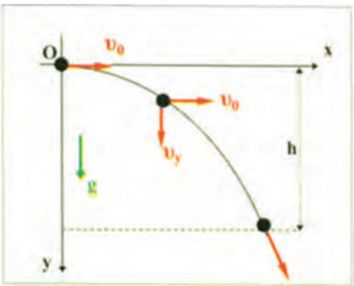
Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t.

Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 \quad \textbf{(1.1)}$$

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελετήσουμε την κίνηση του αντικειμένου Β. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα υ_0 το αντικείμενο Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.2.



Εικ. 1.2

Άξονας Ox: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα υ_0 και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (**x**) είναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_0$$

$$x = \upsilon_0 \, t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση (**y**) είναι:

$$\upsilon_y = g \, t$$

$$y = \frac{1}{2} g \, t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$.

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου y = h.

Δηλαδή:

$$h = \frac{1}{2} g \, t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

$$x = \upsilon_0 \, t \qquad \textbf{(1.2)}$$

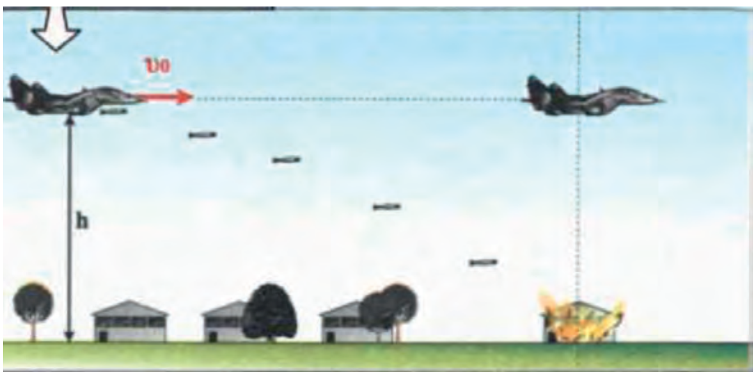
Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δύο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα Β, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μία κίνηση διαρκεί χρόνο:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \textbf{(1.3)}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα $υ_0$. Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο, άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα να χτυπήσει το στόχο; Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.

Το αεροπλάνο ελευθερώνει τη βόμβα.



Είναι προφανές ότι οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητά του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση ($υ = υ_0$) και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t, όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = υ_0 t$$

όπου $υ_0$ είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

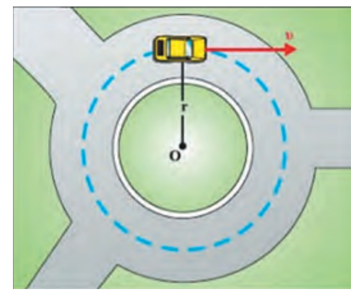
Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = υ_0$ t.

Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα, άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

1-2 ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 1.3). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η **ομαλή κυκλική** (Εικ. 1.4).

Εικόνα 1.3 Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφίσει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.



Εικ. 1.4 Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μια περιφορά λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **T**.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **f**.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \qquad \textbf{(1.4)}$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται **1Hz** (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

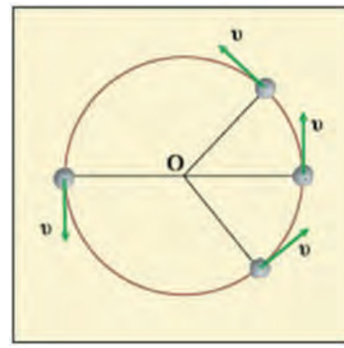
Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι:
1kHz = 10^3Hz, 1MHz = 10^6Hz, 1GHz = 10^9Hz.

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνηση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται **περιοδικές**. Μια τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος (**Τ**).

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνσή της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (Εικ. 1.5). Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:



Εικ. 1.5

$$s = \upsilon\, t$$

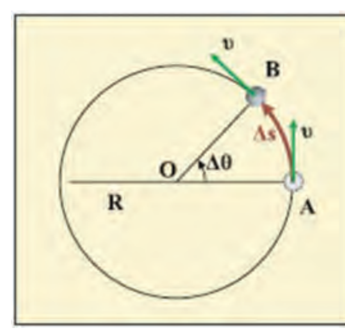
Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα**, θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε t = T, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος s = 2π R (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\upsilon = \frac{2\pi\, R}{T} \qquad \textbf{(1.5)}$$

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 το κινητό βρίσκεται στη θέση Α και μετά από χρόνο t, κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην εικόνα 1.6, με γραμμική ταχύτητα υ, βρίσκεται στη θέση Β, έχοντας διανύσει το τόξο Δs. Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (Εικ. 1.6):

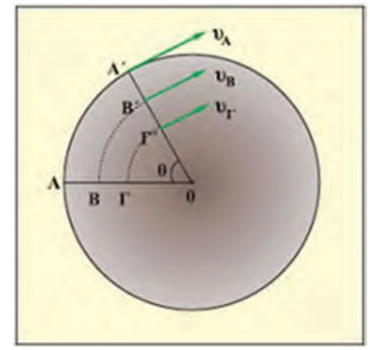


Εικ. 1.6

1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου ΑΒ (Δs = υ Δt).
2) Με τη μέτρηση της γωνίας ΑÔΒ (ΑÔΒ = Δθ) την οποία διαγράφει μια ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει “διανύσει” τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει “διαγράψει” επίκεντρη γωνία Δθ.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 1.7) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία Α, Β και Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις Α΄, Β΄ και Γ΄ αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ. Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων ΑΑ΄, ΒΒ΄, ΓΓ΄ είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α, Β, Γ διαφέρουν (Εικ. 1.7).



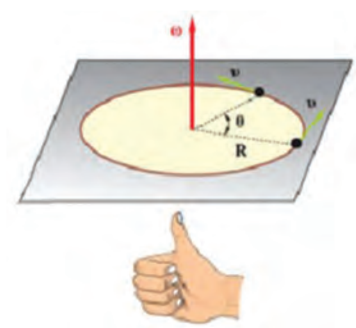
Εικ. 1.7

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με **ω**.

Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

- Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 1.8):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad (1.6)$$



Εικ. 1.8

- Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

- Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μιας περιόδου T η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad.

Άρα η σχέση (1.6) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (1.7)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (1.7) γράφεται: $\omega = 2\pi f$.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (1.6), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (**1rad/s**).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (1.5) το πηλίκο 2π/Τ με το ω, οπότε προκύπτει:

$$\upsilon = \omega R \qquad (1.8)$$

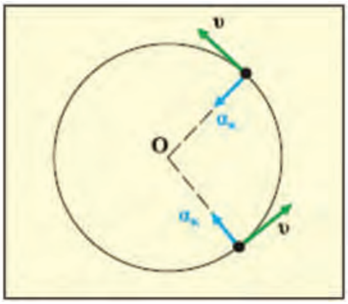
Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 1.7), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόστασή τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 1.9) και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ**.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (1.9)$$



Εικ. 1.9

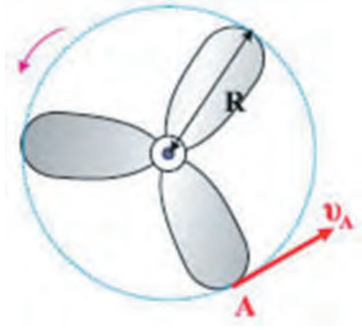
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Ξεκινώντας από τη σχέση (1.9) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.4), (1.7) και (1.8), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Το άκρο (Α) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.

- Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.
- Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.



Απάντηση

Από τη σχέση $\upsilon = \dfrac{2\pi R}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο Τ βρίσκουμε:

$$T = \frac{2\pi}{\upsilon} R \qquad ή \qquad T = 0{,}25s$$

Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Αντικαθιστώντας την περίοδο Τ με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f = \frac{1}{0{,}25s} \qquad ή \qquad f = 4Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = 2\pi\, f$, από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

$$\omega = 6{,}28 \cdot 4rad/s \quad ή \quad \omega = 25{,}12rad/s$$

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο $t = 0{,}01s$ θα υπολογιστεί από τη σχέση: $s = \upsilon\, t$.

Με αντικατάσταση έχουμε: $s = 15 \cdot 0{,}01m$ ή $s = 0{,}15m$.

1-3 ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ

Οι κυκλικές και γενικά οι καμπυλόγραμμες κινήσεις είναι μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων. Έχετε αναρωτηθεί ποιο είναι το αίτιό τους; Ποια είναι παραδείγματος χάρη η αιτία που κρατά σε τροχιά έναν τεχνητό δορυφόρο γύρω από τη Γη; (Εικ. 1.10). Για ποιο λόγο η Τροχαία βάζει όριο ταχύτητας στις στροφές; Αυτά είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στην παράγραφο αυτή.

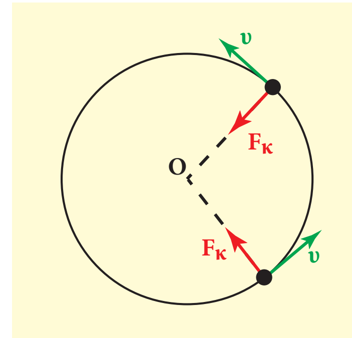
Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα μας επιτρέπουν να περιγράψουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν γνωρίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό, την αρχική θέση του καθώς και την αρχική του ταχύτητα. Έτσι αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, ή αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα αυτό θα ηρεμεί ή θα κινείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Αν η συνισταμένη $\vec{F}$ των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν

Εικ. 1.10
Τεχνητός δορυφόρος σε τροχιά γύρω από τη Γη.

είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα αυτό έχει επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της δύναμης, που προσδιορίζεται από τη σχέση $\vec{F} = m\,\vec{\alpha}$, όπου m είναι η μάζα του σώματος.

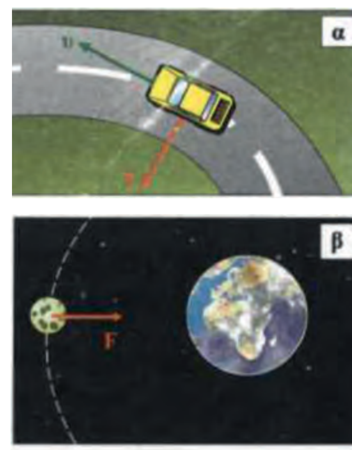
Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη** (Εικ. 1.11).



Εικ. 1.11

Η κεντρομόλος δύναμη είναι γενικά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μια ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα. Λέμε συνήθως ότι η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά τη διεύθυνση της ακτίνας) *παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης*.

Την έννοια της κεντρομόλου δύναμης συναντάμε σε κάθε φαινόμενο που υπάρχει κυκλική κίνηση. Παραδείγματος χάρη, όταν ένα αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε έναν επίπεδο δρόμο, η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη τριβής (Εικ. 1.12α). Η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται από αυτή. Η δύναμη αυτή παίζει τότε το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (Εικ. 1.12β). Τα ηλεκτρόνια περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου λόγω της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb, που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.



Εικ. 1.12 Δυνάμεις που δρουν ως κεντρομόλες: α) η τριβή, β) η βαρυτική έλξη F.

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη. Όπως είδαμε, η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ είναι το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{m\upsilon^2}{R} \quad \textbf{(1.10)}$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Αντικαταστήστε στη σχέση (1.10) τις σχέσεις:

$$\upsilon = \omega R \quad \text{και} \quad \omega = 2\pi f \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Σε ποιες σχέσεις για την τιμή της κεντρομόλου δύναμης καταλήξατε;

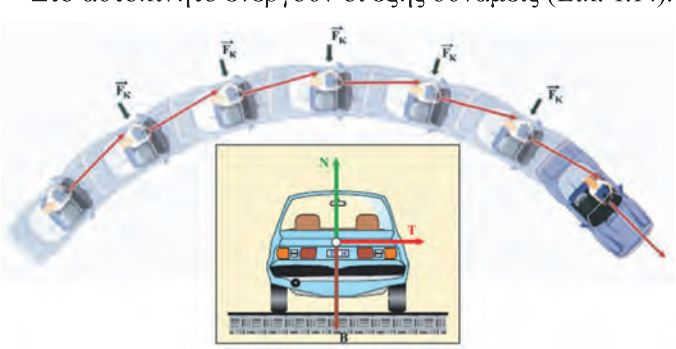
1-4 ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΥ ΔΥΝΑΜΗΣ

Α) Αν στο άκρο ενός νήματος (Εικ. 1.13) προσδέσουμε μια μικρή σφαίρα και τη θέσουμε με το χέρι μας σε ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει τη σφαίρα να κινηθεί σε κυκλική τροχιά είναι η τάση του νήματος. Αν η σφαίρα περιφέρεται με ολοένα αυξανόμενη ταχύτητα, τότε σύμφωνα με τη σχέση (1.10) απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη, για να τη συγκρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αν η δύναμη αυτή υπερβεί την τάση θραύσης του νήματος, τότε αυτό κόβεται και η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στη θέση που κόπηκε το νήμα.

Εικ. 1.13

Β) Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική οριζόντια τροχιά κάνοντας ομαλή κυκλική κίνηση (Εικ. 1.14), η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν επάνω του πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Δηλαδή να είναι κεντρομόλος.

Στο αυτοκίνητο ενεργούν οι εξής δυνάμεις (Εικ. 1.14):



Εικ. 1.14

Το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ του εδάφους και η τριβή $\vec{T}$ (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται).

Οι δύο πρώτες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα η τριβή (στατική) που ασκείται από το έδαφος στους τροχούς πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και να είναι οριζόντια, γιατί το αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.

Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να περάσει με ασφάλεια τη στροφή. Αν λοιπόν είναι φθαρμένα τα λάστιχα ή είναι βρεγμένος ο δρόμος, η τριβή που αναπτύσσεται δεν είναι μεγάλη και δεν μπορεί να παίξει τον αναγκαίο ρόλο της κεντρομόλου με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να εκτραπεί.

Γ) Θεωρούμε ένα αυτοκίνητο, όπως στην εικόνα 1.15, που παίρνει στροφή πάνω σε κεκλιμένο ως προς το οριζόντιο επίπεδο δρόμο, όπως παραδείγματος χάρη σ' έναν αυτοκινητόδρομο μεγάλης ταχύτητας.

Τίθεται το ερώτημα: πώς θα υπολογίσουμε την κλίση του δρόμου, ώστε να αναπτύσσεται η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη για την ασφαλή διέλευση των οχημάτων;

Αν, για ευκολία στους υπολογισμούς, θεωρήσουμε αμελητέα την τριβή, στο όχημα ασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη (Α) από το οδόστρωμα.

Από το σχήμα προκύπτει:

$$Ασυνφ - Β = 0 \quad ή \quad Ασυνφ = Β \qquad \textbf{(1.11)}$$

γιατί στον κατακόρυφο άξονα δεν υπάρχει κίνηση.

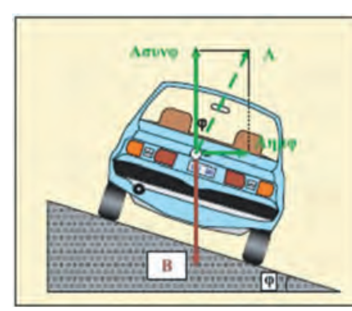
Η οριζόντια δύναμη Αημφ αναγκάζει το όχημα να κινηθεί κυκλικά στη στροφή, δηλαδή είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη.

Άρα μπορούμε να γράψουμε:

$$Αημφ = \frac{mυ^2}{R} \qquad \textbf{(1.12)}$$

Από τις σχέσεις (1.11) και (1.12), αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη, προκύπτει:

$$\frac{Αημφ}{Ασυνφ} = \frac{\frac{mυ^2}{R}}{mg} \qquad ή \qquad εφφ = \frac{υ^2}{Rg}$$



Εικ. 1.15

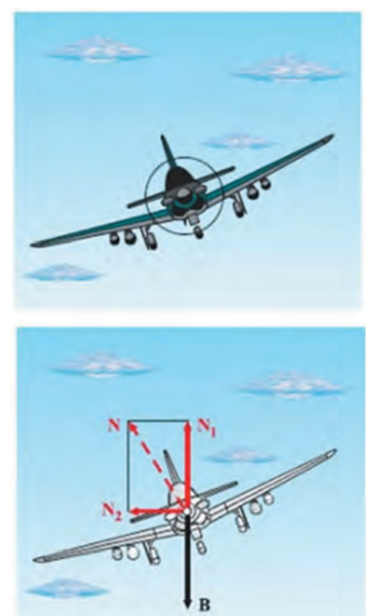
Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι για δοσμένη ακτίνα στροφής και ορισμένη κλίση του οδοστρώματος η διέλευση είναι ασφαλής μόνο για ορισμένη τιμή της ταχύτητας. Αν ένα όχημα δοκιμάσει να περάσει από τη στροφή αυτή με μεγαλύτερη ταχύτητα από την ορισμένη, τότε θα ξεφύγει από το δρόμο, γιατί η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας Αημφ.

Το αυτοκίνητο κινείται στους δύο τροχούς, έχοντας εξασφαλίσει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.

Σε ειδικούς δρόμους που γίνονται αγώνες αυτοκινήτων η κλίση του δρόμου αυξάνει προοδευτικά. Έτσι ο οδηγός μπορεί να διαλέξει το μέρος του δρόμου από το οποίο θα περάσει ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου του.

Οι γραμμές του τρένου στις στροφές έχουν την εξωτερική σιδηροτροχιά υπερυψωμένη ώστε η αντίδραση να δίνει οριζόντια συνιστώσα προς το μέσα μέρος της στροφής, η οποία αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.

Δ) Όταν ένα αεροπλάνο πετάει σε οριζόντιο επίπεδο η ανυψωτική δύναμη N αντισταθμίζει το βάρος του B. Για να κάνει στροφή με τη βοήθεια ειδικών πηδαλίων παίρνει ορισμένη κλίση (Εικ. 1.16) ώστε η ανυψωτική δύναμη N να αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μια κατακόρυφη (N_1) και μια οριζόντια (N_2), από τις οποίες η συνιστώσα N_2 αποτελεί την κεντρομόλο που θα του επιτρέψει να κάνει τη στροφή.



Εικ. 1.16

Τριβή και αυτοκινητιστικά δυστυχήματα

Είναι βέβαιο πως, αν οι οδηγοί γνώριζαν τους νόμους της Δυναμικής και τους εφάρμοζαν, τότε τα δυστυχήματα θα περιορίζονταν σημαντικά.

Ποιες όμως είναι οι αιτίες των δυστυχημάτων; Γιατί τόσοι άνθρωποι, κυρίως νέοι, αφήνουν την τελευταία τους πνοή στην άσφαλτο;

Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι οι αιτίες των δυστυχημάτων είναι η υπερβολική ταχύτητα, το βρεγμένο οδόστρωμα, η μεγάλη ταχύτητα στις στροφές, το αντικανονικό προσπέρασμα, η κατάσταση των φρένων, τα φθαρμένα λάστιχα, η κατάσταση του οδηγού (αλκοόλ, αϋπνία κ.λπ.).

Θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα να δείξουμε την επίδραση του κάθε παράγοντα στα ατυχήματα.

Εικ. 1.17

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο που μαζί με το φορτίο του έχει μάζα 1.800kg κινείται στην εθνική οδό. Ξαφνικά ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι ο δρόμος έχει κλείσει από σταματημένα αυτοκίνητα και εφαρμόζει τα φρένα, με αποτέλεσμα οι τροχοί να μην περιστρέφονται. Τη στιγμή που ενεργοποιούνται, η απόσταση του αυτοκινήτου από το εμπόδιο είναι 150m. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι 0,2. Αν τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα η ταχύτητα του οχήματος είναι α) 144km/h β) 108km/h γ) 72km/h, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση αν το όχημα θα πέσει επάνω στα σταματημένα αυτοκίνητα.

Απάντηση

Κατά τον κατακόρυφο άξονα ασκείται η αντίδραση Ν που είναι δύναμη από επαφή. Στο αυτοκίνητο ασκείται και το βάρος Β που είναι δύναμη από απόσταση.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση της κίνησης και επιβραδύνει το όχημα είναι η τριβή Τ.

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$T = m\,\alpha$$

Επειδή $\qquad T = \mu N \quad \text{και} \quad N = B$

προκύπτει ότι:

$$\mu\, m\, g = m\,\alpha \quad \text{ή} \quad \alpha = g\,\mu$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η επιβράδυνση είναι σταθερή επειδή ο συντελεστής τριβής είναι σταθερός. Θα ισχύουν οι σχέσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, δηλαδή:

$$x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \qquad (2)$$

Όταν το όχημα σταματήσει (υ = 0) τότε από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\upsilon_0 = \alpha t \quad \text{ή} \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha}$$

Με αντικατάσταση του χρόνου αυτού στη σχέση (1) προκύπτει το μέγιστο διάστημα x_{max}.

$$x_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g\mu}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Περίπτωση α) Για $\upsilon_0 = 144\text{km/h} = \dfrac{144.000\text{m}}{3.600\text{s}} = 40\text{m/s}$.

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$x_{max} = (40^2/2) \cdot 10 \cdot 0{,}2\text{m} \quad ή \quad x_{max} = 400\text{m}$$

Επειδή τα σταματημένα οχήματα είναι σε απόσταση 150m το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα προσπέσει επάνω τους, και δεν μπορεί να αποφύγει τη σύγκρουση.

Περίπτωση β) Για $\upsilon_0 = 108\text{km/h} = 30\text{m/s}$ το απαιτούμενο διάστημα για να σταματήσει το Ι.Χ. αυτοκίνητο είναι $x_{max} = 225\text{m}$.

Άρα και στην περίπτωση αυτή δε θα αποφευχθεί η σύγκρουση.

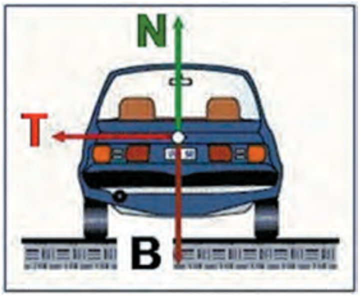
Περίπτωση γ) $\upsilon_0 = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$. Με αντικατάσταση προκύπτει: $x_{max} = (400/2) \cdot 10 \cdot 0{,}2 = 100\text{m}$.

Στην περίπτωση αυτή το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα σταματήσει 50m από τα σταματημένα οχήματα.

Από τις περιπτώσεις α και γ προκύπτει ότι, όταν η ταχύτητα είναι διπλάσια (από 72km/h έγινε 144km/h), το αντίστοιχο διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το όχημα είναι τετραπλάσιο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο μάζας 1.800kg πρόκειται να πάρει στροφή ακτίνας 100m σε οριζόντιο δρόμο. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη ταχύτητά του για να περάσει τη στροφή με ασφάλεια; Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$.



Απάντηση

Στην προκειμένη περίπτωση, αν το όχημα γλιστρήσει θα φύγει προς τα έξω. Συνεπώς η τριβή ως δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση θα έχει φορά προς το μέσα μέρος της στροφής. Άρα θα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη και θα ισχύει:

$$T = F_\kappa \quad ή \quad \mu\, m\, g = \frac{m\upsilon^2}{R} \quad ή \quad \upsilon^2 = \mu\, g\, R \quad ή \quad \upsilon = \sqrt{\mu\, g\, R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μ, g, R έχουμε:

$$\upsilon = \sqrt{0{,}2 \cdot 10 \cdot 100}\ \text{m/s} \quad ή \quad \upsilon = 10\sqrt{2}\ \text{m/s} \quad ή \quad \upsilon = 14{,}1\ \text{m/s} \quad ή$$

$$\upsilon = 50{,}8\ \text{km/h}$$

Τι θα συμβεί αν ο οδηγός θελήσει να περάσει τη στροφή με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ευρεθείσα;

Είναι προφανές ότι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για να πάρει τη στροφή το όχημα θα είναι μεγαλύτερη. Συνεπώς θα απαιτηθεί μεγαλύτερη τριβή από την $T = \mu\, m\, g$. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει, το αυτοκίνητο θα φύγει προς τα έξω στη στροφή.

α) Ελαστικά σε καλή κατάσταση. β) Φθαρμένα ελαστικά.

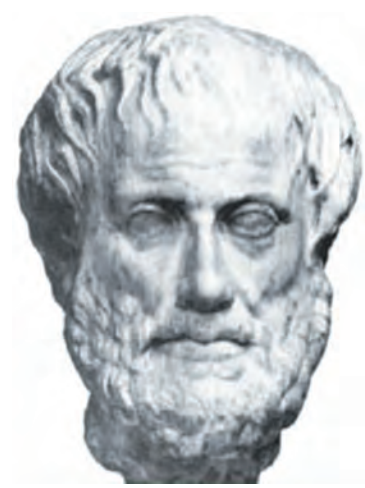
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Εργαζόμενοι ανά δύο μπορείτε να ερευνήσετε την επίδραση που έχει: α) το βρεγμένο οδόστρωμα και β) τα φθαρμένα λάστιχα, όταν το Ι.Χ. αυτοκίνητο κινείται όπως περιγράφεται στα Παραδείγματα 1 και 2;

Να χρησιμοποιήσετε τις σχέσεις των Παραδειγμάτων 1 και 2. Τεκμηριώστε την άποψή σας σε γραπτό κείμενο 10-15 γραμμών.

Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα

Η κίνηση των σωμάτων απασχόλησε τους αρχαίους Έλληνες Φυσικούς Φιλοσόφους οι οποίοι πρότειναν διάφορες θεωρίες για την ερμηνεία τόσο της έναρξης μιας κίνησης όσο και της παύσης της. Από τις διάφορες αυτές θεωρίες σημαντικότερη είναι αυτή του Αριστοτέλη (389-322 π.Χ.) διότι επηρέασε τη σκέψη των επόμενων γενεών ως την περίοδο του Νεύτωνα (1642-1727 μ.Χ.) ο οποίος ανέπτυξε τη θεωρία που δεχόμαστε σήμερα. Αξίζει να γνωρίσουμε λοιπόν τη θεωρία του Αριστοτέλη, η οποία ήταν πειστική για 20 αιώνες και την οποία αποδέχθηκαν επιστήμονες όπως οι da Vinci, J. Buridan, R. Descartes, G. Gallileo που έζησαν πριν από το Νεύτωνα.



Αριστοτέλης (389-322 π.Χ.).

Ο Αριστοτέλης στο έργο του “περί ουρανού” θεωρεί ότι όλος ο κόσμος είναι φτιαγμένος από τέσσερα στοιχεία: “γη” - “νερό” - “αέρας” - “φωτιά”, τα οποία έχουν σε διαφορετικό βαθμό τις ιδιότητες “βαρύ”, “ελαφρύ”, “ζεστό” και “κρύο”. Τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν την ιδιότητα να είναι βαριά ενώ ο αέρας και η φωτιά να είναι ελαφρά. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς το κέντρο του κόσμου το οποίο σύμφωνα με τον ίδιο ήταν η Γη. Έτσι αν τα στοιχεία αυτά αφεθούν ελεύθερα και τίποτα δεν διακόψει την κίνησή τους θα κατευθυνθούν προς την επιφάνεια της γης. Αντίθετα τα στοιχεία “φωτιά” και “αέρας” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς την περιφέρεια του κόσμου, να απομακρύνονται δηλαδή από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς εφόσον όλα τα σώματα πάνω στη γη αποτελούνται από τα τέσσερα αυτά στοιχεία θα έχουν ανάλογα με το συνδυασμό των στοιχείων που τα αποτελούν τη φυσική τάση να κινούνται προς την επιφάνεια της Γης ή να απομακρύνονται από αυτήν. Για παράδειγμα, ένα ξύλο το οποίο αποτελείται κυρίως από το στοιχείο “γη” θα πέφτει προς την επιφάνεια της γης ενώ ο καπνός αποτελούμενος περισσότερο από το στοιχείο “αέρας” θα ανεβαίνει προς τον ουρανό. Η “φυσική”, δηλαδή η ανεμπόδιστη κίνηση των σωμάτων, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη καθορίζεται από το συνδυασμό των στοιχείων από τα οποία αυτά αποτελούνται.

Υπάρχουν, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, και οι άλλες κινήσεις, αυτές που προκαλούνται από κάποια αιτία, και τις οποίες τις αποκαλεί “βίαιες”. Τέτοιου είδους κίνηση κάνει μια πέτρα όταν την πετάμε, ένα βέλος όταν εκτοξεύεται από το τόξο, κ.α.

Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη “*ο,τιδήποτε κινείται, κινείται από* *κάτι άλλο*", άποψη που σημαίνει ότι η κίνηση ενός σώματος, αν κάποιος το εκτοξεύει, πρέπει να αποδοθεί σε κάποια αιτία. Η αιτία που έθεσε αρχικά σε κίνηση το σώμα έθεσε ταυτόχρονα σε βίαιη κίνηση (παλινδρομική) τον αέρα ο οποίος το περιβάλλει. Καθώς ο αέρας δονείται ασκεί δύναμη πάνω στο σώμα και έτσι αυτό συνεχίζει να κινείται. Η παλινδρομική αυτή βίαιη κίνηση μεταδίδεται από το ένα στρώμα του αέρα στο άλλο συντηρώντας την κίνηση του σώματος. Η διάδοση της παλμικής αυτής κίνησης δεν γίνεται χωρίς απώλειες και έτσι μειώνεται βαθμιαία η ικανότητα του αέρα να κινεί το σώμα που εκτοξεύτηκε. Για το λόγο αυτό το σώμα σταδιακά πλησιάζει στη Γη στης οποίας την επιφάνεια τελικά θα πέσει. Εκτός από τη διάκριση σε "φυσικές" και "βίαιες" κινήσεις ο Αριστοτέλης διαχώρισε τις κινήσεις σε αυτές που γίνονται κοντά στην επιφάνεια της Γης και σε αυτές που κάνουν τα ουράνια σώματα, όπως η Σελήνη, οι πλανήτες και τα άστρα. Τα ουράνια σώματα, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, κινούνται ακατάπαυστα πάνω σε κυκλικές τροχιές γύρω από το κέντρο του κόσμου, τη Γη, σύμφωνα με τις απόψεις του. Η αιτία για αυτές τις κινήσεις ήταν το "πρώτο κινούν", η πρωταρχική δηλαδή αιτία της δημιουργίας του κόσμου.

Galileo Galilei (1564-1642).

Η διάκριση σε φυσικές και βίαιες κινήσεις εξακολούθησε να κυριαρχεί έως την περίοδο του Γαλιλαίου, ο οποίος διατύπωσε το νόμο της αδράνειας σύμφωνα με τον οποίον "*εφόσον ένα σώμα κινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης, θα συνεχίσει να κινείται ασταμάτητα με σταθερή ταχύτητα*". Σύμφωνα με τη θεώρηση του Γαλιλαίου, ένα σώμα που εκτοξεύτηκε στον αέρα θα συνεχίσει να κινείται λόγω αδράνειας ενώ η δύναμη του βάρους θα προκαλέσει την καμπύλωση της τροχιάς και τελικά την πτώση του στο έδαφος. Με το νόμο της αδράνειας γίνεται ένα μεγάλο βήμα προς τη διαμόρφωση της έννοιας της δύναμης όπως θα την καθορίσει ο Νεύτωνας. Παρά την πρόοδο που απετέλεσε η εισαγωγή της έννοιας της αδράνειας, η έννοια της δύναμης εξακολούθησε να είναι ασαφής και να συγχέεται με τη μυϊκή δύναμη, τη δύναμη της έκρηξης, την ικανότητα του τόξου να εκτοξεύει το βέλος, την προσπάθεια του εργάτη να ανυψώσει ένα βαρύ σώμα, κ.α.

Το έργο του Νεύτωνα δίνει στη δύναμη το νόημα που και σήμερα δεχόμαστε. Έτσι η δύναμη είναι η αιτία που αλλάζει την κινητική κατάσταση ενός σώματος ενώ η αδράνεια είναι η εγγενής φυσική δυσκολία για αυτήν την αλλαγή. Σύμφωνα με τον 1° νόμο, αν ένα σώμα κινείται και δεν ασκηθεί σε αυτό δύναμη, τότε θα συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα. Σύμφωνα με το 2° νόμο η αλλαγή της κινητικής κατάστασης (ακινησία, κίνηση με συγκεκριμένη ταχύτητα) θα προκληθεί από μια δύναμη ή τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων. Η δυσκολία να αλλάξει η κινητική κατάσταση ενός σώματος εξαρτάται τόσο από την αδράνεια (τη μάζα) του σώματος, όσο και από την αλλαγή που επιχειρούμε να προκαλέσουμε (το Δυ). Στο έργο του Νεύτωνα η αδράνεια υπεισέρχεται εκτός από τα φαινόμενα της κίνησης χωρίς την άσκηση δύναμης, και στα φαινόμενα της αλλαγής της κινητικής κατάστασης.

Isaac Newton (1642-1727).

Ο 3^{ος} νόμος του Νεύτωνα προκάλεσε σημαντική αλλαγή στην ιδιότητα "βαρύ" με την οποία είχε προικίσει τα στοιχεία ο Αριστοτέλης. Το βάρος δεν αποτελεί μια ιδιότητα των σωμάτων αλλά είναι εκδήλωση της αμοιβαίας έλξης μεταξύ του οποιουδήποτε σώματος και της γης. Δεν είναι ένα ξεχωριστό είδος δύναμης αλλά μια δύναμη όπως οι άλλες, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κινητική κατάσταση των σωμάτων. Καταργώντας ο Νεύτωνας την ιδιαιτερότητα του βάρους κατάργησε και τη διάκριση των κινήσεων σε "φυσικές" και "βίαιες". Έτσι η μελέτη της κίνησης των σωμάτων γίνεται με ενιαίο τρόπο σύμφωνα με τους τρεις νόμους που αυτός πρότεινε. Επιπλέον, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης μας επιτρέπει να έχουμε μια ενιαία περιγραφή της κίνησης των σωμάτων είτε αυτά κινούνται στη Γη είτε στο διάστημα.

Η σύγκριση των απόψεων του Αριστοτέλη και του Νεύτωνα για την κίνηση και τη δύναμη δείχνει ότι μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η μετάβαση από τις απόψεις του Αριστοτέλη στις απόψεις του Νεύτωνα δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη. Για να γίνει έπρεπε να αλλάξουν ριζικά οι αντιλήψεις για το Σύμπαν, τα στοιχεία που το αποτελούν, τη μέθοδο με την οποία πρέπει να ερευνάται η φύση, οι απόψεις για το ποια ερωτήματα πρέπει να απασχολούν τους ερευνητές, το νόημα των λέξεων: δύναμη, κίνηση, βάρος, κ.α.

Ντετερμινισμός ή χάος

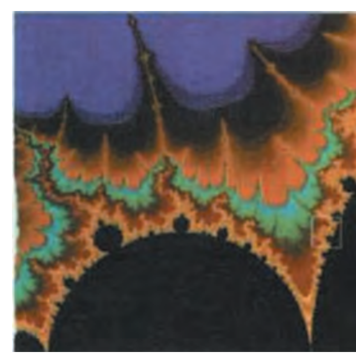
Η θεαματική άνοδος της επιστήμης οδήγησε πολλούς σκεπτόμενους ανθρώπους να πιστέψουν στην παγκόσμια ισχύ που εκείνη αξίωνε. Η όψη αυτή της πραγματικότητας οδήγησε τελικά στο συμπέρασμα πως το κάθετι που συμβαίνει στο Σύμπαν είναι συνέπεια των κινήσεων κι αλληλεπιδράσεων των ατόμων.

Στη Νευτώνεια Φυσική, η κίνηση καθορίζεται πλήρως με ντετερμινιστικούς νόμους. Ήδη στις αρχές του 19^{ου} αιώνα, ο Μαθηματικός-Φυσικός Πιέρ Σιμόν ντε Λαπλάς (Laplace) υπέθεσε πως, αν κάποιος μπορούσε να παρατηρήσει κάποια χρονική στιγμή όλα τα άτομα στο Σύμπαν και να καταγράψει τις κινήσεις τους, το μέλλον και το παρελθόν θα αποκαλύπτονταν. Αν το θέσουμε διαφορετικά, ολόκληρη η Ιστορία καθορίστηκε μέχρι την τελευταία λεπτομέρειά της όταν το Σύμπαν τέθηκε σε κίνηση. Η άνοδος και η πτώση των αυτοκρατοριών, το πάθος κάθε ξεχασμένης ερωτικής περιπέτειας δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα περισσότερο από την αναπόφευκτη λειτουργία των νόμων της Φυσικής, το Σύμπαν προχωρά προς το αμετάβλητο πεπρωμένο του σαν ένα γιγαντιαίο ρολόι.

Τι περιθώρια ελευθερίας, όμως, άφηνε για σωτηρία και καταδίκη, γι' αγάπη και μίσος, όταν η πιο ασήμαντη απόφαση που θα μπορούσε να πάρει οποιοσδήποτε άνθρωπος είχε καθοριστεί πριν από περισσότερο από 10 δισεκατομμύρια χρόνια; Αυτό έδωσε στους ηθικούς στοχαστές του $19^{ου}$ αιώνα αντικείμενο έρευνας. Αναμφισβήτητα, είναι ασύλληπτο ότι κάποιος θα μπορούσε πράγματι να φτάσει στην παντογνωσία που ζητούσε ο Λαπλάς. Αλλά το γεγονός ότι γενικά ήταν εφικτό θεωρήθηκε ως ένας "μεγαλοφυής" εφιάλτης.

Η Νευτώνεια Φυσική αποτέλεσε ένα μοντέλο στο οποίο έπρεπε ν' αποβλέπει όλη η ανθρώπινη γνώση. Καθώς ξεπρόβαλλαν οι κοινωνικές επιστήμες, έτειναν ν' απομακρύνονται από τις ανθρωπιστικές μελέτες από τις οποίες είχαν αναδυθεί. Οι κοινωνικοί στοχαστές εφάρμοζαν γενικούς νόμους για να εξηγήσουν την Ιστορία και την ανθρώπινη συμπεριφορά. Μερικοί, όπως ο Καρλ Μαρξ κι ο Σίγκμουντ Φρόυντ, επηρέασαν έντονα την Ιστορία.

Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως η κοσμοθεωρία αυτή βασίζεται σ' ένα δίχως προηγούμενο επίτευγμα στην επιστήμη, που από τότε δεν έχει επαναληφθεί. Οι νόμοι του Κέπλερ, που αποδείχθηκαν από τον Νεύτωνα, περιέγραφαν προφανώς το ηλιακό σύστημα όπως υπήρχε στο παρελθόν κι όπως θα υπάρξει στο ατέρμονο μέλλον. Αλλά ο ίδιος ο Νεύτωνας γνώριζε ότι η ιστορία δεν έπρεπε να τελειώνει εκεί. Οι νόμοι του Κέπλερ εφαρμόζονται τέλεια μόνο σ' ένα ηλιακό σύστημα που υπόκειται μόνο στη βαρύτητα του Ήλιου. Δε συνυπολογίζονται οι δυνάμεις που οι πλανήτες, μέσω της βαρύτητάς τους, ασκούν *ο ένας στον άλλο.*



Υπάρχει ένας βασικός λόγος για την παράλειψη αυτή. *Δεν υπάρχει καμία απλή ακριβής μαθηματική επίλυση για την κίνηση περισσοτέρων από δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων.* Αυτό συνέβαινε την εποχή του Νεύτωνα και παραμένει έτσι μέχρι σήμερα. Οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν γιατί ο Ήλιος είναι πολύ βαρύτερος από κάθε άλλον πλανήτη. Ο Δίας, ο μεγαλύτερος πλανήτης, είναι χίλιες φορές ελαφρύτερος από τον Ήλιο. Έτσι σε μια περίοδο χιλιάδων ετών, μεταφέρει στη Γη ορμή που ισοδυναμεί σε μέγεθος με τη βαρυτική επίδραση που ασκεί σε αυτήν ο Ήλιος σ' ένα χρόνο.

Γι' αυτό δε θα προκαλούσε έκπληξη να παρατηρήσουμε σημαντικές αλλαγές στην τροχιά της Γης σε μια χρονική κλίμακα χιλιάδων χρόνων.

Ο Νεύτωνας εξέτασε το πρόβλημα αυτό και δεν του φάνηκε και τόσο ανησυχητικό. Ενδόμυχα, ελάχιστα αποδεχόνταν τον απόμακρο Θεό των θεϊστών φίλων του, προτιμώντας κάποια θεότητα της Παλαιάς Διαθήκης που είχε να κάνει με τον καθημερινό συντονισμό των δημιουργημάτων Του. Το ηλιακό σύστημα θα διατηρείτο σταθερό με την άμεση επέμβαση ενός φιλάνθρωπου Κυρίου.

Ο Λαπλάς απέδειξε αργότερα πως οι αμοιβαίες έλξεις των πλανητών τείνουν σ' ένα μέσο όρο και η σταθερότητα που φοβόνταν ο Νεύτωνας ανέρχεται σ' έναν αριθμό αργών, κυκλικών μεταβολών των πλανητικών τροχιών. Αλλά αυτά αποτελούσαν προσεγγιστικούς μόνο υπολογισμούς. Αργότερα, το $19^{ο}$ αιώνα, ο Ανρί Πουανκαρέ απηύθυνε το γενικό ερώτημα των αμοιβαίων αλληλεπιδράσεων τριών ακριβώς σωμάτων και βρήκε πως μερικές διατάξεις ήταν πολύ ασταθείς. Μερικές, μη μετρήσιμες διαφορές στις αρχικές συνθήκες μπορούσαν να οδηγήσουν σε ριζικές διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Ομολογώντας πως η σκέψη και μόνο των περιπτώσεων αυτών τον αρρώσταινε, ο Πουανκαρέ εγκατέλειψε τη μελέτη αυτή.

Σήμερα, με τη βοήθεια υπολογιστών, έχουν βρεθεί αμέτρητα παραδείγματα μη προβλεψιμότητας. Μελέτες των πιο παθολογικών περιπτώσεων φέρουν όνομα *χάος*.

Στη δεκαετία του 1960, οι άνθρωποι που προέβλεπαν τις καιρικές συνθήκες στράφηκαν στους υπολογιστές ελπίζοντας σε μια απάντηση για καλύτερες προβλέψεις μακράς διαρκείας. Η ατμόσφαιρα υπάκουε σε φυσικούς νόμους που είχαν καλά κατανοηθεί, αλλά ήταν τόσο μεγάλη και πολύπλοκη που μόνο μια υπερυπολογιστική μηχανή θα μπορούσε να παρακολουθήσει τη μελλοντική της εξέλιξη. Στα κατοπινά χρόνια, η ισχύς των υπολογιστών αυξήθηκε περισσότερο από εκατό χιλιάδες φορές και οι δορυφόροι παρείχαν ακόμη πιο λεπτομερείς πληροφορίες για τον καιρό. Όμως, η προβλεψιμότητα του καιρού παραμένει περιορισμένη στο όριο των πέντε έως δέκα ημερών. Έχει ειπωθεί ότι κι ένα μόνο φτερούγισμα πεταλούδας σε μια ευαίσθητη περιοχή θα μπορούσε ίσως να καθορίσει κατά πόσο θα ξεσπάσει τυφώνας, ύστερα από εβδομάδες, χιλιάδες μίλια μακριά, σε μια πυκνοκατοικημένη περιοχή, ή θα αποβεί αβλαβής καθώς θα εξελιχθεί σε μια άγονη πεδιάδα.

Σήμερα, έχουμε συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν όρια στη δυνατότητά μας να προβλέψουμε το μέλλον. Μερικά πράγματα, όπως οι πλανητικές κινήσεις, μπορούν να προβλεφθούν για χιλιετίες, άλλα για μερικές ώρες, μερικά μόνο για δέκατα του μικροδευτερολέπτου.

Ο εφιάλτης του ντετερμινισμού είναι ακριβώς αυτό που υπονοεί η ίδια η λέξη, ένα κακό όνειρο που έχει μικρή σχέση με την πραγματικότητα. Οποιοδήποτε μικρό σφάλμα στη γνώση μας για το παρόν μπορεί να οδηγήσει σε δραστικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντικρίζουμε το μέλλον.

Η κβαντική θεωρία έχει δείξει ότι ποτέ δεν ήταν δυνατό να έχουμε τέλεια γνώση του παρόντος. Το μέλλον, όπως καταλαβαίνουμε και με τη διαίσθησή μας, δε μας ανήκει για να το γνωρίζουμε.

Απόσπασμα από το βιβλίο:
"*Φυσική για ποιητές*" *του Robert March.*

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οριζόντια βολή είναι η σύνθετη επίπεδη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή της ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας)** των κινήσεων. Σύμφωνα με αυτή την αρχή, όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φθάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t η κάθε μία.

Ένα κινητό εκτελεί **ομαλή κυκλική κίνηση** όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Περίοδος της κυκλικής κίνησης (T) ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιστροφή, ενώ ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα (f) της κυκλικής κίνησης. Η μεταξύ τους σχέση είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Η **γραμμική ταχύτητα** στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει σταθερή τιμή και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση μια και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά ενώ η τιμή της δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση χρειάζεται η γνώση του ρυθμού με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες, γι' αυτό ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα ($\vec{\omega}$)**. Η τιμή της είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντιστοίχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα μέτρησης το 1 rad/s και με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο της και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η σχέση μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας είναι:

$$\upsilon = \omega R$$

Επειδή στην ομαλή κυκλική κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**. Δίνεται δε από τη σχέση:

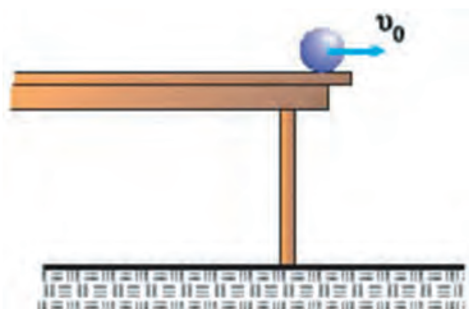
$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα επομένως, ασκείται δύναμη με κατεύθυνση επίσης προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

$$F_\kappa = m\alpha_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Μια σφαίρα ηρεμεί στην άκρη ενός τραπεζιού. Στη σφαίρα δίνεται ταχύτητα υ_0, όπως φαίνεται στην εικόνα. Να γράψετε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση της σφαίρας και να εξηγήσετε πώς υπολογίζεται ο χρόνος που κάνει να πέσει η σφαίρα στο δάπεδο.



2. Η σφαίρα της προηγούμενης ερώτησης αποκτά αρχική ταχύτητα $2\upsilon_0$. Ο χρόνος πτώσης της σφαίρας θα αλλάξει σε σχέση με πριν;

3. Ένα αεροπλάνο ταξιδεύει παράλληλα προς το έδαφος. Από το αεροπλάνο αφήνεται μια βόμβα. Για ποιο λόγο η βόμβα δεν πέφτει κατακόρυφα;

4. Πότε η κίνηση ενός σώματος χαρακτηρίζεται ομαλή κυκλική;

5. Πώς ορίζεται η γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση;

6. Τα σημεία ενός δίσκου CD κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Όλα τα σημεία του δίσκου CD έχουν την ίδια περίοδο; Έχουν και ίδιες ταχύτητες;

7. Να αποδείξετε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση.

8. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται επιτάχυνση. Από ποια σχέση υπολογίζουμε την τιμή της;
   Ποια είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του αντικειμένου;

9. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να βγάλετε σχέση μεταξύ της δύναμης και της ταχύτητας.

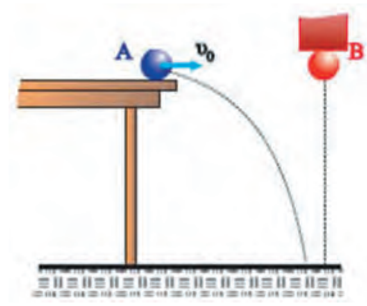
10. Στην εικόνα φαίνονται δύο πανομοιότυπες σφαίρες. Η σφαίρα Α αφήνει το τραπέζι την ίδια στιγμή που η σφαίρα Β αφήνει τον μαγνήτη.
    Ποια σφαίρα φτάνει πρώτη στο πάτωμα;

    Α. Φτάνει πρώτα η σφαίρα Β.

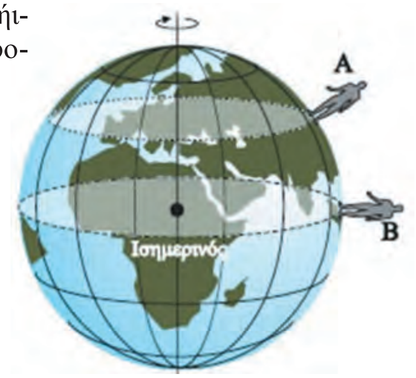
    Β. Φτάνει πρώτα η σφαίρα Α.

    Γ. Φτάνουν ταυτόχρονα.

    Δ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν γνωρίζουμε το ύψος.



11. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β της γήινης επιφάνειας. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μια περιστροφή σε 24h.
Ποιος από τους δύο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα;



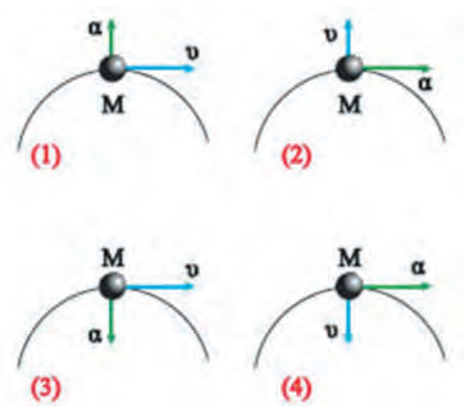
Α. Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Α.

Β. Ο άνθρωπος που είναι στο σημείο Β.

Γ. Και οι δύο έχουν ίσες ταχύτητες.

Δ. Δεν μπορούμε να ξέρουμε με αυτά τα δεδομένα.

12. Ένα σημείο Μ κινείται πάνω σε μια περιφέρεια.
Ποιο από τα επόμενα σχήματα είναι σωστό;



13. Μια μοτοσυκλέτα κινείται σε κυκλική πίστα με ταχύτητα σταθερής τιμής. Όταν διπλασιαστεί η τιμή της ταχύτητας η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι:

Α. Ίδια.

Β. Διπλασιάζεται.

Γ. Υποδιπλασιάζεται.

Δ. Τετραπλασιάζεται.

14. Να συμπληρώσετε τα κενά στο κείμενο. Ένα μικρό πακέτο αφήνεται από αεροπλάνο που πετά οριζόντια σε ύψος h. Τη στιγμή που αφήνεται το πακέτο αυτό έχει ταχύτητα ίδιας τιμής με την ταχύτητα του .... Η κίνηση του πακέτου μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη σύνθεση δύο επιμέρους κινήσεων. Μια η οποία εξελίσσεται σε οριζόντια διεύθυνση και είναι .... και μια που εξελίσσεται σε κατακόρυφη διεύθυνση και είναι ....

15. Να συμπληρωθούν τα κενά στο παρακάτω κείμενο. Στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός αντικειμένου εμφανίζεται .... επιτάχυνση. Η τιμή της επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση .... Η γραμμική ταχύτητα του αντικειμένου συνδέεται με τη γωνιακή του με τη σχέση .... Η τιμή της γραμμικής ταχύτητας παραμένει .... ενώ αλλάζει συνέχεια η .... της.

16. Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρωθούν τα κενά με τις λέξεις: μεγαλύτερη, μικρότερη, σταθερή.

Α. Ο ωροδείκτης ενός ρολογιού έχει .... γωνιακή ταχύτητα από το λεπτοδείκτη.

Β. Η τιμή της ταχύτητας του άκρου του λεπτοδείκτη είναι ....

Γ. Ο λεπτοδείκτης έχει .... περίοδο από τον ωροδείκτη.

17. Στις παρακάτω σχέσεις, που αφορούν την ομαλή κυκλική κίνηση ενός σώματος, να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα υ, ω, f, R.

Α. $\upsilon = 2\pi f \ldots$ Β. $T = \dfrac{1}{\ldots\ldots}$

Γ. $\upsilon = \ldots\ldots R$ Δ. $s = \ldots\ldots\ldots t$

18. Να συμπληρωθούν τα κενά των παρακάτω σχέσεων.

Α. $F_\kappa = m\dfrac{\ldots\ldots}{R}$ Β. $\alpha = \dfrac{\upsilon^2}{\ldots\ldots\ldots}$

Γ. $\omega = \dfrac{\upsilon}{\ldots\ldots}$ Δ. $T = \mu\ldots\ldots$

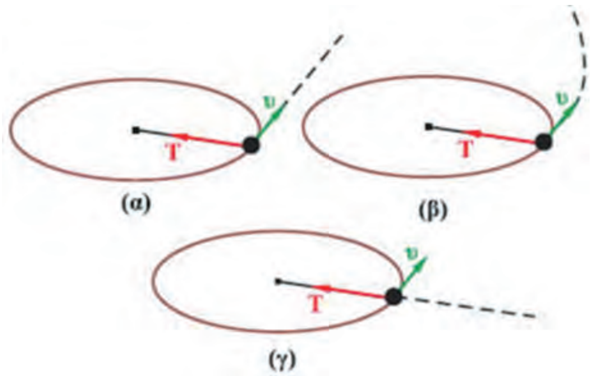
19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

Α. Για να πραγματοποιήσει ένα σώμα κυκλική κίνηση δεν απαιτείται δύναμη.

Β. Ένα σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση δεν επιταχύνεται.

Γ. Για να πραγματοποιήσει κυκλική κίνηση ένα σώμα πρέπει να ασκείται πάνω του κεντρομόλος δύναμη.

20. Το σφαιρίδιο της εικόνας περιφέρεται κυκλικά σε οριζόντιο επίπεδο λόγω της δύναμης που του ασκεί το νήμα. Αν κοπεί το νήμα, στη θέση που φαίνεται στις εικόνες, ποια εικόνα αναπαριστά τη μετέπειτα τροχιά του σφαιριδίου;



ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

Α. Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

Β. Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα οριζόντια με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος:

i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

ii) Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει στο έδαφος;

2. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h = 500m με ταχύτητα 150m/s και αφήνει μια βόμβα.

Α. Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

Β. Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

Γ. Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.

***3.** Ένα όχημα έχει λάστιχα διαμέτρου 0,8m. Βρείτε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου στο πέλμα του ελαστικού όταν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 35m/s.

***4.** Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση που οφείλεται στην περιστροφή της Γης, ενός αντικειμένου που βρίσκεται στον Ισημερινό της Γης. Δίνεται ότι η ακτίνα του Ισημερινού είναι 6.380km. Η περίοδος περιστροφής της Γης είναι Τ = 24h.

5. Ένα pulsar (ταχέως περιστρεφόμενο αστέρι νετρονίων) έχει διάμετρο 13,8km και περιστρέφεται με συχνότητα 8,5Hz. Υπολογίστε την ταχύτητα και την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου που βρίσκεται στον Ισημερινό του αστεριού.

6. Ένας περιστρεφόμενος κάδος στεγνωτήρα λειτουργεί εκτελώντας 780 περιστροφές το λεπτό. Ο κάδος έχει διάμετρο 0,66m. Υπολογίστε:

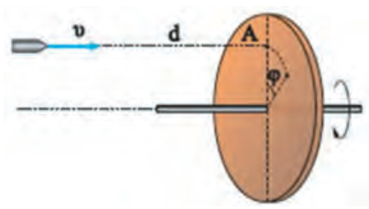
Α. Την ταχύτητα ενός σημείου που βρίσκεται πάνω στο τοίχωμα του κάδου.

Β. Την κεντρομόλο επιτάχυνση ενός σημείου του τοιχώματος.

***7.** Ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα γύρω από μια κυκλική πλατεία διαμέτρου 135,2m. Στην κίνηση αυτή η τριβή μεταξύ των τροχών και του οδοστρώματος, η οποία εμποδίζει την πλευρική ολίσθηση του αυτοκινήτου, λειτουργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Εάν αυτή η τριβή δεν πρέπει να υπερβαίνει το 25% του βάρους του αυτοκινήτου, υπολογίστε τη μεγίστη ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το αυτοκίνητο χωρίς να ολισθαίνει.
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

8. Να βρεθούν η περίοδος του ωροδείκτη και η περίοδος του λεπτοδείκτη ενός ρολογιού. Κάποια στιγμή το ρολόι δείχνει 12 το μεσημέρι. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες σχηματίζουν γωνία π/3 για πρώτη φορά;

9. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση d = 2m από το σημείο Α του δίσκου έχει ταχύτητα υ = 400m/s. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο Α έχει περιστραφεί κατά γωνία φ = 45°.
Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.

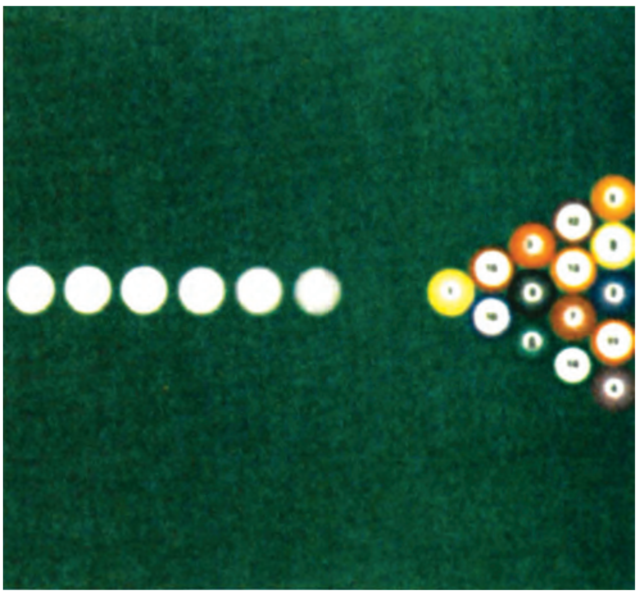


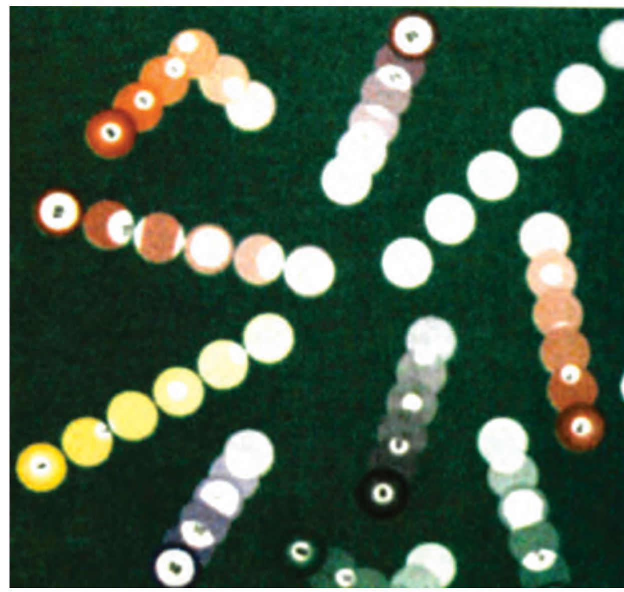
10. Δορυφόρος εκτελεί κυκλική κίνηση σε ύψος h = 6.400km από την επιφάνεια της Γης και έχει περίοδο 4h. Αν η ακτίνα της Γης είναι R = 6.400km, να υπολογιστούν:

Α. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

Β. Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου.

2 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ





Στις προηγούμενες ενότητες, μελετήσαμε την κίνηση των σωμάτων και την αλλαγή της με τη βοήθεια των μεγεθών της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης. Η κίνηση των σωμάτων και ειδικότερα η αλλαγή της ταχύτητάς τους μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια περισσότερο αφηρημένων μεγεθών, όπως η ορμή. Η εισαγωγή του μεγέθους αυτού στη μελέτη των φαινομένων μας επιτρέπει να δώσουμε ευρύτερο νόημα στο μέγεθος της δύναμης και να μελετήσουμε περισσότερο πολύπλοκα φαινόμενα, όπως η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.

Στο κεφάλαιο αυτό, θα εισαχθεί η έννοια του συστήματος δύο σωμάτων και θα μελετήσουμε τις δυνάμεις που επηρεάζουν την κινητική κατάσταση των σωμάτων του συστήματος. Θα μελετήσουμε τόσο θεωρητικά όσο και πειραματικά την αρχή διατήρησης της ορμής σε συστήματα δύο σωμάτων. Επίσης, θα χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της ορμής στη μελέτη φαινομένων όπως η κρούση και η κίνηση των πυραύλων.

2-1 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ. ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Σε προηγούμενες ενότητες ασχοληθήκαμε με τα θέματα της δύναμης και της κίνησης. Χαρακτηριστικό του τρόπου μελέτης ήταν ότι εστιάζαμε την προσοχή μας σε ένα μόνο σώμα. Επιπλέον παραβλέπαμε αν το κινούμενο σώμα ήταν αυτοκίνητο, άνθρωπος, αεροπλάνο κ.τ.λ. Τα πραγματικά σώματα τα αντιπροσώπευε μια συμβολική οντότητα: *το σωμάτιο*. Στην πορεία της μελέτης μάθαμε ότι πρέπει στην περιγραφή μας να συμπεριλάβουμε εκτός από το κινούμενο σώμα την αιτία της αλλαγής της κίνησης, δηλαδή τη δύναμη.

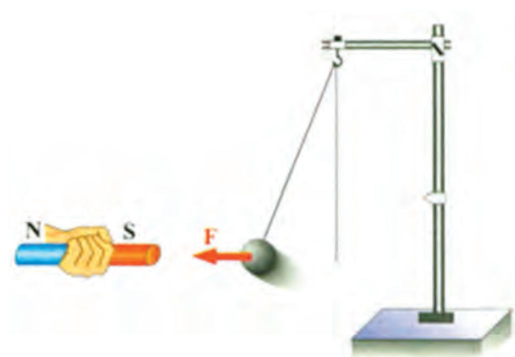
Έτσι η περιγραφή του φαινομένου της κίνησης έγινε πιο πλήρης.

Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα αφορούσαν την κίνηση ενός μόνο σώματος. Όμως ο τρίτος νόμος μας υποχρέωσε να συμπεριλάβουμε στην περιγραφή εκτός από το κινούμενο σώμα ένα δεύτερο, αυτό με το οποίο αλληλεπιδρά το πρώτο.

Το βήμα αυτό είναι πολύ σημαντικό καθώς εισάγει στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης δύο νέες έννοιες: την έννοια της **αλληλεπίδρασης** και την έννοια του **συστήματος των σωμάτων**.

Δυο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Για παράδειγμα η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρά με το μαγνήτη (Εικ. 2.1). Αν και σε εμάς φαίνεται ότι μόνο ο μαγνήτης έλκει τη μεταλλική σφαίρα, η πραγματικότητα είναι διαφορετική.

Πράγματι αν κάνουμε το πείραμα που φαίνεται στην εικόνα 2.2, θα δούμε ότι και η μεταλλική σφαίρα έλκει το μαγνήτη. Αυτό λοιπόν που συμβαίνει στη φύση

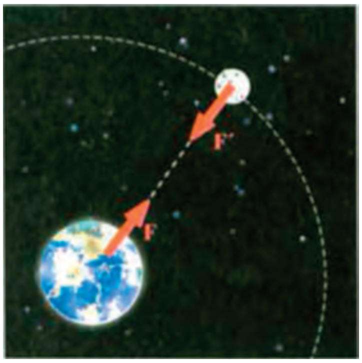


Εικ. 2.1 Ο μαγνήτης έλκει τη σφαίρα.

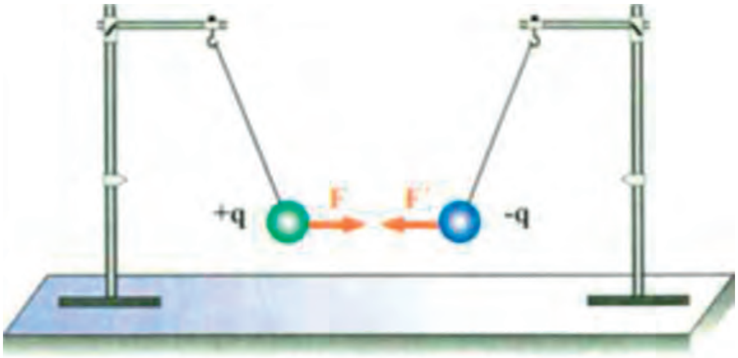
Εικ. 2.2 Η σφαίρα έλκει το μαγνήτη.

είναι ότι ο μαγνήτης και η μεταλλική σφαίρα αλληλεπιδρούν.

Παραδείγματα αλληλεπίδρασης είναι η έλξη μεταξύ Γης και Σελήνης (Εικ. 2.3), μεταξύ φορτισμένων σωμάτων (Εικ. 2.4), κ.τ.λ.



Εικ. 2.3 Η βαρυτική αλληλεπίδραση Γης - Σελήνης.

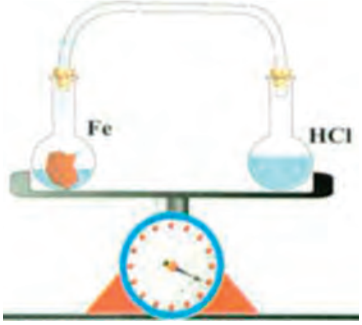


Εικ. 2.4

Η έννοια του συστήματος μας είναι γνωστή και από το νόμο διατήρησης της μάζας τον οποίο διατύπωσε ο Lavoissier.

Σύμφωνα με το νόμο αυτό: *η μάζα ενός συστήματος σωμάτων που αλληλεπιδρούν χημικά παραμένει σταθερή.*

Γνωρίζουμε ότι ο σίδηρος (Fe) και το υδροχλωρικό οξύ (HCl) αλληλεπιδρούν χημικά. Ας θεωρήσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 2.5. Αν ανυψώσουμε τη φιάλη που περιέχει το HCl ώστε αυτό να έρθει σε επαφή με το Fe θα γίνει χημική αντίδραση και θα παραχθούν H_2 και $FeCl_2$. Θα παρατηρήσουμε ότι τόσο στη διάρκεια του φαινομένου, όσο και μετά απ' αυτό η ένδειξη του ζυγού παραμένει η ίδια (Εικ. 2.5). Αν όμως κάνουμε το ίδιο πείραμα με ανοικτά τα δύο δοχεία (Εικ. 2.6), τότε η ένδειξη του ζυγού θα γίνει μικρότερη διότι θα έχει διαφύγει στην ατμόσφαιρα το H_2.

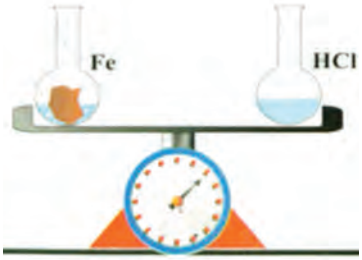


Εικ. 2.5 Κλειστό σύστημα.

Συνεπώς η αρχή διατήρησης της μάζας στα χημικά φαινόμενα ισχύει όταν το σύστημα είναι κλειστό, δηλαδή δεν εισέρχεται, ούτε εξέρχεται μάζα στο σύστημα.

Αν στη Χημεία είναι εύκολο να απομονώσουμε ένα σύστημα σωμάτων από το περιβάλλον του, για παράδειγμα τον αέρα που είναι και αυτός σώμα, στη Φυσική τα πράγματα είναι πιο πολύπλοκα. Για παράδειγμα ο μαγνήτης αλληλεπιδρά με τη μεταλλική σφαίρα (Εικ. 2.1 και Εικ. 2.2). Αποτελούν όμως ένα σύστημα;

Η απάντηση είναι ΝΑΙ. Στη Φυσική μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ένα σύνολο δύο ή περισσοτέρων σωμάτων που αλληλεπιδρούν αποτελούν σύστημα. Ωστόσο τα σώματα αυτά επειδή αλληλεπιδρούν και με άλλα σώ-

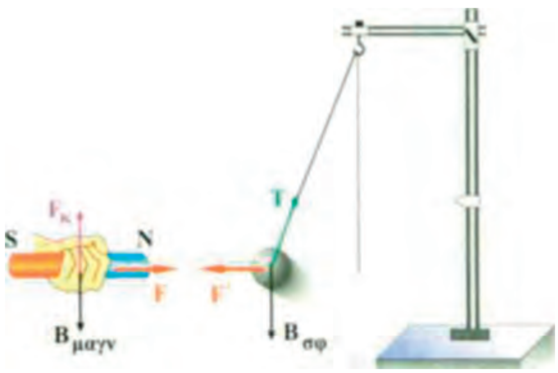


Εικ. 2.6 Ανοικτό σύστημα.

ματα μπορούν να ανήκουν και σε άλλα συστήματα. Παραδείγματος χάρη στο μαγνήτη εκτός από την έλξη από τη μεταλλική σφαίρα ασκείται δύναμη από το χέρι μας και δύναμη από τη Γη (Εικ. 2.7). Στη μεταλλική σφαίρα ασκείται εκτός από την έλξη του μαγνήτη το βάρος της και η τάση του νήματος (Εικ. 2.7).

Επίσης στα σώματα ασκούνται δυνάμεις και από το μαγνητικό πεδίο της Γης, τις οποίες θεωρούμε αμελητέες διότι δεν επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου. Προκειμένου να αποδώσουμε τις διαφορές μεταξύ αυτών των δυνάμεων χρησιμοποιούμε τους όρους:

εσωτερικές και **εξωτερικές** δυνάμεις.



Εικ. 2.7

Έτσι για το σύστημα μαγνήτης - σφαίρα, για μεν το μαγνήτη:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος $B_{μαγν}$ και η δύναμη $F_κ$ από το χέρι.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F από τη σφαίρα.

Για δε τη μεταλλική σφαίρα:

Εξωτερικές δυνάμεις είναι το βάρος της $B_{σφ}$ και η τάση T του νήματος.

Εσωτερική δύναμη είναι η ελκτική δύναμη F του μαγνήτη.

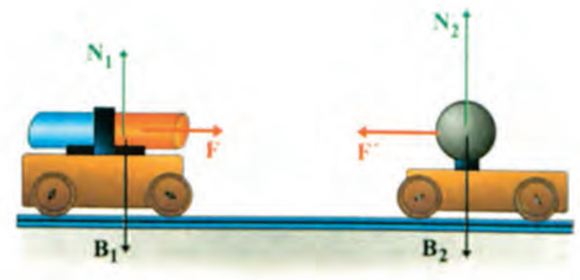
Γενικεύοντας, μπορούμε να συμφωνήσουμε ότι σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**,

β) δυνάμεις που προέρχονται από άλλα σώματα και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Αν στην περίπτωση της διατήρησης της μάζας στη χημική αλληλεπίδραση μπορέσαμε να “στεγανοποιήσουμε” το σύστημα από το περιβάλλον του, στη Φυσική δύσκολα μπορούμε να “απομονώσουμε” ένα σύστημα από την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων. Αν όμως οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε το σύστημα αυτό θα ονομάζεται **μονωμένο**.

Ας εξετάσουμε το σύστημα που φαίνεται στην εικόνα 2.8. Ο μαγνήτης και η σφαίρα έχουν στερεωθεί πάνω σε αμαξάκια τα οποία μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές σε ένα οριζόντιο τραπέζι.



Εικ. 2.8

Ποιες είναι οι εσωτερικές και ποιες οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που αποτελούν το σύστημα;

Ας τις προσδιορίσουμε αναλυτικά.

<u>Στο μαγνήτη ασκούνται οι δυνάμεις:</u>

α) Το βάρος του B_1.

β) Η αντίδραση N_1 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

γ) Η έλξη F από τη μεταλλική σφαίρα.

<u>Στη μεταλλική σφαίρα ασκούνται οι δυνάμεις:</u>

α) Το βάρος της B_2.

β) Η αντίδραση N_2 από την επιφάνεια στην οποία βρίσκεται.

γ) Η έλξη από το μαγνήτη.

Για τα σώματα του συστήματος το βάρος και η αντίδραση είναι εξωτερικές δυνάμεις, ενώ οι μεταξύ τους έλξεις είναι εσωτερικές.

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων για κάθε ένα από τα σώματα είναι μηδέν, διότι ισχύει:

$$B_1 = N_1 \quad \text{και} \quad B_2 = N_2$$

Συνεπώς το σύστημα μαγνήτης-μεταλλική σφαίρα είναι μονωμένο. Έτσι η κίνησή τους θα καθορίζεται αποκλειστικά από τις εσωτερικές δυνάμεις.

Γενικότερα, σε ένα μονωμένο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν μηδενική συνισταμένη.

Πρέπει να τονίσουμε ότι στη φύση δεν υπάρχουν μονωμένα συστήματα. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε ένα σύστημα μονωμένο κάνοντας προσεγγίσεις στις οποίες θεωρούμε αμελητέες διάφορες εξωτερικές δυνάμεις.

Για παράδειγμα στο σύστημα που μελετήσαμε δεχθήκαμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και αγνοήσαμε την αντίσταση του αέρα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

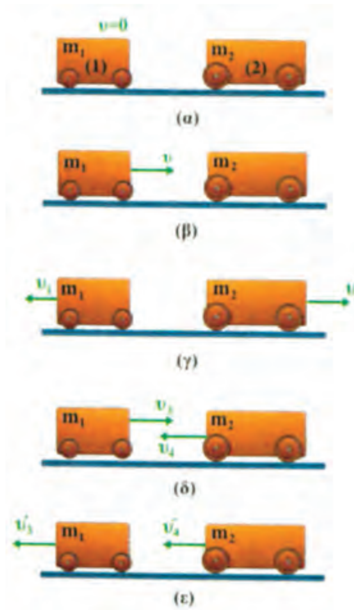
Τα δύο συστήματα που φαίνονται στις εικόνες α, β μπορούν να θεωρηθούν μονωμένα;

Να εξηγήσετε την άποψή σας.

2-2 ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΚΡΟΥΣΗΣ

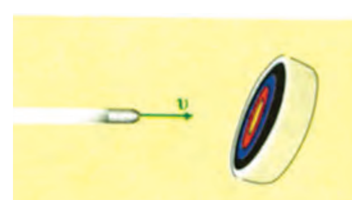
Ας θεωρήσουμε το μονωμένο σύστημα της εικόνας 2.9α. Το αμαξάκι (1) έχει μάζα m_1, το αμαξάκι (2) έχει μάζα m_2 και γνωρίζουμε ότι $m_1 < m_2$. Αν σπρώξουμε το πρώτο αμαξάκι, αυτό θα αρχίσει να κινείται (Εικ. 2.9β). Στη συνέχεια θα χτυπήσει το δεύτερο και μετά τα δύο αμαξάκια θα κινούνται έστω σε αντίθετες κατευθύνσεις με διαφορετικές ταχύτητες (Εικ. 2.9γ). Μπορούμε να σπρώξουμε ταυτόχρονα τα δύο αμαξάκια, ώστε αυτά να πλησιάσουν το ένα το άλλο (Εικ. 2.9δ). Ανάλογα με τις ταχύτητες που θα δώσουμε μπορεί να προκύψουν μετά τη σύγκρουση διάφορα αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα να κινούνται όπως φαίνεται στην εικόνα 2.9ε.

Οι παραπάνω περιπτώσεις ανήκουν σε μια γενικότερη κατηγορία φαινομένων τα οποία ονομάζονται **φαινόμενα κρούσης**. Στην κατηγορία αυτή υπάγονται φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων (Εικ. 2.10), το σφήνωμα του βλήματος στο στόχο (Εικ. 2.11), κ.ά.



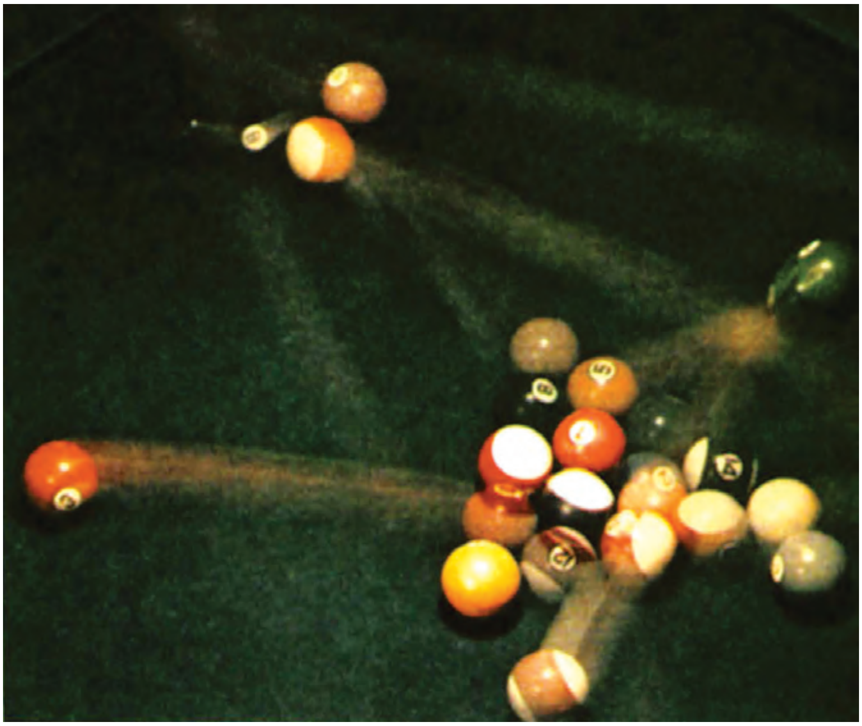
Εικ. 2.9 Οι ταχύτητες πριν από την κρούση (β), (δ). Οι ταχύτητες μετά την κρούση (γ), (ε), έχουν αλλάξει.

Εικ. 2.10



Εικ. 2.11

Υπάγονται ακόμα φαινόμενα, όπως η σύγκρουση των σφαιρών του μπιλιάρδου (Εικ. 2.12), ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια, όπως τα πρωτόνια, κ.τ.λ.



Εικ. 2.12

Μπορούμε όμως να περιγράψουμε όλα αυτά τα φαινόμενα με έναν απλό και ενιαίο τρόπο; Η απάντηση είναι καταφατική και στηρίζεται στην έννοια του συστήματος. Πράγματι, σε όλες τις περιπτώσεις:

α) τα σώματα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους,

β) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα.

Ακόμα και στην περίπτωση των αυτοκινήτων (Εικ. 2.10) στην οποία οι εξωτερικές δυνάμεις δεν έχουν συνισταμένη μηδέν, επειδή υπάρχουν τριβές, οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά τη σύγκρουση είναι τόσο μεγάλες ώστε μπορούμε να αγνοήσουμε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις. Δηλαδή να θεωρούμε το σύστημα μονωμένο.

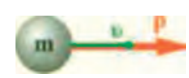
2-3 Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Η μελέτη του φαινομένου της κρούσης και η περιγραφή του με τη βοήθεια κατάλληλα επινοημένων μεγεθών απασχόλησε τους επιστήμονες πολύ πριν από την εποχή του Νεύτωνα. Το αποτέλεσμα ήταν να καταλήξουν, περί τα τέλη του 17^{ου} αιώνα, στην εισαγωγή ενός νέου φυσικού μεγέθους που σήμερα χαρακτηρίζεται με το όνομα ορμή. Το ερώτημα που προέκυπτε κάθε φορά που μελετούσαν μια σύγκρουση ήταν: το φαινόμενο θα είναι άραγε πιο έντονο αν τα συγκρουόμενα σώματα έχουν μεγάλη μάζα, ή μεγάλη ταχύτητα;

Η απάντηση στην οποία κατέληγαν και που σήμερα και εμείς επιβεβαιώνουμε με την καθημερινή μας εμπειρία ήταν πως *το αποτέλεσμα της κρούσης επηρεάζεται τόσο από τη μάζα, όσο και από την ταχύτητα των συγκρουόμενων σωμάτων.*

Έτσι ορίζουμε την ορμή p ενός σώματος ως το φυσικό μέγεθος που η τιμή του εξαρτάται από τη μάζα και την ταχύτητα του σώματος. Συγκεκριμένα είναι:

$$\vec{p} = m\,\vec{\upsilon} \qquad (1)$$



Η ορμή, όπως προκύπτει από τη σχέση (1), είναι **μέγεθος διανυσματικό** που έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος και η τιμή του είναι:

$$p = m\,\upsilon$$

Η μονάδα μέτρησής της στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I. είναι το **1kgm/s**.

Όπως ήδη έχουμε αναφέρει, η σημασία της έννοιας της ορμής είναι πολύ μεγάλη για τη Φυσική, αφού με αυτήν μπορούμε να μελετήσουμε φαινόμενα κρούσης. Ωστόσο, πολλές φορές χρησιμοποιούμε την έννοια της ορμής για να μελετήσουμε εξίσου καλά μια κίνηση.

Όπως θα δούμε στις επόμενες παραγράφους, η περιγραφή της κρούσης με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής πλεονεκτεί της περιγραφής με τη βοήθεια της έννοιας της ταχύτητας, γιατί **η ορμή ως φυσικό μέγεθος διατηρείται**.

Η ιδιότητα αυτή της ορμής είναι πολύ χρήσιμη, αφού μας επιτρέπει να κάνουμε προβλέψεις και να καταλήγουμε σε συμπεράσματα που αφορούν στην κίνηση ενός σώματος ή ενός συστήματος, χωρίς να χρειάζεται ο κουραστικός υπολογισμός όλων των λεπτομερειών της κίνησης.

Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι, αν ένα σώμα το οποίο κινείται με ταχύτητα υ είναι εκτός του πεδίου βαρύτητας, δεν μπορεί να έχει ορμή.

Συζητήστε στην ομάδα σας αν αληθεύει αυτός ο ισχυρισμός.

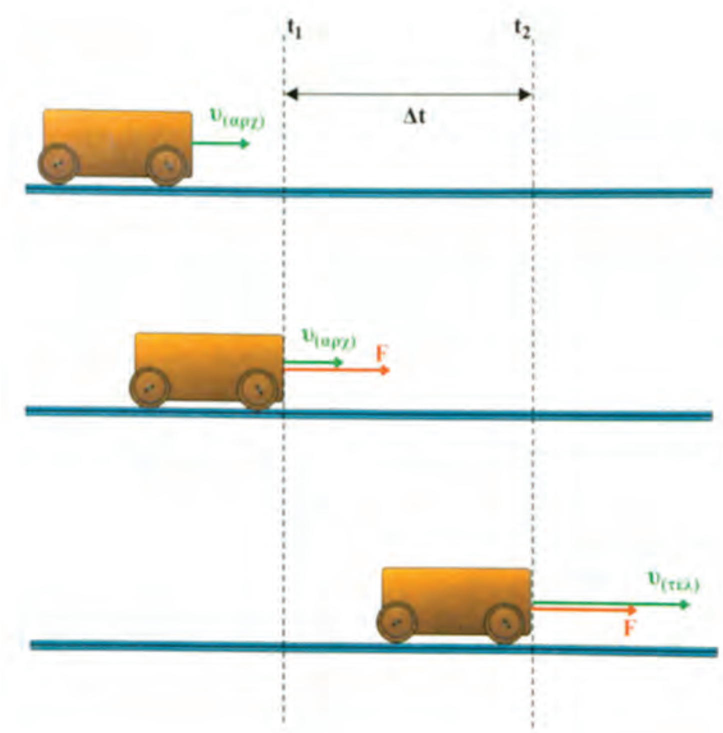
2-4 Η ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2, κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται δυνάμεις μεγάλου μέτρου. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν τις αλλαγές στην ταχύτητα και την ορμή των σωμάτων που συγκρούονται.

Συνεπώς πρέπει να αναζητήσουμε σχέση μεταξύ δύναμης και ορμής, εικόνα 2.13.

Μερικοί μαθητές θεωρούν την ορμή ενός σώματος παρόμοια έννοια με τη δύναμη που "έχει" το σώμα ή τη δύναμη που ασκείται στο σώμα.

Ποια είναι η δική σας άποψη;



Εικ. 2.13
Η άσκηση της δύναμης F προκάλεσε την αύξηση της ταχύτητας από $\upsilon_{αρχ}$ σε $\upsilon_{τελ}$ και συνεπώς αύξηση της ορμής του σώματος.

Τη σχέση αυτή μπορούμε να τη βρούμε, αν συνδυάσουμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$$\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

με τη σχέση $\vec{\alpha} = \dfrac{\vec{\upsilon}_{τελ} - \vec{\upsilon}_{αρχ}}{\Delta t}$ που ορίζει την επιτάχυνση.

Αντικαθιστώντας στην πρώτη την τιμή της επιτάχυνσης από τη δεύτερη προκύπτει ότι:

$$\vec{F} = m\frac{\vec{\upsilon}_{τελ} - \vec{\upsilon}_{αρχ}}{\Delta t} \quad ή \quad \vec{F} = \frac{m\vec{\upsilon}_{τελ} - m\vec{\upsilon}_{αρχ}}{\Delta t}$$

Γνωρίζουμε όμως ότι το γινόμενο $m\vec{\upsilon}_{τελ}$ είναι η τελική ορμή $\vec{p}_{τελ}$ του σώματος και $m\vec{\upsilon}_{αρχ}$ η αρχική ορμή του $\vec{p}_{αρχ}$.

Η παραπάνω σχέση γράφεται έτσι:

$$\vec{F} = \frac{\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}}{\Delta t} \quad (2)$$

Στην περίπτωση που τα διανύσματα $\vec{p}_{αρχ}$ και $\vec{p}_{τελ}$ είναι συγγραμμικά, η σχέση (2) γράφεται:

$$F = \frac{p_{τελ} - p_{αρχ}}{\Delta t} \quad (3)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι η μεταβολή της ορμής $(\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ})$ διά του χρόνου Δt εντός του οποίου συμβαίνει αυτή ισούται με τη δύναμη $\vec{F}$ που την προκαλεί.

Συνεπώς για να αλλάξει η ορμή ενός σώματος απαιτείται η άσκηση δύναμης.

Ας εξετάσουμε το νόημα που έχει αυτό το συμπέρασμα μέσα από ένα παράδειγμα. Όλοι μας λέμε ότι στο ποδόσφαιρο για να αποκτήσει η μπάλα μεγάλη ταχύτητα και συνεπώς μεγάλη ορμή πρέπει να της δώσουμε μια “δυνατή κλωτσιά” (Εικ. 2.14). Τι σημαίνει όμως αυτό;

Εικ. 2.14

Σημαίνει ότι πρέπει στην μπάλα να ασκηθεί μεγάλη δύναμη. Έτσι, όπως προκύπτει από τη σχέση (3) όσο πιο μεγάλη είναι η δύναμη, τόσο πιο μεγάλη θα είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας. Θεωρώντας ότι η μπάλα ήταν αρχικά ακίνητη, προκύπτει ότι:

$$F = \frac{m\upsilon}{\Delta t} = \frac{p_{\mu\pi\acute{\alpha}\lambda\alpha\varsigma}}{\Delta t}$$

όπου $p_{\mu\pi\acute{\alpha}\lambda\alpha\varsigma}$ είναι η ορμή της μπάλας και Δt η διάρκεια της επαφής του ποδιού με την μπάλα. Συνεπώς η σχέση (3) περιγράφει ικανοποιητικά την εμπειρία μας. Ας εξετάσουμε την ακόλουθη περίπτωση.

Ένας ποδοσφαιριστής δίνει μια "δυνατή κλωτσιά" και η μπάλα αποκτά ταχύτητα 23m/s. Από μετρήσεις βρέθηκε ότι στις δυνατές κλωτσιές η επαφή της μπάλας με το παπούτσι του ποδοσφαιριστή διαρκεί 0,008s. Η μάζα της μπάλας σύμφωνα με τους κανονισμούς, είναι 0,425kg. Μπορούμε χρησιμοποιώντας τη σχέση (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη.

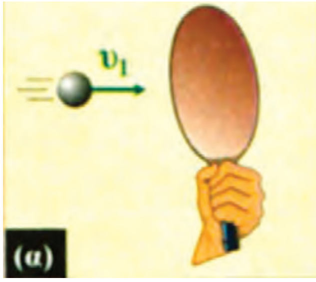
Αντικαθιστούμε τα παραπάνω δεδομένα και έχουμε:

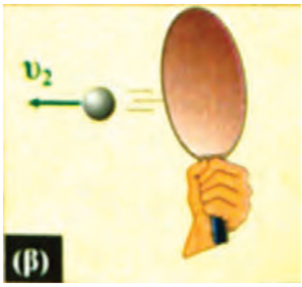
$$F = \frac{0,425\text{kg} \cdot 23\text{m/s}}{0,008\text{s}} = 1.381,25\text{N}$$

Για να εκτιμήσουμε το πόσο μεγάλη είναι αυτή η δύναμη μπορούμε να τη συγκρίνουμε με το βάρος του ποδοσφαιριστή. Αν δεχθούμε ότι η μάζα του ποδοσφαιριστή είναι 70kg, το βάρος του είναι $70\text{kg} \cdot 9{,}81\text{m/s}^2 = 686{,}7\text{N}$. Συγκρίνοντας τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων προκύπτει ότι η δύναμη που άσκησε ο ποδοσφαιριστής στην μπάλα είναι περίπου διπλάσια από το βάρος του.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ προσπίπτει κάθετα πάνω στη ρακέτα με ταχύτητα υ_1 και ανακλάται με ταχύτητα αντίθετης κατεύθυνσης υ_2. Αν γνωρίζουμε ότι το μπαλάκι έχει μάζα m μπορούμε με τη βοήθεια της σχέσης (3) να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκήθηκε. Δοκιμάστε διάφορα ζεύγη τιμών και συζητήστε τα αποτελέσματα που βρίσκετε. Η μάζα που έχει το μπαλάκι είναι 10g και το $\Delta t \approx 0{,}1$s.





ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Στις προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε την έννοια ορμής και τη σχέση της με τη δύναμη. Με τη βοήθεια των σχέσεων:

$$p = m\upsilon \quad \text{και} \quad F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

μπορούμε:

α) Να υπολογίσουμε, κατ' εκτίμηση, την ορμή που έχει ένα μικρό ή μεγάλο κινούμενο σώμα.

β) Να εκτιμήσουμε τη δύναμη που απαιτείται για να το σταματήσουμε.

Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται κατ' εκτίμηση τιμές για τη μάζα και την ταχύτητα.

Α/Α	Περιγραφή	Τιμές ταχύτητας	Τιμή μάζας	Τιμή ορμής
1	Αθλητής δρόμου 100m	$\upsilon = 10\text{m/s}$	$m = 80\text{kg}$	
2	Βλήμα πυροβόλου όπλου	$\upsilon = 500\text{m/s}$	$m = 10\text{g}$	
3	Κουνούπι που πετάει	$\upsilon = 7\text{m/s}$	$m = 2\text{g}$	
4	Μόριο N_2 του ατμοσφαιρικού αέρα σε θερμοκρασία 23°C	$\upsilon = 800\text{m/s}$	$m = \frac{28}{6 \cdot 10^{23}}\text{g}$	
5	Πετρελαιοφόρο πλοίο (1mi/h = 1.669km/h)	$\upsilon = 10\text{mi/h}$	$m = 2 \cdot 10^8\text{kg}$	
6	Μπάλα ποδοσφαίρου που κινείται	$\upsilon = 12\text{m/s}$	$m = 425\text{g}$	

1. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα να υπολογίσετε την ορμή σε κάθε μια περίπτωση. Γράψτε το αποτέλεσμα στην πέμπτη στήλη του πίνακα.
2. Ποιο από τα σώματα έχει τη μεγαλύτερη ορμή και ποιο έχει τη μικρότερη;
3. Υποθέστε ότι όλα τα σώματα ακινητοποιούνται στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt. Για ποιο απ' όλα απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη;
4. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του πίνακα και τα δικά σας αποτελέσματα, να ερμηνεύσετε τα εξής δεδομένα:
   α) Ζώντας στην ατμόσφαιρα της Γης βομβαρδιζόμαστε διαρκώς από κινούμενα μόρια, αλλά δεν "αισθανόμαστε τίποτα".

β) Στους κλειστούς στίβους και συγκεκριμένα στο τέλος της διαδρομής των 100m υπάρχουν κατακόρυφοι τοίχοι καλυμμένοι με παχύ αφρώδες υλικό.

γ) Τα πλοία παθαίνουν μεγάλες ζημιές όταν συγκρούονται με την προβλήτα του λιμανιού, ακόμα και όταν κινούνται με μικρή ταχύτητα.

5. Γιατί μας τραυματίζει μια σφαίρα και όχι η μπάλα ποδοσφαίρου αν και έχουν περίπου ίσες ορμές;

2-5 Η ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Με τη βοήθεια της έννοιας της ορμής οι επιστήμονες απλοποίησαν τη μελέτη των πολύπλοκων φαινομένων της κρούσης και κατέληξαν στο ακόλουθο συμπέρασμα:

Η συνολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

Η πρόταση αυτή είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι ίση με την αντίδραση.

Ας θεωρήσουμε δύο σώματα που αλληλεπιδρούν. Εφ' όσον οι δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτά είναι αντίθετες, θα ισχύει:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad m_1\frac{\Delta\vec{\upsilon}_1}{\Delta t} = -m_2\frac{\Delta\vec{\upsilon}_2}{\Delta t}$$

Όμως ο χρόνος αλληλεπίδρασης Δt είναι ίδιος και για τα δύο σώματα και κατά συνέπεια $m_1\Delta\vec{\upsilon}_1 = -m_2\Delta\vec{\upsilon}_2$.

Συνεπώς για τις μεταβολές της ορμής θα ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad \text{ή} \quad \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

Εφ' όσον όμως το άθροισμα των μεταβολών των ορμών είναι μηδέν, έπεται ότι το άθροισμα των ορμών των σωμάτων του συστήματος δεν μεταβάλλεται, διότι από την προηγούμενη σχέση προκύπτει:

$$\vec{p}_{1(\tau\varepsilon\lambda)} + \vec{p}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_{1(\alpha\rho\chi)} + \vec{p}_{2(\alpha\rho\chi)} \quad \text{ή}$$

$$\vec{p}_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} \quad \textbf{(4)}$$

Δηλαδή η ορμή του συστήματος είναι σταθερή.

Εφαρμογή

Τα αμαξάκια Σ_1 και Σ_2 τα οποία φαίνονται στην εικόνα έχουν ίσες μάζες και μπορεί να κινηθούν χωρίς τριβές. Θέτουμε σε κίνηση το αμαξάκι Σ_1 το οποίο φτάνει στο Σ_2 με ταχύτητα υ_1.

Μετά τη σύγκρουση παρατηρούμε το αμαξάκι Σ_1 να ακινητοποιείται, ενώ το Σ_2 να αποκτά ταχύτητα υ_2.

Όπως προκύπτει από τη σχέση $\vec{p}_{1(\tau\varepsilon\lambda)} + \vec{p}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} = \vec{p}_{1(\alpha\rho\chi)} + \vec{p}_{2(\alpha\rho\chi)}$ η ταχύτητα υ_2 είναι ίση με την ταχύτητα υ_1, δηλαδή τα δύο αμαξάκια αντάλλαξαν τις ταχύτητές τους.

Τα πορίσματα που προκύπτουν αν εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής για την κίνηση των σωμάτων που συγκρούονται έχουν ελεγχθεί πειραματικά πάρα πολλές φορές, ώστε σήμερα δεν υπάρχει καμία αμφιβολία για την εγκυρότητά τους. Έτσι η διατήρηση της ορμής έχει αναβαθμιστεί στη σκέψη των επιστημόνων και ονομάζεται **Αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή αυτή δεν περιορίζεται σε απλές περιπτώσεις, όπως αυτή που εξετάσαμε στο παράδειγμα, αλλά επεκτείνεται και σε περιοχές όπως η Πυρηνική Φυσική, όπου πυρήνες βομβαρδίζονται με σωμάτια όπως τα πρωτόνια ή τα νετρόνια.

Στη Φυσική ισχύουν και άλλες αρχές, όπως π.χ. η αρχή διατήρησης της ενέργειας, του ηλεκτρικού φορτίου, κ.τ.λ.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

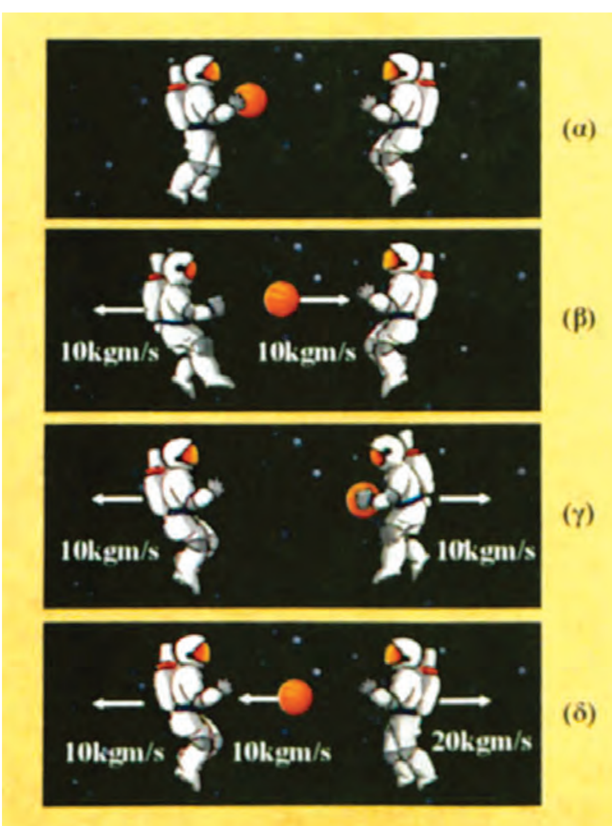
Δύο αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα και σε μια περιοχή όπου η βαρυτική έλξη από τα γειτονικά ουράνια σώματα είναι αμελητέα.

Οι αστροναύτες αποφάσισαν να παίξουν μπάλα. Έτσι ο αστροναύτης Α πετάει στον αστροναύτη Β μια μπάλα δίνοντάς της ορμή $p = 10kg \cdot m/s$. Το ίδιο κάνει και ο αστροναύτης Β όταν φτάσει η μπάλα σ' αυτόν. Στην εικόνα έχουν σχεδιαστεί τα διανύσματα των ορμών που αποκτούν οι αστροναύτες.

I) Χρησιμοποιώντας τις τιμές της ορμής που αναγράφονται στην εικόνα να δείξετε ότι η ολική ορμή του συστήματος αστροναύτες-μπάλα παραμένει σταθερή σε όλα τα στιγμιότυπα.

II) Να εξηγήσετε γιατί στο στιγμιότυπο (δ) ο αστροναύτης Α έχει ορμή $10kg \cdot m/s$ και ο Β $20kg \cdot m/s$.

III) Ποια θα είναι η ορμή του Α όταν πετάξει την μπάλα στο Β με ορμή $10kg \cdot m/s$, μετά το στιγμιότυπο (δ);



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

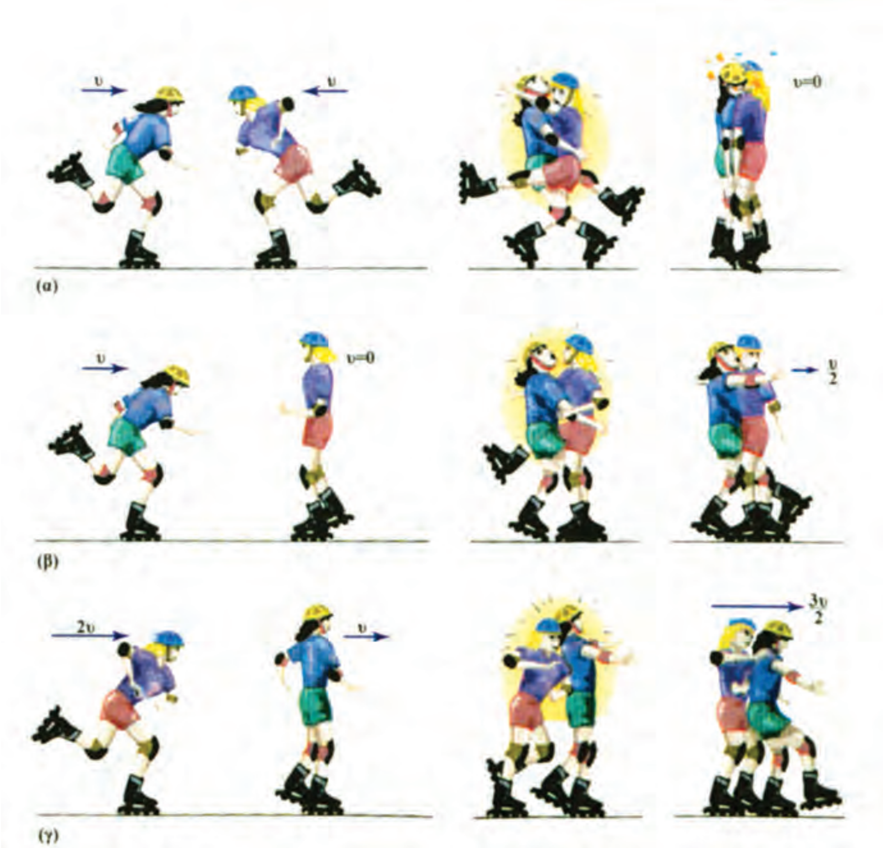
Δύο μαθητές αποφάσισαν να ελέγξουν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την αρχή διατήρησης της ορμής.

Χρησιμοποιώντας τα πατίνια τους κινήθηκαν πάνω σε μια οριζόντια πίστα και δοκίμασαν τρεις συνδυασμούς κρούσεων. Ένας φίλος τους με τη βοήθεια ειδικού οργάνου μέτρησε τις ταχύτητές τους σε κάθε περίπτωση. Οι ταχύτητες αναγράφονται δίπλα από τον καθένα τους πριν και μετά την κρούση. Επίσης ζυγίστηκαν με όλο τον εξοπλισμό τους και βρήκαν ότι έχουν *ίσες μάζες*.

Κατόπιν συζήτησαν για να δουν αν επαλήθευσαν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Εσείς τι νομίζετε ότι θα συμπέραναν;

Να αιτιολογήσετε αναλυτικά την άποψή σας.



2-6 ΜΕΓΕΘΗ ΠΟΥ ΔΕΝ ΔΙΑΤΗΡΟΥΝΤΑΙ ΣΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ

Το πειραματικό γεγονός της διατήρησης της ορμής μας κάνει να διερωτηθούμε εάν και άλλα μεγέθη, όπως για παράδειγμα η κινητική ενέργεια, διατηρούνται κατά την κρούση. Ας μελετήσουμε το εξής παράδειγμα:

Έστω δύο αμαξάκια μαζών m_1 και m_2 με ταχύτητες $\upsilon_1 \neq 0$ και $\upsilon_2 = 0$ αντίστοιχα (Εικ. 2.15). Κατά την κρούση το καρφί που υπάρχει στο αμαξάκι (1) σφηνώνεται στο αμαξάκι (2) και τα δύο κινούνται ως ένα σώμα με μάζα που είναι $(m_1 + m_2)$ και ταχύτητα V. Η κρούση αυτή ονομάζεται **πλαστική**.

Εικ. 2.15 Η πλαστική κρούση δύο αμαξιδίων.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \quad \textbf{(1)}$$

Από τη σχέση (1), επειδή $m_1 < m_1 + m_2$, έπεται ότι θα πρέπει:

$$\upsilon_1 > V \qquad \textbf{(2)}$$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) και διαιρώντας το γινόμενό τους διά 2 προκύπτει:

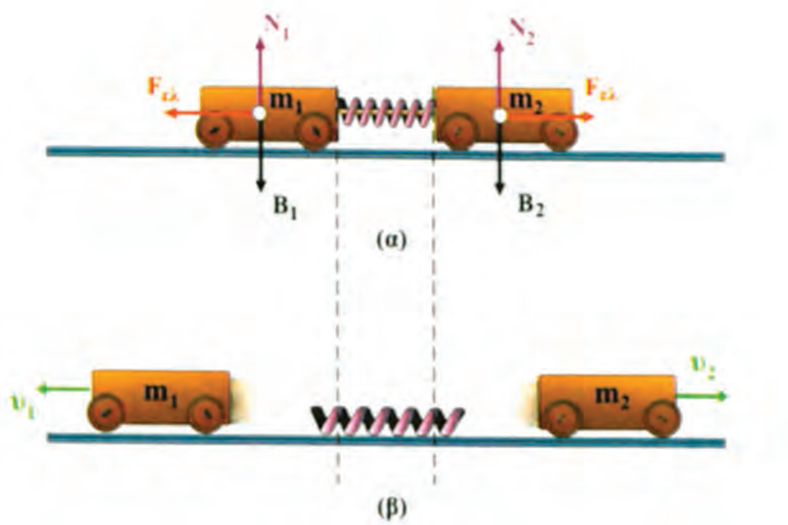
$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 > \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \quad \textbf{(3)}$$

Το πρώτο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι η αρχική κινητική ενέργεια που έχουν τα αμαξάκια και το δεύτερο η τελική. Η σχέση (3) μας επιτρέπει να συμπεράνουμε ότι η κινητική ενέργεια του συστήματος (τα δύο αμαξάκια) μειώθηκε κατά την κρούση. Δηλαδή η κινητική ενέργεια του συστήματος δεν διατηρείται.

2-7 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

1. Σύστημα ελατήριο-μάζα

Ας θεωρήσουμε το σύστημα με τα δυο αμαξάκια που φαίνονται στην εικόνα 2.16α. Αυτά κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Αρχικά το ελατήριο που βρίσκεται μεταξύ τους είναι συμπιεσμένο, επειδή αυτά συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Αν εξετάσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα αμαξάκια θα συμπεράνουμε ότι αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα διότι οι εξωτερικές δυνάμεις (βάρος, αντίδραση) έχουν συνισταμένη μηδέν.



Εικ. 2.16

Συνεπώς στο σύστημα η ορμή θα διατηρείται, δηλαδή:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)} \text{ ή}$$

$$\vec{p}_{1(αρχ)} + \vec{p}_{2(αρχ)} = \vec{p}_{1(τελ)} + \vec{p}_{2(τελ)} \quad \textbf{(1)}$$

Τι θα συμβεί αν με ένα ψαλίδι κόψουμε το νήμα; Όπως φαίνεται στην εικόνα 2.16β, τα αμαξάκια θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα. Επειδή κινούνται στην ίδια ευθεία τα διανύσματα της ορμής έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Άρα η διανυσματική σχέση (1) γίνεται αλγεβρική. Αν μάλιστα επιλέξουμε την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, η σχέση αυτή γράφεται:

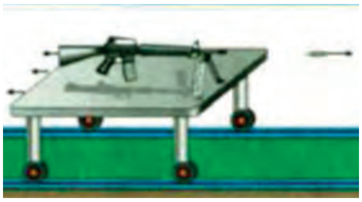
$$0 + 0 = - m_1 υ_1 + m_2 υ_2 \qquad ή$$

$$m_1 υ_1 = m_2 υ_2 \qquad \textbf{(2)}$$

Από τη σχέση (2) μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μετά την απελευθέρωση των σωμάτων τα αμαξίδια αποκτούν αντίθετες ορμές, ώστε η συνολική ορμή να είναι ίση με την αρχική, δηλαδή ίση με μηδέν.

2. Η αρχή της κίνησης των πυραύλων

Την αρχή διατήρησης της ορμής μπορούμε να τη χρησιμοποιήσουμε στην κίνηση των πυραύλων. Ας θεωρήσουμε το αυτόματο όπλο που βρίσκεται πάνω σε ένα βαγόνι το οποίο μπορεί να κινηθεί χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιες σιδηροτροχιές (Εικ. 2.17).



Εικ. 2.17

Αν εκτοξευθεί ένα βλήμα, το όλο σύστημα θα κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση, ώστε η αρχικά μηδενική ορμή του συστήματος να διατηρηθεί. Αν ενεργοποιήσουμε το μηχανισμό της συνεχούς εκτόξευσης βλημάτων το βαγόνι με το όπλο θα αρχίσει να κινείται με ταχύτητα που συνεχώς αυξάνεται. Τι νομίζετε ότι θα συμβεί αν πάνω στο βαγόνι αντί για το όπλο τοποθετήσουμε μια φιάλη που περιέχει αέρα υπό πίεση και ανοίξουμε τη στρόφιγγα; Σε αναλογία με το πυροβόλο όπλο μπορούμε να πούμε ότι το σύστημα βαγόνι - φιάλη επιταχύνεται επειδή “μοριακές σφαίρες” εκτοξεύονται σε αντίθετη κατεύθυνση (Εικ. 2.18).

Εικ. 2.18

Τα παραδείγματα αυτά μας βοηθούν να κατανοήσουμε τον τρόπο με τον οποίο κινούνται οι πύραυλοι. Πρέπει όμως να επισημάνουμε ότι τα αέρια που εξέρχονται από το ακροφύσιο του πυραύλου δεν είναι αποθηκευμένα υπό πίεση μέσα σ’ αυτόν αλλά προέρχονται από την καύση ειδικού μίγματος.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Το πιστόλι μάζας Μ που φαίνεται στην εικόνα εκπυρσοκροτεί και εκτοξεύει βλήμα μάζας m με ταχύτητα υ.

1. Μπορείτε να εφαρμόσετε σ' αυτήν την περίπτωση την αρχή διατήρησης της ορμής;
2. Σχετικά με την εκπυρσοκρότηση των όπλων υπάρχει η έκφραση "ανάκρουση όπλου". Τι νομίζετε ότι σημαίνει;
3. Μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητα ανάκρουσης του πιστολιού;

Συζητήστε στην ομάδα σας προκειμένου να απαντήσετε στις παραπάνω ερωτήσεις.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Αρχή λειτουργίας του πυραύλου

1. Φουσκώστε ένα μπαλόνι (κατά προτίμηση κυλινδρικό) και δέστε το στόμιό του.
2. Πραγματοποιήστε τη διάταξη της εικόνας στερεώνοντας το καλαμάκι επάνω στο μπαλόνι με σελοτέιπ. Το μήκος του νήματος να είναι 3 έως 4m.

3. Φέρετε το μπαλόνι κοντά στο ένα άκρο του νήματος. Λύστε το στόμιο του μπαλονιού και αφήστε το ελεύθερο. Τι παρατηρείτε;
4. Να ερμηνεύσετε την κίνηση του μπαλονιού - πυραύλου με βάση την αρχή διατήρησης της ορμής.
5. Να ερμηνεύσετε την προώθηση ενός πλοίου και ενός ελικοφόρου αεροπλάνου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εισάγονται δύο νέες έννοιες στην περιγραφή του φαινομένου της κίνησης και γενικότερα στην περιγραφή της φύσης. Η μία είναι η έννοια της ορμής και η άλλη η έννοια του συστήματος των σωμάτων. Δύο σώματα αλληλεπιδρούν όταν ασκούν μεταξύ τους δυνάμεις. Δύο ή περισσότερα σώματα που αλληλεπιδρούν αποτελούν σύστημα. Σε ένα σύστημα σωμάτων διακρίνουμε δύο είδη δυνάμεων:

α) αυτές που προέρχονται αποκλειστικά από τα σώματα που αποτελούν το σύστημα και τις οποίες ονομάζουμε **εσωτερικές**, και

β) αυτές που προέρχονται από άλλα σώματα εκτός του συστήματος και οι οποίες ονομάζονται **εξωτερικές**.

Τα φαινόμενα όπως η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, το σφήνωμα του βλήματος στο στόχο, ο βομβαρδισμός των πυρήνων των ατόμων με σωματίδια όπως τα πρωτόνια, κ.λπ., υπάγονται σε μια γενικότερη κατηγορία και ονομάζονται φαινόμενα κρούσης. Κατά τη διάρκειά τους αναπτύσσονται πολύ μεγάλες δυνάμεις αλληλεπίδρασης και αυτό μας επιτρέπει να θεωρούμε τα συστήματα πρακτικά μονωμένα. Η αλλαγή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος μπορεί να περιγραφεί με το διανυσματικό μέγεθος που ονομάζουμε ορμή p. Η **ορμή** δίνεται από τη σχέση $\vec{p} = m\vec{\upsilon}$ και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας του σώματος. Η δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}}{\Delta t}$$

η οποία αποτελεί και τη γενικότερη διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα. Σε ένα μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται σταθερή, ή όπως λέμε ισχύει η **αρχή διατήρησης της ορμής**. Η αρχή διατήρησης της ορμής διατυπώνεται ως εξής:

$$\vec{p}_{ολ(αρχ)} = \vec{p}_{ολ(τελ)}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Να δώσετε την έννοια του συστήματος σωμάτων και να εξηγήσετε τι σημαίνει ο όρος μονωμένο σύστημα.

2. Η μονάδα μέτρησης της ορμής στο Διεθνές Σύστημα (S.I.) είναι:

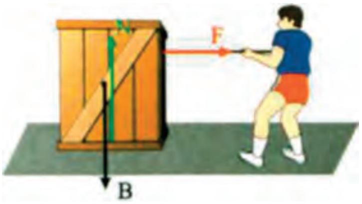
Α. $1\text{kg}\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Β. $1\text{N}\cdot\text{s}$ Γ. $1\text{kg}\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$ Δ. $1\dfrac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{s}}$

3. Πάνω στην ακίνητη βάρκα βρίσκεται ένας άνθρωπος, όπως φαίνεται στην εικόνα.

Α. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις για το σύστημα βάρκα-άνθρωπος.

Β. Ποιες από τις δυνάμεις αυτές είναι εξωτερικές και ποιες είναι εσωτερικές;

4. Ένας μαθητής τραβάει προς το μέρος του το κιβώτιο, με τη βοήθεια ενός σχοινιού. Να ελέγξετε την ορθότητα των παρακάτω προτάσεων.



Α. Η δύναμη F που ασκεί ο μαθητής είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο - Γη.

Β. Η δύναμη F είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα κιβώτιο - Γη.

Γ. Το βάρος του κιβωτίου είναι εσωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο.

Δ. Το βάρος του κιβωτίου είναι εξωτερική δύναμη για το σύστημα μαθητής - κιβώτιο - Γη.

5. Ένας ψαράς έχει πιασμένο στη λεπτή πετονιά του ένα μεγάλο ψάρι, το οποίο έχει πάψει να αντιστέκεται. Αν τραβήξει την πετονιά απότομα, αυτή μάλλον θα σπάσει, ενώ αν τραβήξει σιγά - σιγά θα αντέξει. Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί;

6. Ένας μαθητής πέφτει με άνεση από μια βάρκα στη θάλασσα. Όταν όμως ο ίδιος μαθητής πέφτει στη θάλασσα από μια εξέδρα ύψους αρκετών μέτρων, η πρόσκρουση στο νερό είναι τόσο δυνατή, ώστε το αποτέλεσμα να είναι δυσάρεστο.
Ποια νομίζετε ότι είναι η εξήγηση;

***7.** Κάποιος ισχυρίζεται ότι είναι δυνατόν κάποια στιγμή που η ορμή ενός σώματος είναι μηδέν ο ρυθμός μεταβολής της να είναι διάφορος του μηδενός. Αν συμφωνείτε να δώσετε ένα παράδειγμα.

8. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Ένα σύστημα δύο σωμάτων μπορεί να έχει μηδενική ορμή ακόμη και αν τα σώματα κινούνται.

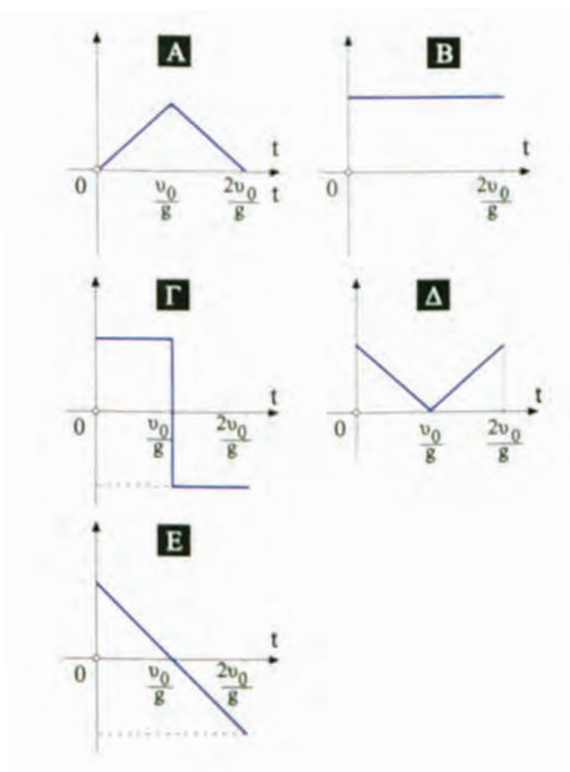
Β. Η έλξη που ασκεί η Γη στη Σελήνη δεν είναι εσωτερική δύναμη του συστήματος, γιατί προκαλεί την περιφορά της Σελήνης γύρω από τη Γη.

Γ. Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες έχουν πάντα διαφορετικές ορμές.

Δ. Δύο ίσες δυνάμεις που ασκούνται σε δύο σώματα με διαφορετικές ορμές προκαλούν στον ίδιο χρόνο ίσες μεταβολές στην ορμή των σωμάτων.

9. Ένας μαθητής ρίχνει κατακόρυφα προς τα πάνω μια μπάλα, η οποία επιστρέφει στο χέρι του με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Ο μαθητής θεωρεί ότι στην περίπτωση αυτή παραβιάζεται ο θεμελιώδης νόμος του Νεύτωνα επειδή θεωρεί τη μεταβολή της ορμής της μπάλας μηδέν.
Ποια είναι η δική σας άποψη;

10. Ένα σώμα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $υ_0$ και κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος σε χρόνο $\frac{υ_0}{g}$. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη συνάρτηση p = f(t) και ποιο στη $\frac{Δp}{Δt} = f(t)$;



11. Στο σύστημα των δύο σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, που έχουν ίδια μάζα m, ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F και το κινούμε στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Το σύστημα $Σ_1$ - $Σ_2$ δεν είναι μονωμένο.

Β. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος $Σ_1$ είναι μικρότερος από τον αντίστοιχο ρυθμό μεταβολής του σώματος $Σ_2$.

Γ. Οι ρυθμοί μεταβολής της ορμής και για τα δύο σώματα είναι ίσοι.

Δ. Για τις δυνάμεις που δέχονται τα δύο σώματα ισχύει: F - T = T.

12. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω και όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος διασπάται σε δύο κομμάτια m_1 και m_2. Αν το m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση έχει οριζόντια ταχύτητα $υ_1$, να βρείτε την κατεύθυνση και την τιμή της ταχύτητας $υ_2$ που έχει το κομμάτι m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση. Υποθέτουμε ότι κατά τη διάσπαση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

13. Δύο παγοδρόμοι Α και Β έχουν μάζα m και 0,9m αντίστοιχα και στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι.

Αν η ορμή που αποκτά ο πρώτος παγοδρόμος είναι p, η ορμή του δεύτερου θα είναι:

Α. p Β. 0,9p Γ. -p Δ. -0,9p

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

14. Υποθέστε ότι ένα ακίνητο βλήμα διασπάται σε δύο κομμάτια m και 2m. Ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Τα δύο κομμάτια αποκτούν ίσες ορμές.

Β. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ταχύτητες.

Γ. Τα δύο κομμάτια αποκτούν αντίθετες ορμές.

Δ. Το κομμάτι μάζας 2m αποκτά διπλάσια ορμή από την ορμή του κομματιού μάζας m.

Ε. Οι ταχύτητες για κάθε κομμάτι είναι αντίθετης κατεύθυνσης και διαφορετικής τιμής.

15. Ένα σώμα που έχει ορμή p συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα διπλάσιας μάζας. Να εξετάσετε ποια ή ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές:

Α. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση έχει ορμή p.

Β. Η ορμή του αρχικά κινούμενου σώματος ελαττώνεται κατά p/2.

Γ. Η ορμή του αρχικά ακίνητου σώματος αυξάνει κατά 2p/3.

16. Σε μια μετωπική σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, που έχουν μάζες m και M = 2m, δημιουργείται συσσωμάτωμα που παραμένει ακίνητο στο σημείο της σύγκρουσης. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και γιατί;

Α. Το αυτοκίνητο μάζας M είχε διπλάσια ταχύτητα από το αυτοκίνητο μάζας m.

Β. Τα αυτοκίνητα πριν τη σύγκρουση είχαν ίσες ορμές.

Γ. Η ορμή του συστήματος πριν τη σύγκρουση ήταν ίση με μηδέν.

Δ. Τα αυτοκίνητα έχουν αντίθετες μεταβολές στην ορμή τους.

17. Μπαλάκι του πινγκ-πονγκ πέφτει κάθετα πάνω σε ακίνητη ρακέτα. Η ταχύτητα πρόσπτωσης έχει μεγαλύτερη τιμή από την ταχύτητα απομάκρυνσης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή και γιατί;

Α. Η δύναμη που προκάλεσε την αλλαγή στην ορμή έχει τιμή $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, όπου Δt η χρονική διάρκεια επαφής με τη ρακέτα.

Β. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας πρόσπτωσης.

Γ. Η κατεύθυνση της δύναμης που προκάλεσε την αλλαγή της ορμής είναι ίδια με της ταχύτητας απομάκρυνσης.

18. Οι αθλητές του καράτε δίνουν απότομα και “κοφτά” κτυπήματα και πετυχαίνουν να σπάσουν στερεά σώματα όπως τούβλα, καδρόνια, κ.τ.λ. Νομίζετε ότι αυτό σχετίζεται με τη σχέση $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$;

19. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται στην έννοια της ορμής και τη διατήρησή της είναι σωστές;

Α. Η ορμή δεν είναι διάνυσμα.

Β. Η διατήρηση της ορμής ισχύει μόνο στις κρούσεις σωμάτων.

Γ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει σε κάθε μονωμένο σύστημα σωμάτων.

Δ. Η διατήρηση της ορμής ισχύει πάντοτε στις κρούσεις σωμάτων.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόση είναι η ορμή ενός λεωφορείου μάζας m = 2.500kg που κινείται με ταχύτητα υ = 72km/h;

2. Πόση είναι η δύναμη που επιβραδύνει ένα Boeing 747, αν αυτό αγγίζει το διάδρομο προσγείωσης με ταχύτητα υ = 216km/h και ακινητοποιείται μετά από χρόνο t = 120s;
(Η μάζα του Boeing είναι περίπου 10^5kg.)

3. Ένας ποδοσφαιριστής κτυπάει μια ακίνητη μπάλα και αυτή αποκτά ταχύτητα 24m/s. Αν η μπάλα έχει μάζα 0,5kg και η διάρκεια της επαφής του ποδιού του ποδοσφαιριστή με την μπάλα είναι 0,03s, ποια είναι η μέση τιμή δύναμης που ασκήθηκε στην μπάλα;

4. Ένας αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει το ελικόπτερο και πέφτει με το αλεξίπτωτό του να μην έχει ανοίξει ακόμη. Αν η συνολική του μάζα είναι m = 90kg, ποιος νομίζετε ότι είναι ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του; Πόση ταχύτητα θα αποκτήσει ο αλεξιπτωτιστής μετά από ένα δευτερόλεπτο;
Δίνεται: g = 10m/s^2.

5. Μια μπάλα μάζας 0,5kg αφήνεται να πέσει από τέτοιο ύψος, ώστε να φτάσει στο δάπεδο με ταχύτητα $υ_1$ = 30m/s. Η μπάλα αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα $υ_2$= 10m/s, αφού μείνει σ' επαφή με το δάπεδο για χρόνο Δt = 0,25s. Να βρείτε:

Α. Τη μεταβολή της ορμής της μπάλας κατά τη διάρκεια Δt.

Β. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε η μπάλα.

Δίνεται: g = 10m/s^2.

6. Ένα σπορ αυτοκίνητο Maserati ξεκινάει από την ηρεμία και αποκτά, κινούμενο σε οριζόντιο δρόμο, ταχύτητα 90km/h σε χρόνο t = 5s. Αν η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1.600kg να βρείτε:

Α. Τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου.

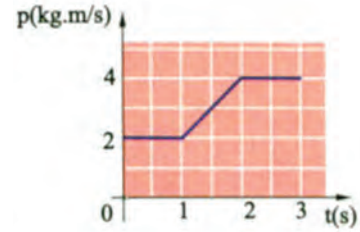
Β. Τη δύναμη που μπορεί να προκαλέσει μια τέτοια μεταβολή ορμής στο χρόνο αυτό.

7. Κατά τη διάρκεια μιας καταιγίδας πέφτουν κάθετα σ' ένα υπόστεγο 500 σταγόνες βροχής ανά δευτερόλεπτο με μέση ταχύτητα 17m/s. Οι σταγόνες, που έχουν μέση μάζα $3 \cdot 10^{-5}$kg, δεν αναπηδούν κατά την πτώση τους στο υπόστεγο, και γλιστρούν χωρίς να συσσωρεύονται σ' αυτό.

Α. Πόση είναι η μεταβολή της ορμής κάθε σταγόνας καθώς πέφτει στο υπόστεγο;

Β. Πόση είναι η μέση δύναμη που προκαλείται από τις σταγόνες της βροχής στο υπόστεγο;

8. Η ορμή ενός σώματος μάζας m = 1kg μεταβάλλεται όπως φαίνεται στην εικόνα. Η αρχική και η τελική ορμή έχουν την ίδια κατεύθυνση.



Α. Πόση είναι η ελάχιστη και πόση είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος;

Β. Να παραστήσετε γραφικά τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

9. Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 200kg ωθείται από έναν εργάτη πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,1. Ο εργάτης, ασκώντας στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο οριζόντια μέση δύναμη F = 500N, το μετακινεί για χρόνο t = 4s. Πόση νομίζετε ότι θα είναι τότε η ταχύτητα του κιβωτίου; Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

10. Ένα μπαλάκι του τένις μάζας m = 100g πέφτει με οριζόντια ταχύτητα $υ_1$ = 10m/s σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με επίσης οριζόντια ταχύτητα $υ_2$ = 8m/s. Να βρείτε:

Α. Την ορμή που έχει το μπαλάκι πριν και μετά την επαφή του με τον τοίχο.

Β. Τη μεταβολή της ορμής του, λόγω της σύγκρουσης με τον τοίχο.

Γ. Τη μέση δύναμη που δέχθηκε το μπαλάκι από τον τοίχο, αν η επαφή διαρκεί χρόνο Δt = 0,1s.

***11.** Από ακίνητο πυροβόλο, του οποίου η μάζα είναι M = 1.000kg, εκτοξεύεται βλήμα μάζας m = 1kg με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$ = 1.000m/s.

Α. Πόση ταχύτητα αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση;

Β. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,05, για πόσο χρόνο θα κινηθεί;

***12.** Δύο σώματα m_1 = 2kg και m_2 = 4kg κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες $υ_1$ = 10m/s και $υ_2$ = 6m/s αντίστοιχα.

Α. Να βρείτε την ορμή του συστήματος m_1-m_2, στην περίπτωση που οι ταχύτητες των σωμάτων έχουν ίδια κατεύθυνση και στην περίπτωση που η κατεύθυνση των ταχυτήτων είναι αντίθετη.

Β. Υποθέστε πως, ενώ τα σώματα κινούνται με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης, συγκρούονται πλαστικά. Ποια νομίζετε ότι θα είναι η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά τη σύγκρουση;

13. Ένα βλήμα μάζας m_1 = 100g κινείται με οριζόντια ταχύτητα $υ_1$ = 400m/s και διαπερνά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας m_2 = 2kg, που βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν το βλήμα βγαίνει από το κιβώτιο με ταχύτητα $υ'_1 = 100m/s$ σε χρόνο Δt = 0,1s να βρείτε:

Α. Την ταχύτητα που αποκτά το κιβώτιο.

Β. Τη μέση οριζόντια δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο.

***14.** Ένας πύραυλος συνολικής μάζας M = 1.000kg κινείται κατακόρυφα απομακρυνόμενος από τη Γη. Κάποια στιγμή και ενώ η ταχύτητά του είναι υ = 500m/s, ο πύραυλος διαχωρίζεται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι έχει μάζα m_1 = 800kg και η ταχύτητά του αμέσως μετά τη διάσπαση είναι $υ_1$ = 1.000m/s, ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν της ταχύτητας υ. Να βρείτε την ταχύτητα που έχει το άλλο κομμάτι αμέσως μετά τη διάσπαση.

15. Ένας μικρός μαθητης μάζας $m = 60kg$ ταξιδεύει με αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα $υ = 72km/h$. Ο μαθητής, υπακούοντας στον κώδικα οδικής κυκλοφορίας, φοράει ζώνη ασφαλείας. Το αυτοκίνητο, που έχει συνολικά μάζα $M = 1.200kg$, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο αυτοκίνητο που κινείται αντιθέτως, με αποτέλεσμα και τα δύο να ακινητοποιηθούν σε χρόνο $t = 0{,}12s$. Να βρείτε:

Α. Την ορμή του δεύτερου αυτοκινήτου πριν τη σύγκρουση.

Β. Τη δύναμη που δέχτηκε ο μαθητής από τη ζώνη ασφαλείας. Να συγκρίνετε αυτή τη δύναμη με το βάρος του μαθητή.

16. Ένα όχημα μάζας 2.000kg συγκρούεται πλαστικά με ένα όχημα μάζας 1.000kg το οποίο είναι ακίνητο και με λυμένο το χειρόφρενο. Τα δύο οχήματα κινούνται, μετά τη σύγκρουση, ως ένα σώμα με ταχύτητα 4m/s.

Α. Ποια ήταν η ταχύτητα του οχήματος των 2.000kg πριν τη σύγκρουση;

Β. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 1.000kg;

Γ. Ποια η μεταβολή της ορμής του οχήματος των 2.000kg;

***17.** Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 0{,}4kg$ και $m_2 = 0{,}6kg$ κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $μ = 0{,}2$. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες $υ_1 = 20m/s$ και $υ_2 = 5m/s$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

Α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. Την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

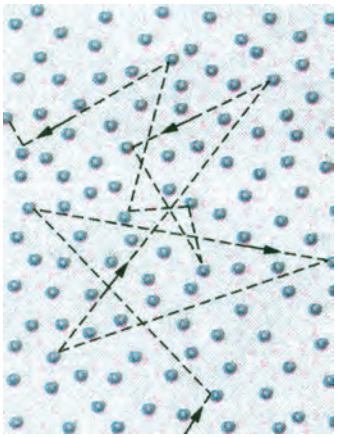
Γ. Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα ($g = 10m/s^2$).

3 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

3-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πολλές από τις σημερινές αντιλήψεις μας για την ύλη και τη θερμότητα έχουν την αφετηρία τους στη μελέτη της συμπεριφοράς των αερίων, για την οποία εργάστηκαν μερικοί από τους πιο σημαντικούς θεωρητικούς και πειραματικούς φυσικούς, στη διάρκεια του αιώνα που πέρασε και στις αρχές του αιώνα μας.

Το ενδιαφέρον για τη συμπεριφορά των αερίων δεν είναι μόνο θεωρητικό. Οι μηχανές των αυτοκινήτων, οι ατμοστρόβιλοι της ΔΕΗ αλλά και μια σειρά από εργαλεία, όπως οι αερόσφυρες (κομπρεσέρ) που χρησιμοποιούμε για να τρυπάμε πέτρες, βασίζουν τη λειτουργία τους σε διαδικασίες στις οποίες συμμετέχουν αέρια.



Εικ. 3.1 Ένα μόριο αερίου κινείται στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο, συγκρουόμενο με άλλα μόρια κατά τη διαδρομή του. Αν και στην εικόνα φαίνονται στατικά, τα άλλα μόρια κινούνται επίσης μ' έναν ανάλογο τρόπο.

Στα αέρια οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι μεγάλες και οι δυνάμεις μεταξύ τους πολύ μικρές. Αυτό εξηγεί γιατί τα αέρια δεν έχουν δικό τους σχήμα και όγκο αλλά «δανείζονται» το σχήμα και τον όγκο του δοχείου που τα περιέχει.

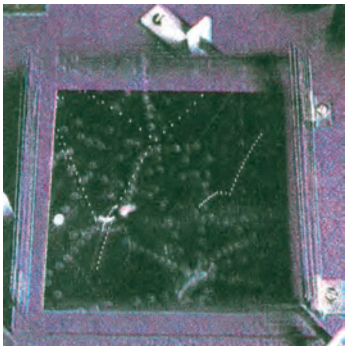
Τα μόρια των αερίων βρίσκονται σε διαρκή κίνηση και συγκρούονται με τα άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου. Η κίνηση των μορίων του αερίου, μεταξύ δύο συγκρούσεων, είναι ευθύγραμμη ομαλή, η «μέση ελεύθερη διαδρομή» τους σχετικά μεγάλη και οι ταχύτητες με τις οποίες κινούνται είναι της τάξης των 1600 χιλιομέτρων την ώρα!

Σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στα αέρια, τα μόρια των στερεών βρίσκονται σε μικρή μεταξύ τους απόσταση και οι μεταξύ τους δυνάμεις είναι ισχυρές, γι' αυτό τα στερεά έχουν ορισμένο σχήμα και όγκο. Τα μόρια των στερεών δε μετατοπίζονται αλλά ταλαντώνονται γύρω από ορισμένη θέση.

Στην ενδιάμεση κατάσταση, στα υγρά, οι δυνάμεις ανάμεσα στα μόρια είναι σημαντικές, όχι όμως τόσο μεγάλες όσο στα στερεά, με συνέπεια τα υγρά να έχουν ορισμένο όγκο αλλά όχι δικό τους σχήμα.

Στο κεφάλαιο αυτό αρχικά θα μελετήσουμε τους νόμους που διέπουν τη συμπεριφορά των αερίων, όπως αυτή γίνεται αντιληπτή μακροσκοπικά. Στη συνέχεια θα δούμε πώς, με την υπόθεση ότι τα αέρια αποτελούνται από μόρια στα οποία αποδώσαμε ορισμένες ιδιότητες, καταφέραμε να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά τους.

Μακροσκοπική και μικροσκοπική μελέτη



Εικ. 3.2 Οι κινήσεις των σφαιριδίων μέσα στο κουτί μοιάζουν με την τυχαία κίνηση των μορίων ενός αερίου.

Η περιγραφή -και κατ' επέκταση η μελέτη ενός φαινομένου- μπορεί να είναι είτε μακροσκοπική είτε μικροσκοπική. Μακροσκοπική λέγεται η μελέτη όταν σ' αυτή δεν υπεισέρχονται υποθέσεις, θεωρίες ή και μεγέθη που έχουν σχέση με τη δομή ή τη σύσταση των αντικειμένων που συμμετέχουν στο φαινόμενο. Στην αντίθετη περίπτωση η μελέτη λέγεται μικροσκοπική.

Για παράδειγμα, αν συνδέσουμε μια λάμπα στους πόλους μιας μπαταρίας η λάμπα θα ανάψει. Το φαινόμενο μπορεί να μελετηθεί αν μετρηθεί η τάση, η ένταση του ρεύματος, η θερμοκρασία του σύρματος της λάμπας, τα ποσά θερμότητας που εκπέμπει κ.λπ. Αυτή είναι η μακροσκοπική μελέτη. Αν αντίθετα, προσπαθώντας να εξηγήσουμε το φαινόμενο, αναφερθούμε στο είδος των σωματιδίων που κινούνται μέσα στο σύρμα, στην ταχύτητά τους, στις κρούσεις τους κ.λπ., μελετάμε μικροσκοπικά το φαινόμενο.

Στο χώρο των φυσικών επιστημών η μακροσκοπική και η μικροσκοπική μελέτη των φαινομένων συνήθως συνυπάρχουν. Στα αέρια η μακροσκοπική μελέτη προηγήθηκε της μικροσκοπικής. Στα μέσα του 17ου αιώνα και μετά από μακροσκοπική μελέτη, διατυπώθηκαν οι νόμοι των αερίων από τους Boyle, Charles και Gay-Lussac. Αργότερα (τέλη του 19ου αιώνα) άρχισε η μικροσκοπική τους μελέτη.

Η μικροσκοπική μελέτη βοήθησε να ερμηνεύσουμε τους μακροσκοπικούς νόμους, να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά των αερίων (π.χ. με ποιο μηχανισμό το αέριο δημιουργεί πιέσεις) και, γενικά, να κατανοήσουμε σε βάθος την αέρια φάση.

3-2 ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Η κατάσταση στην οποία βρίσκεται ένα αέριο περιγράφεται μακροσκοπικά από την πίεση, τον όγκο και τη θερμοκρασία του.

Τα μεγέθη αυτά (πίεση - όγκος - θερμοκρασία) για ορισμένη ποσότητα αερίου δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά συσχετίζονται. Για παράδειγμα, αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία σε μια κλειστή φιάλη που περιέχει αέριο θα αυξηθεί και η πίεση.

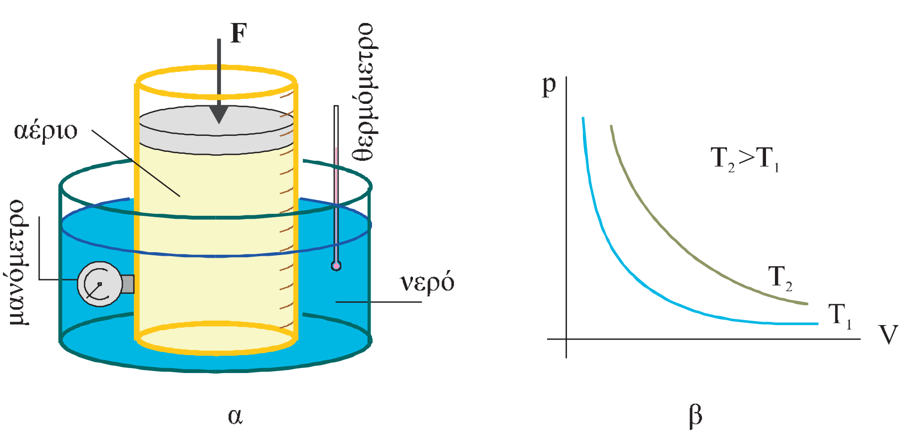
Οι σχέσεις που συνδέουν τα μεγέθη αυτά προσδιορίστηκαν πειραματικά και αποτελούν τους νόμους των αερίων.

Νόμος του Boyle (Μπόιλ, 1627-1691)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου η θερμοκρασία παραμένει σταθερή είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του.

Η μαθηματική διατύπωση είναι:

$$pV = \text{σταθ. για } T = \text{σταθ.}$$



Σχ. 3.1 α) Το αέριο βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο. Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η πίεση του αερίου σε συνάρτηση με τον όγκο του, για θερμοκρασίες T_1 και T_2 για τις οποίες ισχύει $T_2 > T_1$.

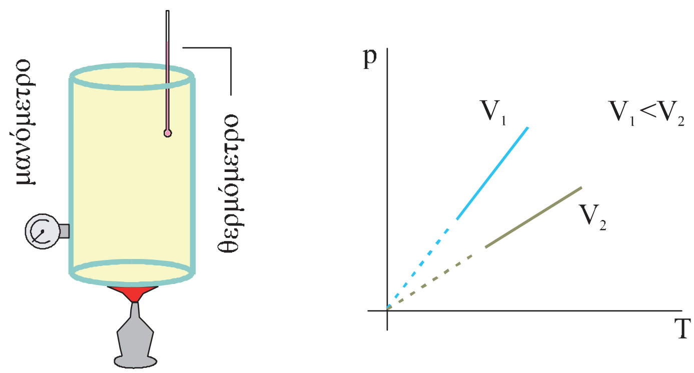
Η μεταβολή στην οποία η θερμοκρασία παραμένει σταθερή ονομάζεται **ισόθερμη**.

Ο νόμος του Charles (Σαρλ, 1746-1823)

Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου του οποίου ο όγκος διατηρείται σταθερός είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου.

Η μαθηματική του διατύπωση είναι:

$$\frac{p}{T} = \text{σταθ. για } V = \text{σταθ.}$$



α β

Σχ 3.2 α) Το αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο σταθερού όγκου. Καθώς θερμαίνεται αυξάνεται η πίεσή του. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δύο διαφορετικές τιμές του όγκου V_1 και V_2 με $V_1<V_2$.

Η μεταβολή στην οποία ο όγκος παραμένει σταθερός ονομάζεται **ισόχωρη.**

Στο σχήμα 3.2.β οι διακεκομμένες γραμμές υποδηλώνουν ότι η ευθεία της γραφικής παράστασης προεκτεινόμενη περνάει από την αρχή των αξόνων. Το διακεκομμένο τμήμα της ευθείας αντιστοιχεί σε θερμοκρασίες στις οποίες τα αέρια δεν υπακούουν στο νόμο.

Τη θερμοκρασία τη μετράμε σε βαθμούς Κέλβιν (Κ.). Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **απόλυτη θερμοκρασία.**

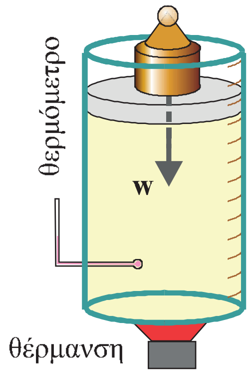
Η θερμοκρασία στην κλίμακα Kelvin προκύπτει αν στη θερμοκρασία θ, μετρημένη στην κλίμακα Κελσίου, προσθέσουμε το 273. $T = 273 + \theta$.
Το μηδέν της κλίμακας Kelvin αντιστοιχεί στους –273 °C και είναι η θερμοκρασία κάτω από την οποία είναι αδύνατο να φτάσουμε. Τη θερμοκρασία αυτή τη λέμε και **«απόλυτο μηδέν».**

Ο νόμος του Gay-Lussac (Γκέι-Λουσάκ, 1778-1850)

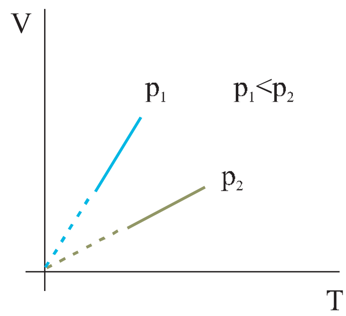
Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου, όταν η πίεσή του διατηρείται σταθερή, είναι ανάλογος με την απόλυτη θερμοκρασία του.

Η μαθηματική διατύπωση του νόμου είναι:

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ. για } p = \text{σταθ.}$$



α



β

Σχ 3.3 α) Καθώς το αέριο θερμαίνεται ο όγκος του αυξάνεται. Η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή με ένα βάρος τοποθετημένο πάνω στο έμβολο. β) Στο διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η μεταβολή του όγκου σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, για δυο τιμές της πίεσης p_1 και p_2 με $p_1 < p_2$.

Η μεταβολή στην οποία η πίεση παραμένει σταθερή ονομάζεται ισοβαρής.

Ιδανικά αέρια

Οι τρεις προηγούμενοι νόμοι ισχύουν για τα διάφορα αέρια με μικρές ή μεγάλες αποκλίσεις. Συγκεκριμένα ισχύουν με μεγαλύτερη ακρίβεια για ένα μονοατομικό παρά για ένα πολυατομικό αέριο που βρίσκεται στις ίδιες συνθήκες. Επίσης ισχύουν με μεγαλύτερη ακρίβεια για τα θερμά και αραιά αέρια από ό,τι για τα πυκνά και ψυχρά.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι κάποιο αέριο υπακούει με ακρίβεια στους νόμους αυτούς ανεξάρτητα από το αν είναι θερμό ή ψυχρό, πυκνό ή αραιό. Ένα τέτοιο αέριο θα ονομάζεται ιδανικό αέριο.

Μακροσκοπικά ιδανικό αέριο, είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες κι αν βρίσκεται.

Σημείωση: Οι γραφικές παραστάσεις p-T (σχ. 3.2β) και V-T (σχ. 3.3β) αν αναφέρονταν σε ιδανικό αέριο θα ήταν συνεχείς γραμμές, για όλες τις θερμοκρασίες.

3-3 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΩΝ ΙΔΑΝΙΚΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Από το συνδυασμό των νόμων των αερίων προκύπτει η εξίσωση:

$$\boxed{pV = nRT} \qquad (3.1)$$

Η (3.1) ονομάζεται **καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.**
Η R ονομάζεται **σταθερά των ιδανικών αερίων** και η τιμή της εξαρτάται από τις μονάδες των p, V, T. Στο σύστημα SI, όπου μονάδα πίεσης είναι το N / m^2 και μονάδα όγκου είναι το m^3, η τιμή της R είναι:

$$R = 8{,}314\ J / mol \cdot K$$

Συνήθως η πίεση μετριέται σε ατμόσφαιρες (atm), ο όγκος σε λίτρα (L) και η τιμή της R είναι:

$$R = 0,082 \ L \cdot atm / mol \cdot K$$

Ο αριθμός των mol του αερίου βρίσκεται από το πηλίκο της ολικής μάζας $m_{ολ}$ του αερίου προς τη γραμμομοριακή του μάζα M.

$$n = \frac{m_{ολ}}{M} \qquad (3.2)$$

Η σχέση (3.1) μπορεί με βάση την (3.2) να πάρει τη μορφή

$$p\,V = \frac{m_{ολ}}{M} R\,T \qquad (3.3)$$

Το πηλίκο της συνολικής μάζας του αερίου προς τον όγκο του δίνει την πυκνότητά του:

$$\rho = \frac{m_{ολ}}{V}$$

Έτσι, η σχέση (3.1) μπορεί να πάρει τη μορφή:

$$p = \frac{\rho}{M} R\,T$$

Η καταστατική εξίσωση μπορεί να μας δώσει και έναν απλούστερο μακροσκοπικό ορισμό του ιδανικού αερίου:

Ιδανικό αέριο είναι το αέριο για το οποίο ισχύει η καταστατική εξίσωση ακριβώς, σε όλες τις πιέσεις και θερμοκρασίες.

Στη συνέχεια, όπου αναφερόμαστε σε αέρια θα θεωρούμε ότι οι συνθήκες είναι τέτοιες ώστε ή καταστατική εξίσωση να ισχύει χωρίς αποκλίσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-1

Στην αρχή ενός ταξιδιού η θερμοκρασία των ελαστικών ενός αυτοκινήτου είναι 7 °C. Κατά τη διάρκεια του ταξιδιού τα ελαστικά θερμαίνονται στους 27 °C. Αν στην αρχή του ταξιδιού ο αέρας στο εσωτερικό των ελαστικών βρισκόταν σε πίεση 3 atm, πόση θα έχει γίνει η πίεση στο τέλος του ταξιδιού; Υποθέτουμε ότι ο όγκος των ελαστικών παραμένει αμετάβλητος.

Απάντηση:

Αφού ο όγκος των ελαστικών παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $p / T = σταθ.$ Αν p_1, T_1 είναι η αρχική πίεση και θερμοκρασία και p_2, T_2 η τελική πίεση και θερμοκρασία των ελαστικών, έχουμε

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \text{ επομένως } p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = \frac{300K}{280K} 3 \text{ atm} = 3,2 \text{ atm}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-2

Να βρεθεί η πυκνότητα του αέρα μια καλοκαιρινή μέρα που η θερμοκρασία είναι 27 °C. Υποθέτουμε ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι 1 atm ($1\ \text{atm} = 1{,}013 \times 10^5\ \text{N}/\text{m}^2$) και ότι ο αέρας συμπεριφέρεται σαν ιδανικό αέριο με γραμμομοριακή μάζα $29 \times 10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$.

Απάντηση:

Η καταστατική εξίσωση γράφεται με τη μορφή:

$$p = \frac{\rho}{M} RT \quad \text{από την οποία προκύπτει} \quad \rho = \frac{pM}{RT}$$

Αντικαθιστώντας στο SI έχουμε

$$\rho = \frac{1{,}013 \times 10^5\ \text{N}/\text{m}^2 \cdot 29 \times 10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}}{8{,}314\ \text{J}/(\text{mol K}) \cdot 300\text{K}} = 1{,}18\ \text{kg}/\text{m}^3$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-3

0,2 mol H_2 βρίσκονται σε δοχείο με κινητό έμβολο σε θερμοκρασία T_1 = 300 K και πίεση 2 atm (κατάσταση Α). Διατηρώντας σταθερή την πίεσή του θερμαίνουμε το αέριο μέχρις ότου η θερμοκρασία του γίνει T_2 = 400 K (κατάσταση Β). Στη συνέχεια το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρις ότου η πίεσή του γίνει ίση με 1,5 atm (κατάσταση Γ) και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει T_1 = 300 K (κατάσταση Δ). Τέλος, το αέριο συμπιέζεται ισόθερμα μέχρι να φτάσει στην αρχική του κατάσταση.
Να βρείτε τις τιμές του όγκου της πίεσης, και της θερμοκρασίας που αντιστοιχούν στις καταστάσεις Α, Β, Γ και Δ και να αποδώσετε την παραπάνω διαδικασία σε διαγράμματα με άξονες P-V, P-T, και V-T.
Δίνεται η τιμή της σταθεράς $R = 0{,}082\ \text{L} \cdot \text{atm}/\text{mol} \cdot \text{K}$

Απάντηση:

1. Α. Στην κατάσταση Α, το αέριο έχει πίεση p_A = 2 atm και T_A = 300 K. Τον όγκο του αερίου μπορούμε να τον υπολογίσουμε από την καταστατική εξίσωση.

$$p_A V_A = nRT_A \quad \text{ή} \quad V_A = \frac{nRT_A}{p_A} = \frac{0{,}2\ \text{mol} \cdot 0{,}082\ \text{L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \cdot 300\ \text{K}}{2\ \text{atm}},$$

από όπου προκύπτει $V_A = 2{,}46\ \text{L}$.

Β. Στην κατάσταση Β, το αέριο έχει πίεση $p_B = p_A$ = 2 atm και θερμοκρασία T_B = 400 K. Ο όγκος του υπολογίζεται από τη σχέση

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \text{ή} \quad V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A = \frac{400\ \text{K}}{300\ \text{K}} 2{,}46\ \text{L},$$

από όπου προκύπτει $V_B = 3{,}28\ \text{L}$.

Γ. Στην κατάσταση Γ το αέριο έχει θερμοκρασία T_Γ = 400 K και πίεση p_Γ = 1,5 atm. Ο όγκος του υπολογίζεται από τη σχέση

$$p_B V_B = p_\Gamma V_\Gamma \quad \text{ή} \quad V_\Gamma = \frac{p_B}{p_\Gamma} V_B = \frac{2\ \text{atm}}{1{,}5\ \text{atm}} 3{,}28\ \text{L},$$

από την οποία προκύπτει $V_\Gamma = 4{,}37\ \text{L}$.

Δ. Στην κατάσταση Δ το αέριο έχει θερμοκρασία $T_\Delta = 300$ K και όγκο $V_\Delta = V_\Gamma = 4{,}37$ L. Η πίεσή του υπολογίζεται από τη σχέση

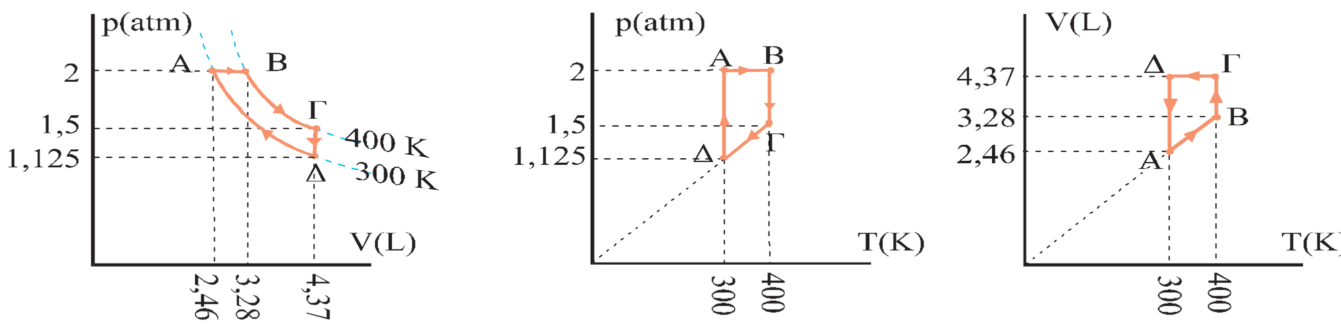
$$\frac{p_\Delta}{T_\Delta} = \frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} \qquad \text{ή} \qquad p_\Delta = \frac{T_\Delta}{T_\Gamma} p_\Gamma = \frac{300\ \text{K}}{400\ \text{K}} 1{,}5\ \text{atm}$$

από την οποία προκύπτει $p_\Delta = 1{,}125$ atm.

Οι τιμές που βρήκαμε φαίνονται συγκεντρωτικά στον πίνακα

	p (atm)	V (L)	T (K)
Α	2	2,46	300
Β	2	3,28	400
Γ	1,5	4,37	400
Δ	1,125	4,37	300

2. Με βάση τις τιμές του πίνακα μπορούμε να κατασκευάσουμε τα διαγράμματα:



Σχ. 3.4

3-4 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

Η ακριβής μέτρηση της θερμοκρασίας ή της πίεσης ή, ακόμη πιο πέρα, η γνώση των σχέσεων αναλογίας μεταξύ πίεσης, όγκου, αριθμού mol και θερμοκρασίας δεν αρκούν για να ερμηνεύσουμε τη συμπεριφορά των αερίων.

Η μακροσκοπική συμπεριφορά των αερίων ερμηνεύτηκε ικανοποιητικά, μόλις στο τέλος του 19ου αιώνα, με την **κινητική θεωρία των αερίων**. Η επιτυχία της κινητικής θεωρίας έδωσε το έναυσμα και για την ανάπτυξη ιδεών για τη δομή της ύλης γενικότερα. Επίσης, όπως συμβαίνει συχνά στην ιστορία της επιστήμης, η ανάγκη επίλυσης πολύπλοκων υπολογιστικών προβλημάτων που έθετε η νέα θεωρία οδήγησε στην ανάπτυξη ενός νέου κλάδου της Φυσικής, της Στατιστικής Φυσικής, που αποτέλεσε αργότερα πολύτιμο εργαλείο για τη θεμελίωση της σύγχρονης Φυσικής, με εφαρμογές που ξεπέρασαν κατά πολύ τον αρχικό λόγο ύπαρξής της.

Σημείο εκκίνησης της κινητικής θεωρίας είναι η υπόθεση ότι **τα αέρια αποτελούνται από πολύ μεγάλο πλήθος απειροελάχιστων σφαιριδίων που κινούνται τυχαία** (άτακτα) μέσα στο χώρο που καταλαμβάνει το αέριο. Τα σφαιρίδια αυτά δεν είναι τίποτε άλλο από αυτό που σήμερα αποτελεί για τον καθένα κοινό τόπο, **τα μόρια του αερίου**.

Πιο συγκεκριμένα, για τα ιδανικά αέρια, που προηγουμένως ορίστηκαν μακροσκοπικά ως τα αέρια για τα οποία ισχύει υπό οποιεσδήποτε συνθήκες η καταστατική εξίσωση, η κινητική θεωρία στηρίχτηκε στις εξής παραδοχές:

1. **Τα μόρια του αερίου συμπεριφέρονται σαν μικροσκοπικές, απόλυτα ελαστικές, σφαίρες.** Ο συνολικός όγκος των μορίων του αερίου μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του δοχείου στο οποίο βρίσκεται.

2. **Στα μόρια δεν ασκούνται δυνάμεις παρά μόνο τη στιγμή της κρούσης με άλλα μόρια ή με τα τοιχώματα του δοχείου.** Έτσι, η κίνησή τους, στο μεσοδιάστημα μεταξύ δύο κρούσεων, είναι ευθύγραμμη ομαλή.

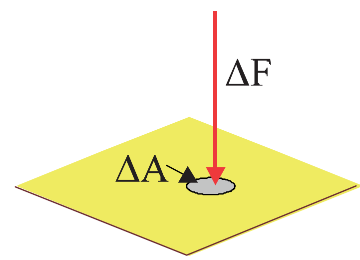
3. **Οι κρούσεις των μορίων με τα τοιχώματα είναι ελαστικές.** Έτσι η κινητική ενέργεια του μορίου δεν μεταβάλλεται μετά την κρούση του με το τοίχωμα.

3-5 ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΣΗΜΑΝΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Σχέση πίεσης (p) και θερμοκρασίας (T) με τις ταχύτητες των μορίων.

Βασισμένοι στις παραπάνω παραδοχές καταφέραμε να βρούμε σχέσεις που συνδέουν τα μακροσκοπικά μεγέθη, όπως η πίεση και η θερμοκρασία, που μέχρι τώρα μπορούσαμε να τα προσδιορίσουμε μόνο πειραματικά, με τις μέσες τιμές των ταχυτήτων των μορίων του αερίου.

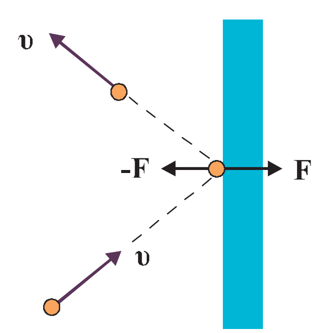
Η πίεση είναι το μονόμετρο μέγεθος που ορίζεται ως το πηλίκο του μέτρου της δύναμης που ασκείται κάθετα σε κάποια επιφάνεια προς το εμβαδόν της επιφάνειας (σχ. 3.5).



Σχ. 3.5 Το ΔΑ είναι ένα στοιχειώδες τμήμα της επιφάνειας και ΔF η δύναμη που ασκείται σε αυτό.

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

Στην περίπτωση ενός αερίου που είναι κλεισμένο σ’ ένα δοχείο η πίεση που ασκείται στα τοιχώματα του δοχείου οφείλεται στις δυνάμεις που ασκούν τα μόρια του αερίου στα τοιχώματα κατά τις κρούσεις τους με αυτά (σχ. 3.6).



Σχ. 3.6 Η κρούση του μορίου με το τοίχωμα θεωρείται ελαστική. Το μέτρο της ταχύτητας του μορίου είναι το ίδιο πριν και μετά την κρούση.

Η πρώτη σχέση που προκύπτει από την εφαρμογή των νόμων της μηχανικής και των παραδοχών της κινητικής θεωρίας, είναι αυτή που συνδέει την πίεση (p) του αερίου με τις ταχύτητες των μορίων του αερίου.
Βρέθηκε συγκεκριμένα ότι

$$\boxed{p = \frac{1}{3}\frac{N m\overline{\upsilon^2}}{V}} \qquad (3.4)$$

όπου
- N ο αριθμός των μορίων του αερίου,
- m η μάζα κάθε μορίου,
- V ο όγκος του δοχείου και
- $\overline{\upsilon^2}$ η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του αερίου.

Η απόδειξη της σχέσης (3.4) γίνεται στο τέλος της παραγράφου.

Μια άλλη, πιο κομψή, μορφή της σχέσης (3.4) προκύπτει αν λάβουμε υπόψη ότι το γινόμενο Nm είναι η ολική μάζα του αερίου, και ότι το πηλίκο της ολικής μάζας προς τον όγκο V που καταλαμβάνει το αέριο είναι η πυκνότητα ρ του αερίου, οπότε:

$$p = \frac{1}{3}\rho\overline{\upsilon^2}$$

Πολλαπλασιάζοντας και διαιρώντας το δεύτερο μέλος της (3.4) με τον αριθμό 2 προκύπτει η παρακάτω μορφή που συνδέει την πίεση με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

$$p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right) \qquad (3.5)$$

Από την (3.5) προκύπτει

$$pV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right) \qquad (3.6)$$

Όμως από την καταστατική εξίσωση γνωρίζουμε ότι

$$pV = nRT = \frac{N}{N_A}RT$$

όπου N_A ο αριθμός των μορίων ανά mol (σταθερά Avogadro).

Το πηλίκο $\frac{R}{N_A}$ εμφανίζεται συχνά στην κινητική θεωρία. Είναι το πηλίκο δύο σταθερών, ονομάζεται **σταθερά του Boltzmann** (Μπόλτζμαν) και συμβολίζεται με το k.

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}381 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/(\text{μόριο}\cdot K)}$$

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε την καταστατική και ως εξής:

$$pV = NkT \qquad (3.7)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των σχέσεων (3.6) και (3.7) και λύνοντας ως προς T βρίσκουμε

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$$

Η σχέση αυτή είναι πολύ σημαντική γιατί συνδέει τη θερμοκρασία με τη μέση μεταφορική κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.
Από τη σχέση αυτή, για τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων βρίσκουμε

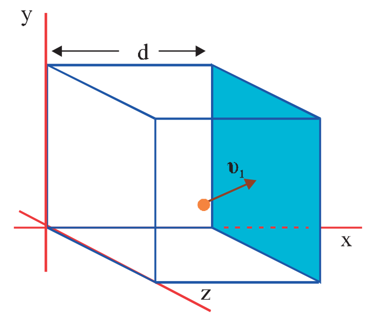
$$\boxed{\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT} \qquad (3.8)$$

Η τετραγωνική ρίζα της $\overline{\upsilon^2}$ ονομάζεται **ενεργός ταχύτητα** και συμβολίζεται $\upsilon_{\varepsilon\nu}$. Από τη σχέση (3.8) προκύπτει

$$\boxed{\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}} \qquad (3.9)$$

Απόδειξη της σχέσης $p = \frac{1}{3}\frac{N\, m\overline{\upsilon^2}}{V}$

Θεωρούμε ένα κυβικό δοχείο ακμής d (σχ. 3.7). Το δοχείο θα έχει όγκο $V = d^3$ και εμβαδόν έδρας $A = d^2$. Υποθέτουμε ότι στο δοχείο περιέχεται πολύ μεγάλος αριθμός N πανομοιότυπων μορίων αερίου, μάζας m το καθένα, που πληρούν τις προϋποθέσεις της προηγούμενης παραγράφου. Τα τοιχώματα του δοχείου είναι τελείως άκαμπτα, έχουν πολύ μεγάλη μάζα και δε μετακινούνται.
Κατά τη διάρκεια των κρούσεων των μορίων στα τοιχώματα, τα μόρια ασκούν δυνάμεις σ' αυτά. Σ' αυτές τις δυνάμεις οφείλεται η πίεση που ασκεί το αέριο. Οι δυνάμεις αυτές είναι αντίθετες με τις δυνάμεις που ασκούνται από το τοίχωμα στα μόρια κατά την κρούση (αρχή δράσης - αντίδρασης) και προκαλούν τη μεταβολή της ορμής των μορίων.



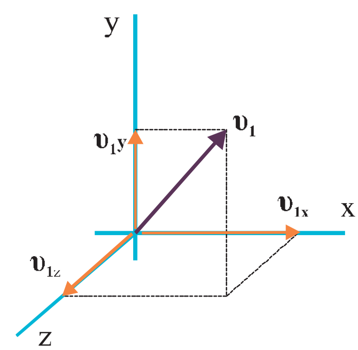
Σχ. 3.7 Ένα μόριο του αερίου που κινείται με ταχύτητα υ_1 μέσα σε κυβικό δοχείο ακμής d.

Από το δεύτερο νόμο του Newton γνωρίζουμε ότι $F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$, άρα, αν καταφέρουμε να υπολογίσουμε τη συνολική μεταβολή της ορμής που υφίστανται τα μόρια στη μονάδα του χρόνου (δηλ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής τους) λόγω των κρούσεών τους πάνω σε μία από τις έδρες του δοχείου θα βρούμε και το μέτρο της δύναμης που ασκείται από τα μόρια σ' αυτή την έδρα.

Μετά, για να βρούμε την πίεση p, αρκεί να διαιρέσουμε τη δύναμη με την επιφάνεια $\left(p = \frac{F}{A}\right)$.

(Προσοχή: χρησιμοποιούμε κεφαλαίο P για την ορμή και μικρό p για την πίεση.)
Έστω ένα μόριο που κινείται με ταχύτητα υ_1. Αναλύουμε την ταχύτητά του σε τρεις συνιστώσες (υ_{1x}, υ_{1y}, υ_{1z}) (σχ. 3.8). Εξετάζουμε τις κρούσεις στο τοίχωμα του δοχείου που είναι κάθετο στη υ_{1x}.
Εφόσον οι κρούσεις είναι απολύτως ελαστικές το μόριο ανακλάται με ταχύτητα ίδιου μέτρου. Η υ_{1y} και η υ_{1z} δε μεταβάλλονται ενώ η υ_{1x} αλλάζει φορά.
Η μεταβολή της ορμής που υφίσταται το μόριο κατά την κρούση θα είναι

$$\Delta P_{1x} = -m\upsilon_{1x} - m\upsilon_{1x} = -2m\upsilon_{1x}$$



Σχ. 3.8 Η ταχύτητα αναλύεται σε τρεις συνιστώσες σε τρισορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων.

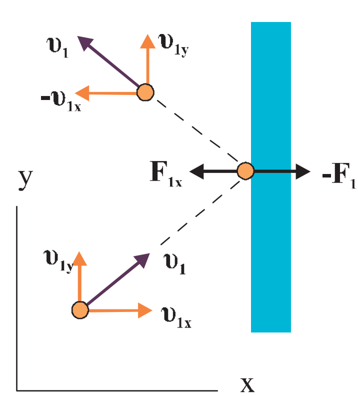
Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις του ίδιου σωματιδίου στην ίδια έδρα θα είναι $\Delta t = \frac{2d}{\upsilon_{1x}}$ άρα ο αριθμός κρούσεων στη μονάδα του χρόνου για αυτό το μόριο στην ίδια έδρα θα είναι $\frac{\upsilon_{1x}}{2d}$ και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του (η μεταβολή της ορμής στη μονάδα του χρόνου) θα είναι $\frac{\Delta P_{1x}}{\Delta t} = -2m\upsilon_{1x}\frac{\upsilon_{1x}}{2d} = -\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$

Η δύναμη που δέχεται το μόριο από το τοίχωμα θα είναι $F_{1x} = \frac{\Delta P_{1x}}{\Delta t} = -\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$ και αντίστοιχα αυτή που δέχεται το τοίχωμα από το μόριο θα είναι $-F_{1x} = \frac{m\upsilon_{1x}^2}{d}$

Η δύναμη (ΣF_x) που ασκείται πάνω στο τοίχωμα που μελετάμε είναι το άθροισμα όλων των αντίστοιχων όρων που αφορούν κάθε μόριο χωριστά.

Η πίεση (p) που δέχεται η εν λόγω έδρα από το αέριο θα είναι $p = \frac{\Sigma F_x}{A}$ όπου $A = d^2$.

$$\text{Άρα } p = \frac{\left(\frac{m\upsilon_{1x}^2}{d} + \frac{m\upsilon_{2x}^2}{d} + \ldots + \frac{m\upsilon_{Nx}^2}{d}\right)}{d^2} = \frac{m\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + \ldots + \upsilon_{Nx}^2\right)}{d^3}$$



Σχ. 3.9 Η κίνηση του μορίου στο επίπεδο xy.

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε το κλάσμα με N (το πλήθος των μορίων) οπότε

$$p = \frac{Nm\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + \ldots + \upsilon_{Nx}^2\right)}{Nd^3}$$

Ο όρος $\frac{\left(\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{2x}^2 + \ldots + \upsilon_{Nx}^2\right)}{N}$ είναι η μέση τιμή των τετράγωνων των υ_x ταχυτήτων και θα τον συμβολίζουμε $\overline{\upsilon_x^2}$.

Εικ. 3.3 Οι δυνάμεις που ασκούνται επειδή κατά τις κρούσεις των μορίων του αερίου, που περιέχουν τα μπαλόνια, με τα τοιχώματα τεντώνουν το ελαστικό περίβλημα των μπαλονιών.

Τελικά $$p = \frac{Nm\overline{\upsilon_x^2}}{d^3} \qquad (3.10)$$

Τα μόρια κινούνται άτακτα, δεν έχουν δηλαδή καμιά προτίμηση ως προς την κατεύθυνση κίνησής τους, επομένως

$$\overline{\upsilon_x^2} = \overline{\upsilon_y^2} = \overline{\upsilon_z^2}$$

Γνωρίζουμε ότι γενικά $\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2$

Εύκολα αποδεικνύεται ότι $\overline{\upsilon^2} = \overline{\upsilon_x^2} + \overline{\upsilon_y^2} + \overline{\upsilon_z^2}$

επειδή $\overline{\upsilon_x^2} = \overline{\upsilon_y^2} = \overline{\upsilon_z^2}$

καταλήγουμε στη σχέση $\overline{\upsilon^2} = 3\overline{\upsilon_x^2}$ άρα $\overline{\upsilon_x^2} = \frac{\overline{\upsilon^2}}{3}$

Αντικαθιστώντας το ίσον της $\overline{\upsilon_x^2}$ στη σχέση (3.10) και λαμβάνοντας υπόψη ότι $d^3 = V$ προκύπτει

$$p = \frac{1}{3}\frac{N\, m\overline{\upsilon^2}}{V}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-4

Να βρεθεί η ενεργός ταχύτητα των μορίων του υδρογόνου σε θερμοκρασία 27 °C. Δίνεται ότι η γραμμομοριακή μάζα του υδρογόνου είναι 2×10^{-3} kg / mol.

Απάντηση:

Γνωρίζουμε ότι $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Πολλαπλασιάζοντας αριθμητή και παρονομαστή του υπόρριζου με τον αριθμό Avogadro (N_A) προκύπτει

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3kN_AT}{N_Am}} \qquad (3.11)$$

Όμως $k = \frac{R}{N_A}$ επομένως $kN_A = R$ και $N_Am = M$ (M: η γραμμομοριακή μάζα)

Άρα η σχέση (3.11) γίνεται $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Αντικαθιστώντας στο SI $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3\cdot(8{,}314\ J/mol\ K)\cdot(273+27)K}{2\times10^{-3}\ kg/mol}} = 1{,}93\times10^3\ m/s$$

Η ταχύτητα αυτή είναι πολύ μεγάλη, είναι περίπου 6900 km / h.

3-6 ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΟΡΙΑΚΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

Το πείραμα του Zartman (Ζάρτμαν)

Ο αριθμός των μορίων ενός αερίου, όσο μικρή και αν είναι η ποσότητά του, είναι τεράστιος. Το κάθε μόριο συγκρούεται και αλλάζει ταχύτητα περίπου ένα δισεκατομμύριο φορές το δευτερόλεπτο. Έτσι είναι φανερό ότι η ερώτηση πόσα μόρια έχουν κάποια στιγμή μια συγκεκριμένη ταχύτητα υ δεν έχει νόημα. Μπορούμε όμως να βρούμε τον αριθμό των μορίων dN που έχουν ταχύτητες από υ μέχρι υ+dυ.

Το 1920 έγινε το πρώτο πείραμα για τη μέτρηση των μοριακών ταχυτήτων. Το πείραμα που θα περιγράφουμε είναι το πείραμα με το οποίο ο Zartman προσδιόρισε πειραματικά τις ταχύτητες των μορίων ενός αερίου.

Μέσα σε ένα φούρνο εξαερώνεται μια ουσία. Τα μόρια του ατμού διαφεύγουν από ένα άνοιγμα του φούρνου προς ένα θάλαμο κενού (σχ. 3.10). Στο θάλαμο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω ένας κύλινδρος που φέρει, παράλληλα στον άξονά του, λεπτή σχισμή και στο εσωτερικό της κυρτής του επιφάνειας φέρει ειδικό ευαίσθητο φιλμ. Τα μόρια του ατμού που εισέρχονται από τη σχισμή μέσα στον κύλινδρο συνεχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα μέχρι να συναντήσουν το φιλμ, στο οποίο προσκολλώνται και αφήνουν τα ίχνη τους σε απόσταση d από το σημείο του φιλμ που βρίσκεται ακριβώς απέναντι από την σχισμή.

Αν u η γραμμική ταχύτητα του φιλμ και t ο χρόνος που χρειάζεται το μόριο για να διατρέξει τη διάμετρο του κυλίνδρου η απόσταση d ισούται με

$$d = ut$$

όμως $t = 2r / \upsilon$

όπου υ η ταχύτητα των μορίων

και $u = \omega r$

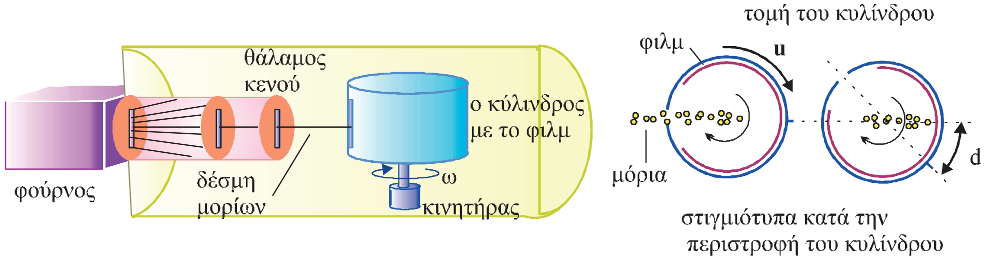
όπου r η ακτίνα του κυλίνδρου.

Επομένως, $$d = ut = \omega r \frac{2r}{\upsilon} = \frac{2\omega r^2}{\upsilon}$$

Η ταχύτητα των μορίων υπολογίζεται από τη σχέση $\upsilon = 2\omega r^2 / d$. Δηλαδή, η μέτρηση της ταχύτητας των μορίων βασίζεται στη μέτρηση της απόστασης d.

Στην πράξη, αυτό που μπορούμε να υπολογίσουμε είναι πόσα μόρια πέφτουν σε κάθε σημείο του φιλμ και επομένως να υπολογίσουμε την κατανομή των μορίων στις διάφορες ταχύτητες.

Σήμερα είναι δυνατή η μέτρηση των μοριακών ταχυτήτων των αερίων με μεγάλη ακρίβεια.



Σχ. 3.10 Το μοντέλο της πειραματικής διάταξης του Zartman.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-5

Από ένα πείραμα ανάλογο με το πείραμα του Zartman, μετρήθηκαν οι ταχύτητες των μορίων και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας.

υ (m/s)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100
Δυ (m/s)	0,4	0,25	0,2	0,1	0,2	0,2	0,4	0,5	0,8	1,2	5
ΔΝ (μόρια)	200	240	400	220	360	240	200	200	160	120	250
ΔΝ/Δυ (μόρια/m/s)	500	960	2000	2200	1800	1200	500	400	200	100	50

όπου

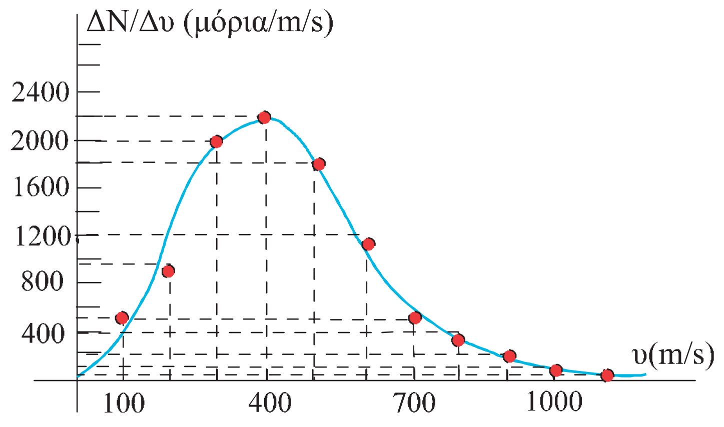
υ : ταχύτητες των μορίων

Δυ : περιοχές ταχυτήτων γύρω από κάθε ταχύτητα. Οι περιοχές ταχυτήτων δεν έχουν όλες το ίδιο εύρος ώστε να εξασφαλίζεται ότι σε κάθε περιοχή υπάρχει ένας ικανοποιητικός, μετρήσιμος αριθμός ΔΝ μορίων που κινούνται με ταχύτητες εντός της περιοχής.

ΔΝ : αριθμός μορίων που έχουν ταχύτητες μέσα στα όρια της κάθε περιοχής ταχυτήτων. Για παράδειγμα στην πρώτη στήλη 200 μόρια έχουν ταχύτητες από 99,8 m / s έως 100,2 m / s.

ΔΝ/Δυ : ο αριθμός των μορίων ανά μοναδιαία περιοχή ταχύτητας.

Με βάση τα στοιχεία αυτά το διάγραμμα $\Delta N / \Delta \upsilon = f(\upsilon)$, κατανομής των ταχυτήτων των μορίων του αερίου είναι:

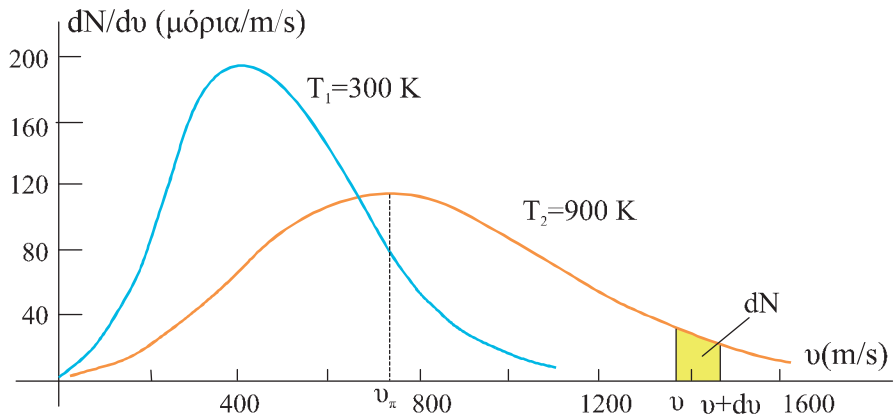


Σχ. 3.11

Κατανομή κατά Maxwell - Boltzmann (Μάξγουελ - Μπόλτζμαν)

Οι Maxwell και Boltzmann γύρω στο 1860, πολύ πριν γίνει εφικτό να μετρηθούν πειραματικά οι ταχύτητες των μορίων, υπολόγισαν θεωρητικά πώς κατανέμονται τα μόρια ενός αερίου στις διάφορες ταχύτητες.

Στο σχήμα 3.12 παριστάνεται γραφικά η συνάρτηση dN/dυ = f(υ) των Maxwell και Boltzmann για $N = 10^5$ μόρια αζώτου στις θερμοκρασίες 300 Κ και 900 Κ.



Σχ. 3.12

Οι ταχύτητες καλύπτουν ευρεία περιοχή. Η συνάρτηση dN/dυ τείνει στο μηδέν όταν $\upsilon \to 0$ και όταν $\upsilon \to \infty$. Η ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης είναι η **πιο πιθανή ταχύτητα** και συμβολίζεται με υ_π.

Δύο άλλες ταχύτητες που παρουσιάζουν ενδιαφέρον είναι η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ και η ενεργός ταχύτητα $\upsilon_{\varepsilon\nu}$.

Η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}$ είναι η μέση τιμή των ταχυτήτων των μορίων του αερίου. Δηλαδή αν οι ταχύτητες των μορίων είναι υ_1, υ_2, … και ο αριθμός των μορίων N

$$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \upsilon_3 + ...}{N}$$

Η ενεργός ταχύτητα είναι

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \upsilon_3^2 + ...}{N}}$$

Συχνά, σε διάφορες κατανομές, η μέση τιμή ενός μεγέθους ταυτίζεται με την πιθανότερη τιμή του μεγέθους. Στην κατανομή Maxwell-Boltzmann η $\bar{\upsilon}$ είναι μεγαλύτερη της υ_π γιατί προβλέπονται μόρια, έστω και λίγα, με πολύ μεγάλες ταχύτητες (δεν υπάρχει άνω όριο στις ταχύτητες των μορίων). Όσον αφορά τη $\upsilon_{\varepsilon\nu}$ αποδεικνύεται μαθηματικά ότι η ενεργός τιμή είναι μεγαλύτερη από τη μέση τιμή (βλέπε ένθετο στη σελίδα 94). Έτσι μεταξύ των τριών ταχυτήτων που προαναφέραμε ισχύει $\upsilon_\pi < \bar{\upsilon} < \upsilon_{\varepsilon\nu}$.

Αν το τμήμα που έχει κίτρινο χρώμα μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο -και μπορεί να θεωρηθεί αν το dυ είναι απειροστά μικρό- τότε το εμβαδόν του είναι: $d\upsilon \times dN / d\upsilon = dN$ δηλαδή δίνει τον αριθμό dN των μορίων που έχουν ταχύτητες από υ έως υ+dυ. **Το εμβαδόν που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα των υ δίνει το συνολικό αριθμό των μορίων του αερίου.**

Βλέπουμε ότι **όταν η θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται η καμπύλη μετατοπίζεται προς τα δεξιά και η κορυφή της χαμηλώνει.** Αυτό συμβαίνει γιατί όσο αυξάνεται η θερμοκρασία ο αριθμός των μορίων που έχουν ταχύτητα μεγαλύτερη από μία δεδομένη τιμή αυξάνεται, η μετατόπιση όμως της καμπύλης δεξιότερα διευρύνει την βάση της και, καθώς το εμβαδόν που περικλείει παραμένει αμετάβλητο (συνολικός αριθμός μορίων), η κορυφή της χαμηλώνει.

Εικ. 3.4 Ludwig Boltzmann (1844-1906) Αυστριακός θεωρητικός φυσικός. Η συνεισφορά του στην κινητική θεωρία και στη στατιστική μηχανική υπήρξε μεγάλη.

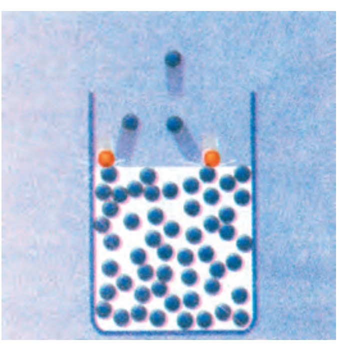
3-7 ΤΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΕΧΟΥΝ ΕΥΡΥΤΕΡΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Η κινητική θεωρία αναπτύχθηκε για να ερμηνεύσει τη συμπεριφορά των αερίων. Όμως κάποια από τα συμπεράσματά της, ποιοτικά τουλάχιστον, ισχύουν για όλες τις μορφές της ύλης. Το συμπέρασμα με την ευρύτερη εφαρμογή είναι η σχέση ανάμεσα στη μέση κινητική ενέργεια των μορίων και τη θερμοκρασία.

Σ' ένα στερεό τα μόρια ασκούν το ένα στο άλλο ισχυρές δυνάμεις, με αποτέλεσμα να παραμένουν σταθερά «δεμένα» σε κάποιες θέσεις. Η μόνη κίνηση που τους επιτρέπεται είναι μια ταλάντωση γύρω από τη συγκεκριμένη θέση τους. Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία του στερεού, οι ταλαντώσεις των μορίων του γίνονται πιο έντονες (με μεγαλύτερο πλάτος), πάντα όμως γύρω από την ίδια θέση. Βλέπουμε ότι και εδώ η κινητικότητα των μορίων αυξάνει με την αύξηση της θερμοκρασίας. Όταν η θερμοκρασία πάρει ορισμένη τιμή -που τη λέμε θερμοκρασία ή σημείο τήξης του στερεού- τα μόριά του ταλαντώνονται με τόση ενέργεια ώστε να μπορούν να "ξεκολλήσουν" από τη θέση τους. Η οργανωμένη δομή του στερεού καταστρέφεται. Το στερεό τήκεται, περνάει δηλαδή στην υγρή φάση.

Η εξαερίωση των υγρών

Η δομή των υγρών είναι πολύ πιο κοντά στη δομή των αερίων απ' ό,τι στη δομή των στερεών. Εδώ τα μόρια δεν έχουν συγκεκριμένες θέσεις, οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων όμως είναι τόσο ισχυρές ώστε να μη μπορούμε να τις αγνοήσουμε. Θα έλεγε κανείς ότι τα μόρια έχουν την ελευθερία να ταξιδεύουν, με διάφορες ταχύτητες, στο χώρο που καταλαμβάνει το υγρό. Η ελευθερία των μορίων δεν είναι απόλυτη όπως στα ιδανικά αέρια και η κίνησή τους δεν είναι ευθύγραμμη ομαλή. Παρόλα αυτά, οι ταχύτητες των μορίων στα υγρά ακολουθούν κατανομή που μοιάζει αρκετά με αυτή των Maxwell - Boltzmann για τα αέρια. Αυτό σημαίνει ότι μέσα στο υγρό πάντα υπάρχει ένας αριθμός μορίων που έχουν αρκετά μεγάλες ταχύτητες, που τους επιτρέπουν να "δραπετεύσουν" από τις διαμοριακές έλξεις και να εγκαταλείψουν το υγρό από την ελεύθερη επιφάνειά του. Πρόκειται για το **φαινόμενο της εξάτμισης**.



Σχ. 3.13 Στην εξάτμιση μόρια εγκαταλείπουν την υγρή φάση μόνο από την επιφάνεια του υγρού.

Δύο παρατηρήσεις από την καθημερινή ζωή επαληθεύουν την υπόθεσή μας.

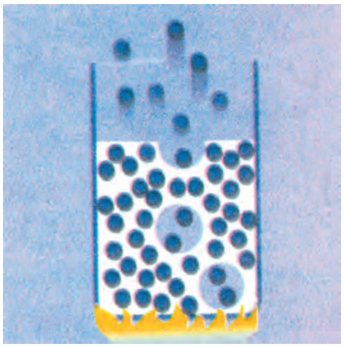
α. Οποιοδήποτε υγρό εξατμίζεται εντονότερα όταν η θερμοκρασία του είναι μεγαλύτερη. (Τα ρούχα στεγνώνουν γρηγορότερα το καλοκαίρι).

β. Όταν εξατμίζεται ένα υγρό η θερμοκρασία του πέφτει. (Όταν κάποιος έχει πυρετό τού βάζουμε κομπρέσες με νερό στο οποίο προσθέτουμε κάποιο υγρό που εξατμίζεται γρήγορα στη θερμοκρασία του δωματίου, (π.χ. οινόπνευμα), μ' αποτέλεσμα το υγρό να διατηρείται δροσερό).

Είδαμε ότι όταν αυξάνει η θερμοκρασία η καμπύλη της κατανομής των ταχυτήτων των μορίων των αερίων μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Αυτό σημαίνει ότι, κατά μέσο όρο, οι ταχύτητες των μορίων αυξάνονται. Κάτι ανάλογο συμβαίνει και με τις ταχύτητες των μορίων του υγρού. Είναι λοιπόν αναμενόμενο, όταν θερμαίνεται το υγρό να αυξάνεται ο αριθμός των μορίων της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού που έχουν την απαραίτητη κινητική ενέργεια για να εγκαταλείψουν το υγρό.

Καθώς τα πιο γρήγορα μόριά του εγκαταλείπουν το υγρό, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων που απομένουν μικραίνει. Σύμφωνα με τη σχέση $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$ που συνδέει τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων των ιδανικών αερίων με τη θερμοκρασία και, απ' ό,τι φαίνεται, ισχύει ποιοτικά και για τα υγρά, είναι και θεωρητικά αναμενόμενο να ψύχεται το υγρό.

Εάν τώρα αυξήσουμε τη θερμοκρασία του υγρού, φτάνουμε σε μια θερμοκρασία, τη θερμοκρασία ή **σημείο ζέσεως**, στην οποία ένας πολύ μεγάλος αριθμός μορίων από όλο τον όγκο του και όχι μόνο από την ελεύθερη επιφάνειά του αποκτά την απαραίτητη κινητική ενέργεια για να εγκαταλείψει το υγρό. Έχουμε το **φαινόμενο του βρασμού**.



Σχ. 3.14 Στο βρασμό μόρια εγκαλείπουν την υγρή φάση από το σύνολο του όγκου του υγρού.

Η εξάτμιση και ο βρασμός είναι δύο μορφές του φαινομένου της **εξαερίωσης** των υγρών.

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι οποιοδήποτε υγρό, με την πάροδο του χρόνου, θα πρέπει να εξατμισθεί πλήρως. Ο χρόνος που θα χρειαστεί γι' αυτό εξαρτάται από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος, την ποσότητα του υγρού, το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειάς του καθώς και το είδος του υγρού (πόσο ισχυρές είναι οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων του).
Υπάρχει όμως ένα φαινόμενο που κλονίζει λίγο τη βεβαιότητά μας. Γνωρίζουμε όλοι ότι εάν αποθηκεύσουμε ένα υγρό μέσα σ' ένα μπουκάλι που κλείνει καλά, όσα χρόνια κι αν περάσουν, ακόμη και αν η θερμοκρασία είναι ψηλή και το υγρό από αυτά που εξατμίζονται εύκολα, το υγρό μας δεν πρόκειται να εξατμισθεί πλήρως.

Σ' αυτό το αδιέξοδο φτάσαμε γιατί στους συλλογισμούς μας δεν πήραμε υπόψη κάτι βασικό. Εάν κάποια μόρια του υγρού μπορούν να διαφεύγουν από το υγρό σχηματίζοντας ατμό πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του, γιατί να μην μπορεί να συμβεί και το αντίστροφο, δηλαδή κάποια μόρια να περνούν από την αέρια φάση στην υγρή; Εξάλλου το φαινόμενο της υγροποίησης των ατμών είναι εξίσου οικείο με αυτό της εξάτμισης. Οι υδρατμοί της ατμόσφαιρας υγροποιούνται στα τζάμια όταν αυτά είναι κρύα.

Έχουμε λοιπόν δύο ανταγωνιστικά φαινόμενα, αυτό της εξάτμισης και αυτό της υγροποίησης.

Όταν υπάρχει μια δυναμική ισορροπία ανάμεσα στην εξάτμιση και την υγροποίηση (η ποσότητα υγρού που εξατμίζεται είναι ίση με την ποσότητα του ατμού που υγροποιείται στον ίδιο χρόνο), η ποσότητα του υγρού και η ποσότητα του ατμού πάνω από την ελεύθερη επιφάνειά του παραμένουν σταθερές. Ακριβώς αυτό συμβαίνει στην περίπτωση του υγρού μέσα στο κλειστό μπουκάλι.

Η ταχύτητα με την οποία υγροποιείται ο ατμός εξαρτάται από το πόσο χαμηλή είναι η θερμοκρασία και από την ποσότητα των ατμών πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

Όταν η εξάτμιση και η υγροποίηση βρίσκονται σε ισορροπία η ποσότητα των ατμών που βρίσκονται πάνω από την επιφάνεια του υγρού είναι η μέγιστη δυνατή για τις δεδομένες συνθήκες και τον διαθέσιμο χώρο. Τότε οι ατμοί λέγονται **κορεσμένοι**.

Αποκαλύψαμε τώρα, έμμεσα, ένα νέο τρόπο να επιταχύνουμε την εξάτμιση ενός υγρού, εκτός από το να του αυξήσουμε τη θερμοκρασία. Αρκεί να απομακρύνουμε συνεχώς πάνω από την ελεύθερή του επιφάνεια τους ατμούς για να ελαχιστοποιούμε το φαινόμενο της υγροποίησης. Ίσως τώρα καταλαβαίνουμε γιατί ο καλύτερος καιρός για να στεγνώσουν τα απλωμένα ρούχα είναι να κάνει ζέστη αλλά και να φυσάει.

ΣΥΝΟΨΗ

Ισόθερμη είναι η μεταβολή στην οποία η θερμοκρασία του αερίου διατηρείται σταθερή. Ο νόμος της ισόθερμης μεταβολής είναι

$$p\,V = \text{σταθ.} \qquad \text{για} \qquad T = \text{σταθ.}$$

Ισόχωρη ονομάζεται η μεταβολή στην οποία ο όγκος του αερίου διατηρείται σταθερός. Ο νόμος της ισόχωρης μεταβολής είναι

$$\frac{p}{T} = \text{σταθ.} \qquad \text{για} \qquad V = \text{σταθ.}$$

Ισοβαρής ονομάζεται η μεταβολή στην οποία η πίεση του αερίου διατηρείται σταθερή. Ο νόμος της ισοβαρούς μεταβολής είναι

$$\frac{V}{T} = \text{σταθ.} \qquad \text{για} \qquad p = \text{σταθ.}$$

Η καταστατική εξίσωση συνδέει την πίεση, τον όγκο και τη θερμοκρασία σε ένα ιδανικό αέριο.

$$p\,V = n\,R\,T$$

Μακροσκοπικά, ιδανικό θεωρείται το αέριο στο οποίο η καταστατική εξίσωση ισχύει πάντα.

Μικροσκοπικά, ιδανικό θεωρείται το αέριο του οποίου τα μόρια είναι υλικά σημεία που δεν αλληλεπιδρούν παρά μόνο όταν συγκρούονται. Οι κρούσεις τους με τα άλλα μόρια και με τα τοιχώματα του δοχείου θεωρούνται ελαστικές.

Η πίεση που ασκεί ένα αέριο που βρίσκεται μέσα σε ένα δοχείο οφείλεται στις κρούσεις των μορίων του στα τοιχώματα του δοχείου. Η πίεση του αερίου συνδέεται με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων του, με τη σχέση

$$p = \frac{1}{3}\frac{Nm\overline{\upsilon^2}}{V}$$

Η θερμοκρασία του αερίου συνδέεται με τη μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων με τη σχέση

$$T = \frac{2}{3}\frac{1}{k}\left(\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2}\right)$$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία.

$$\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$$

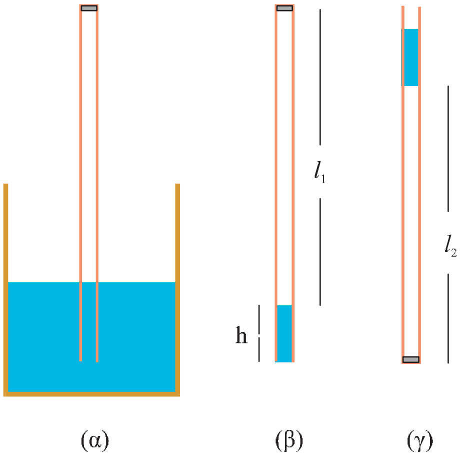
Η ενεργός ταχύτητα των μορίων ιδανικού αερίου είναι

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Τα μόρια ενός αερίου δεν έχουν την ίδια ταχύτητα. Οι ταχύτητες των μορίων κάποιας ποσότητας αερίου σε θερμοκρασία T ακολουθούν την κατανομή Maxwell - Boltzmann.

Από την κατανομή Maxwell - Boltzmann για τα αέρια μπορούν να βγουν συμπεράσματα που ερμηνεύουν, ποιοτικά, φαινόμενα όπως η εξαερίωση των υγρών ή η υγροποίηση των ατμών.

1. Επαληθεύστε το νόμο του Boyle με ένα... καλαμάκι



Σχ. 3.15

Βυθίστε ένα καλαμάκι της πορτοκαλάδας μέσα σε ένα ποτήρι με νερό. Κλείστε το επάνω μέρος του με λίγη πλαστελίνη (σχ. 3.15α). Βγάλτε το από το ποτήρι. Θα διαπιστώσετε ότι έχετε πάρει μαζί σας και μια ποσότητα νερού.

Πώς το εξηγείτε αυτό; Πόση είναι η πίεση του αέρα που έχει εγκλωβιστεί στο καλαμάκι;

Αναποδογυρίστε το καλαμάκι. Τώρα ο αέρας που έχει εγκλωβιστεί έχει μικρότερο όγκο. Πόση είναι τώρα η πίεση του αέρα;

Μετρήστε στις δύο περιπτώσεις την πίεση και τον όγκο του αέρα και ελέγξτε αν ισχύει η σχέση $pV = \text{σταθ.}$

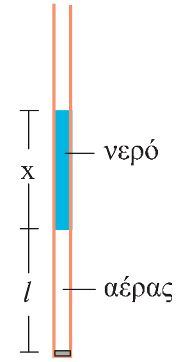
Την ατμοσφαιρική πίεση θα τη θεωρήσετε $1{,}013\ 10^5\ \text{N}/\text{m}^2$ και το ειδικό βάρος του νερού $10^4\ \text{N}/\text{m}^3$.

Υπόδειξη: Ο όγκος του αέρα στο καλαμάκι είναι $V_1 = l_1 A$ και $V_2 = l_2 A$, όπου Α η διατομή που έχει το καλαμάκι. Η πίεση που δημιουργεί μια στήλη υγρού, στη βάση της είναι εh (ε: το ειδικό βάρος του υγρού και h: το ύψος της στήλης του υγρού). Επειδή το καλαμάκι, στο ανοιχτό του άκρο έχει κάθε στιγμή πίεση ίση με την ατμοσφαιρική (p), η πίεση του αέρα που είναι εγκλωβισμένος μέσα στο καλαμάκι είναι $p_1 = p - \varepsilon h$ όταν το ανοιχτό άκρο βρίσκεται προς τα κάτω (σχ. 3.15β) και $p_1 = p + \varepsilon h$ όταν βρίσκεται προς τα πάνω (σχ. 3.15γ).

2. Επαληθεύστε το νόμο της ισοβαρούς μεταβολής

Πάρτε ένα καλαμάκι της πορτοκαλάδας και κλείστε το ένα άκρο του με πλαστελίνη. Προσπαθήστε να το γεμίσετε με νερό. Θα διαπιστώσετε ότι το νερό που θα ρίξετε δεν γεμίζει το σωλήνα αφού εγκλωβίζεται μια στήλη αέρα. Βάλτε το καλαμάκι σε ένα μπρίκι με νερό, με το κλειστό του άκρο προς τα κάτω. Με ένα μαρκαδόρο σημειώστε το ύψος της στήλης του αέρα για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας (θα τη βρείτε με ένα θερμόμετρο) και δοκιμάστε αν ισχύει η σχέση $\frac{V}{T} = \text{σταθ.}$ (Αρκεί να ισχύει $\frac{l}{T} = \text{σταθ.}$ Γιατί;)

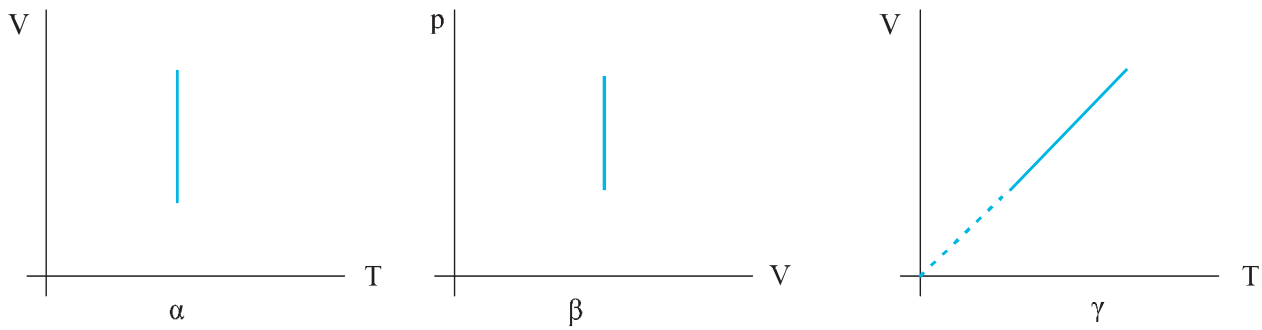
Σημείωση: Προσοχή, μη βάλετε το καλαμάκι σας σε πολύ ζεστό νερό. Είναι πολύ πιθανό να παραμορφωθεί. Εξ άλλου σε ψηλές θερμοκρασίες η τάση των ατμών του νερού είναι συγκρίσιμη με την πίεση του αέρα.



Σχ. 3.16

Νόμοι των αερίων

1 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχεί 1) σε ισοβαρή, και 2) σε ισόθερμη μεταβολή;

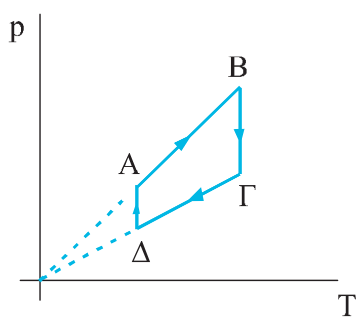


Σχ. 3.17

2 Η μεταβολή ΑΒΓΔ που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα (σχ. 3.18) αποτελείται:

α) Από δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές.
β) Από δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.
γ) Από δύο ισοβαρείς και δύο ισόχωρες μεταβολές.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



Σχ. 3.18

3 Να αντιστοιχίσετε τις μεταβολές της αριστερής στήλης σε σχέσεις της δεξιάς στήλης.

1) Ισόθερμη μεταβολή	α) $\frac{p}{V} = σταθ.$
2) Ισόχωρη μεταβολή	β) $\frac{p}{T} = σταθ.$
3) Ισοβαρής μεταβολή	γ) $\frac{V}{T} = σταθ.$
	δ) $pV = σταθ.$

4 Ποσότητα αερίου θερμαίνεται με σταθερό όγκο. Η πυκνότητά του

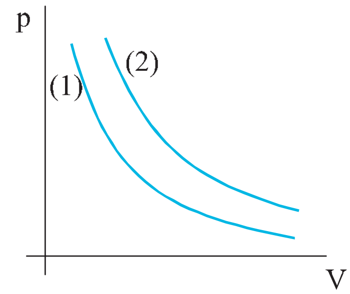
α) Αυξάνεται.
β) Μειώνεται.
γ) Μένει σταθερή.

Ποια απάντηση είναι σωστή;

5 Στο διάγραμμα p-V του σχήματος 3.19 οι καμπύλες (1) και (2) αντιστοιχούν στις ισόθερμες μεταβολές δύο αερίων που πραγματοποιήθηκαν στην ίδια θερμοκρασία. Αν n_1 και n_2 τα moles των δύο αερίων τότε:

α) $n_1 = n_2$
β) $n_1 > n_2$
γ) $n_1 < n_2$

Επιλέξτε το σωστό.

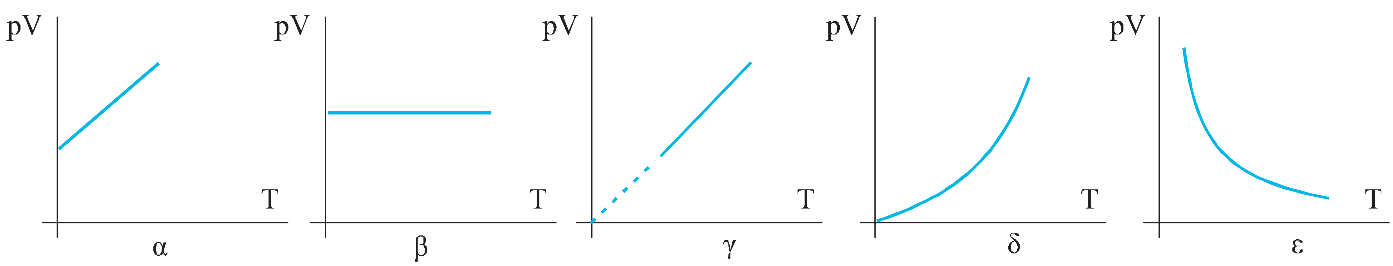


Σχ. 3.19

6 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

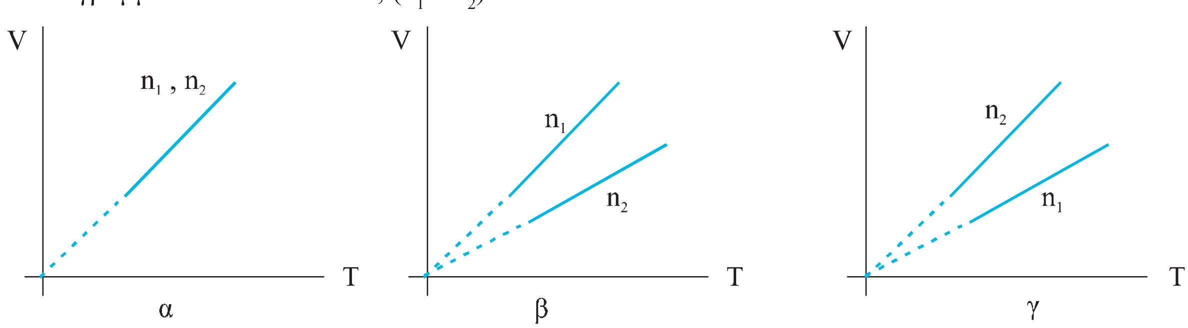
α) Η καταστατική εξίσωση ισχύει μόνο αν το αέριο αποτελείται από ένα είδος μορίων.
β) Τα αέρια για τα οποία ισχύει η καταστατική εξίσωση ονομάζονται ιδανικά.
γ) Σε ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου η παράσταση $\frac{pV}{T}$ παραμένει σταθερή.
δ) Η καταστατική εξίσωση ισχύει μόνο στα μονοατομικά αέρια.

7 Ποιο από τα επόμενα διαγράμματα παριστάνει το γινόμενο pV ορισμένης ποσότητας αερίου σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία του;



Σχ. 3.20

8 Δύο ποσότητες αερίων με αριθμό γραμμομορίων n_1 και n_2 εκτελούν ισοβαρή μεταβολή στην ίδια πίεση. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα είναι το σωστό; ($n_1 > n_2$).



Σχ. 3.21

Κινητική θεωρία

9 Πώς ορίζεται το ιδανικό αέριο α) μακροσκοπικά και β) μικροσκοπικά;

10 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η θερμοκρασία ενός αερίου είναι ανάλογη με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του.

β) Η πίεση ενός αερίου είναι ανάλογη με τη μέση ταχύτητα των μορίων του.

γ) Οι ενεργές ταχύτητες των μορίων του οξυγόνου και του αζώτου είναι ίσες, αν τα δύο αέρια βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.

δ) Η άτακτη κίνηση των μορίων του αέρα είναι πιο "γρήγορη" το καλοκαίρι από ό,τι το χειμώνα.

11 Δύο δοχεία περιέχουν οξυγόνο και υδρογόνο αντίστοιχα, στην ίδια θερμοκρασία. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του υδρογόνου είναι:

α) Ίση με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του οξυγόνου.

β) Το μισό της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του οξυγόνου.

γ) Διπλάσια από τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του οξυγόνου.

δ) Τετραπλάσια από τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του οξυγόνου.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

12 Η πίεση που ασκεί ένα αέριο είναι ανάλογη με

α) τη μέση τιμή των ταχυτήτων των μορίων.

β) τον όγκο του δοχείου που το περιέχει.

γ) την πυκνότητα του αερίου.

δ) την πίεση που υπάρχει έξω από το δοχείο.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

13 Αέριο συμπιέζεται ισόθερμα στο μισό του αρχικού του όγκου. Η ενεργός ταχύτητα των μορίων του

α) διπλασιάζεται.

β) παραμένει σταθερή.

γ) υποδιπλασιάζεται.

δ) τα στοιχεία δεν επαρκούν για να κρίνουμε αν η ενεργός ταχύτητα μεταβάλλεται και πώς.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

14 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις που αφορούν στην κατανομή Maxwell - Boltzmann είναι σωστές;

α) Η κατανομή παριστάνεται γραφικά σε διάγραμμα στο οποίο ο ένας άξονας αναφέρεται στις ταχύτητες (υ) των μορίων του αερίου και ο άλλος στον αριθμό των μορίων που έχουν κάποια ταχύτητα υ.

β) Η κατανομή Maxwell - Boltzmann δείχνει ότι υπάρχει κάποιο όριο στη μέγιστη ταχύτητα που μπορούν να έχουν τα μόρια του αερίου σε κάποια θερμοκρασία.

γ) Τα περισσότερα μόρια έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα που αντιστοιχεί στο μέγιστο της καμπύλης.

δ) Η κατανομή των ταχυτήτων των μορίων ενός αερίου είναι ίδια για όλες τις τιμές της θερμοκρασίας του αερίου.

15 Πώς ερμηνεύεται η ελάττωση της θερμοκρασίας ενός υγρού όταν εξατμίζεται;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Νόμοι των αερίων - καταστατική εξίσωση

16 Δοχείο σταθερού όγκου περιέχει αέρα σε θερμοκρασία 27 °C και πίεση 1 atm. Θερμαίνουμε το δοχείο ώστε η θερμοκρασία του αερίου να αυξηθεί κατά 60 °C. Πόση θα γίνει η πίεση;
[Απ: 1,2 atm]

17 Αέριο βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο. Το δοχείο κλείνεται με εφαρμοστό έμβολο, πάνω στο οποίο τοποθετούνται διάφορα σταθμά. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία 27 °C και καταλαμβάνει όγκο $0,20\ m^3$. Ψύχουμε το αέριο στους -3 °C. Ποιος θα είναι ο νέος όγκος του αερίου;
[Απ: $0,18\ m^3$]

18 Δωμάτιο έχει διαστάσεις $4\ m \times 4\ m \times 3\ m$. Η θερμοκρασία στο δωμάτιο είναι 27 °C και η πίεση 1 atm. Να υπολογίσετε τον αριθμό των mol του αέρα στο δωμάτιο. Δίνονται:
$1\ atm = 1,013 \times 10^5\ N/m^2$, $R = 8,314\ J/mol \cdot K$.
[Απ: 1950 mol]

19 Κυλινδρικό δοχείο με διαθερμικά τοιχώματα φράσσεται με εφαρμοστό έμβολο. Το δοχείο περιέχει αέρα πίεσης 1 atm και βρίσκεται μέσα σε λουτρό νερού σταθερής θερμοκρασίας. Πιέζουμε το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να ελαττωθεί στο 1/3 του αρχικού. Υπολογίστε την τελική τιμή της πίεσης του αερίου.
[Απ: 3 atm]

20 2×10^{-5} mol υδρογόνου βρίσκονται σε δοχείο όγκου $V = 0,25\ m^3$ σε θερμοκρασία 27 °C. Υπολογίστε την πίεση του αερίου. Δίνονται: $R = 8,314\ J/mol \cdot K$.
[Απ: $0,2\ N/m^2$]

21 Αέριο βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό δοχείο. Το πάνω μέρος του δοχείου κλείνεται αεροστεγώς με έμβολο. Ο όγκος του αερίου μέσα στο δοχείο είναι $0,4\ m^3$, η θερμοκρασία 300 K και η πίεσή του 1 atm. Πιέζουμε το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να γίνει $0,1\ m^3$ οπότε παρατηρούμε ότι η θερμοκρασία του έγινε 600 K. Υπολογίστε την τελική πίεση του αερίου.
[Απ: 8 atm]

22 Στο εργαστήριο μπορούν να επιτευχθούν πολύ χαμηλές πιέσεις (υψηλό κενό), έως $13\times10^{-15}\,\text{atm}$. Υπολογίστε τον αριθμό των μορίων ενός αερίου σε ένα δοχείο 1 L σε αυτή την πίεση και σε θερμοκρασία δωματίου (300 K). Δίνονται $R = 0,082\ \text{L}\cdot\text{atm}/\text{mol}\cdot\text{K}$, $N_A = 6,023\times10^{23}$ μόρια / mol.
[Απ: $3,18\times10^{8}$ μόρια]

23 Να υπολογιστεί η πυκνότητα του διοξειδίου του άνθρακα σε θερμοκρασία 185 °C και πίεση 1 atm ($1\text{atm} = 1,013\times10^{5}\,\text{N}/\text{m}^2$). Δίνονται η γραμμομοριακή μάζα του διοξειδίου του άνθρακα $44\times10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$ και $R = 8,314\ \text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$.
[Απ: 1,17 kg/m^3]

24 Ένα αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση. Να γίνει η γραφική παράσταση της σχέσης ρ = f(θ), όπου ρ η πυκνότητα και θ η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου.

25 Σε θερμοκρασία θ = 27 °C και πίεση $p = 10^3\ \text{N}/\text{m}^2$ η πυκνότητα ενός αερίου είναι $8\times10^{-4}\ \text{kg}/\text{m}^3$. Να υπολογιστεί η γραμμομοριακή του μάζα. Δίνεται $R = 8,314\ \text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$.
[Απ: $2\times10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$]

26 Ένα mol αερίου βρίσκεται σε s.t.p. Διπλασιάζουμε την πίεση διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία και στη συνέχεια τριπλασιάζουμε τον όγκο διατηρώντας σταθερή την πίεση. Να υπολογίσετε τις τελικές τιμές πίεσης, όγκου, θερμοκρασίας και να παραστήσετε γραφικά τις μεταβολές του αερίου σε άξονες p-V, p-T και V-T.
[Απ: 2 atm, 33,6 L, 819 K]

Κινητική θεωρία

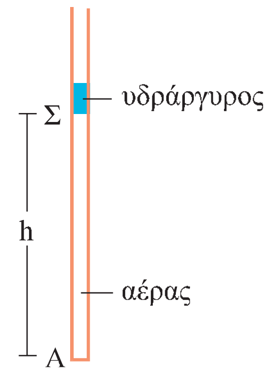
27 Βρείτε τις ενεργές ταχύτητες ($υ_{εν}$) των μορίων του He και των υδρατμών στους 27 °C. Οι αντίστοιχες γραμμομοριακές μάζες είναι $4\times10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$ και $18\times10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$.
Δίνεται $R = 8,314\ \text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$.
[Απ: 1368 m / s, 644,8 m / s]

28 Εννιά όμοια σωματίδια έχουν ταχύτητες 3, 5, 8, 8, 8, 12, 12, 16, 20. Όλες οι ταχύτητες είναι μετρημένες σε m / s. Υπολογίστε:
α) τη μέση ταχύτητά τους.
β) την ενεργό ταχύτητά τους $υ_{εν}$.
[Απ: 10,2 m / s 11,4 m / s]

29 Υπολογίστε την ενεργό ταχύτητα των ατόμων του υδρογόνου στην επιφάνεια του Ήλιου όπου η θερμοκρασία είναι 5800 K. Δίνεται ότι η γραμμοατομική μάζα του υδρογόνου είναι $1\times10^{-3}\ \text{kg}/\text{mol}$ και $R = 8,314\ \text{J}/\text{mol}\cdot\text{K}$.
[Απ: 12028 m / s]

30 Πόσα μπαλόνια όγκου 3 L μπορούμε να φουσκώσουμε με το ήλιο που περιέχεται σε φιάλη όγκου 12 L; Το ήλιο στη φιάλη βρίσκεται υπό πίεση 120 atm, ενώ στα μπαλόνια υπό πίεση 1,2 atm. Υποθέστε ότι η φιάλη και τα μπαλόνια βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία.
[Απ: 400]

31 Ο λεπτός κατακόρυφος σωλήνας του σχήματος 3.22 κλείνεται από μια σταγόνα υδραργύρου Σ και στο τμήμα ΑΣ, ύψους h = 27 cm, περιέχει αέρα θερμοκρασίας θ = 27 °C. Πόσο θα μετακινηθεί η σταγόνα αν η θερμοκρασία του αέρα γίνει θ΄ = 127 °C. Ο όγκος του σωλήνα δε μεταβάλλεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.
[Απ: 9 cm]

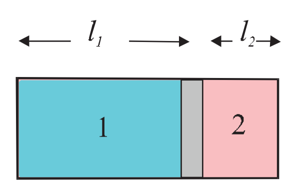


Σχ. 3.22

32 Κυλινδρικό δοχείο, με τον άξονά του κατακόρυφο, κλείνεται αεροστεγώς στο πάνω μέρος του με έμβολο διατομής $A = 0{,}02\ m^2$ και βάρους w = 374 N. Το αέριο μέσα στο δοχείο καταλαμβάνει όγκο 0,01 m^3 και βρίσκεται σε θερμοκρασία 27 °C. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ} = 1\ atm$.
α) Πόση είναι η πίεση του αερίου;
β) Πόσο θα αυξηθεί ο όγκος του αερίου, αν η θερμοκρασία του γίνει 207 °C; ($1 atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$)

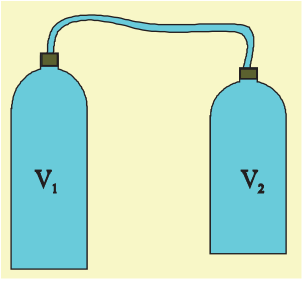
[Απ: α) $1{,}2 \times 10^5\ N/m^2$ β) 0,006 m^3]

33 Δοχείο όγκου V, που περιέχει αέρα, έχει στο πάνω μέρος του στρόφιγγα. Αρχικά η στρόφιγγα είναι ανοιχτή και ο αέρας του δοχείου επικοινωνεί με το περιβάλλον. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ} = 1\ atm$. Θερμαίνουμε το δοχείο, με ανοιχτή τη στρόφιγγα, μέχρι η θερμοκρασία στο εσωτερικό του να γίνει 410 K. Κλείνουμε τη στρόφιγγα, τοποθετούμε το δοχείο σε λουτρό νερού - πάγου. Να υπολογιστεί η τελική πίεση στο εσωτερικό του δοχείου. Η θερμοκρασία στην οποία συνυπάρχει νερό και πάγος είναι T = 273 K.
[Απ: 0,66 atm]



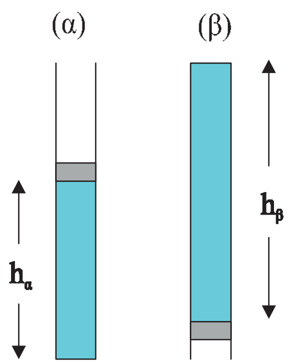
Σχ. 3.23

34 Ο κύλινδρος του σχήματος 3.23 χωρίζεται σε δυο μέρη, μέσω εμβόλου που κινείται χωρίς τριβή. Στο τμήμα 1 εισάγονται 2 mg H_2 ενώ στο 2 εισάγονται 8 mg O_2. Ποιος είναι ο λόγος l_1 / l_2 στην κατάσταση ισορροπίας; Τα αέρια στην κατάσταση ισορροπίας βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία. Οι γραμμομοριακές μάζες για το H_2 και το O_2 είναι $2 \times 10^{-3}\ kg/mol$ και $32 \times 10^{-3}\ kg/mol$, αντίστοιχα.
[Απ: 4]



Σχ. 3.24

35 Δύο δοχεία με όγκους V_1 = 0,3 L και V_2 = 0,2 L συνδέονται με λεπτό σωλήνα αμελητέου όγκου. Τα δοχεία περιέχουν αέρα θερμοκρασίας T = 300 K (σχ. 3.24). Αυξάνουμε τη θερμοκρασία στο πρώτο δοχείο κατά 100 βαθμούς και στο δεύτερο κατά 50. Αν η αρχική πίεση ήταν 1 atm να υπολογιστεί η τελική της τιμή.
[Απ: 1,26 atm]



Σχ. 3.25

36 Το κυλινδρικό δοχείο του σχήματος 3.25 έχει τον άξονά του κατακόρυφο, περιέχει αέρα και κλείνεται με έμβολο. Όταν το δοχείο τοποθετηθεί με τη βάση του προς τα κάτω (σχ. 3.25α) το ύψος της στήλης του εγκλωβισμένου αέρα είναι h_α = 40 cm. Αν το δοχείο αναστραφεί (σχ. 3.25β) το ύψος της στήλης γίνεται h_β = 60 cm. Να υπολογιστεί το βάρος του εμβόλου.

Δίνονται $p_{\alpha\tau\mu} = 1{,}013 \times 10^5 \, N/m^2$ και η διατομή του εμβόλου $A = 10 \, cm^2$. Η μεταβολή θα θεωρηθεί ισόθερμη.
[Απ: 20,26 N]

ΕΝΘΕΤΟ

Η ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΟΡΙΩΝ ΑΕΡΙΟΥ ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΤΗΣ ΜΕΣΗΣ (ΑΠΟΔΕΙΞΗ)

Έστω ότι οι ταχύτητες των μορίων είναι υ_i, όπου i = 1, 2,…..N

Υπενθυμίζουμε ότι $$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \ldots \upsilon_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i$$

και $$\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \ldots + \upsilon_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2}$$

Σχηματίζουμε την παράσταση

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\upsilon_i - \bar{\upsilon}\right)^2 \text{ για την οποία ισχύει } A \geq 0$$

Η παράσταση γράφεται με τη μορφή

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\upsilon_i^2 - 2\upsilon_i\bar{\upsilon} + \bar{\upsilon}^2\right) \text{ ή}$$

$$A = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2 - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2\upsilon_i\bar{\upsilon} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\bar{\upsilon}^2 \text{ ή}$$

$$A = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - 2\bar{\upsilon}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i + \frac{1}{N}\left(N\bar{\upsilon}^2\right) \text{ ή}$$

$$A = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - 2\bar{\upsilon}^2 + \bar{\upsilon}^2 = \upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - \bar{\upsilon}^2$$

όμως $A \geq 0$ άρα $\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 - \bar{\upsilon}^2 \geq 0$ ή $\upsilon_{\varepsilon\nu}^2 \geq \bar{\upsilon}^2$

επειδή $\upsilon_{\varepsilon\nu} > 0$ και $\bar{\upsilon} > 0$ τελικά

$$\upsilon_{\varepsilon\nu} \geq \bar{\upsilon}$$

Η ισότητα ισχύει μόνο στην περίπτωση που όλα τα μόρια έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα, κάτι που για μεγάλους πληθυσμούς μορίων είναι απολύτως αδύνατο. Από τη μαθηματική επεξεργασία της συνάρτησης $\frac{dN}{d\upsilon} = f(\upsilon)$ που δίνει την κατανομή Maxwell - Boltzmann προκύπτει, για ένα αέριο γραμμομοριακής μάζας M σε θερμοκρασία T, ότι

$$\upsilon_\pi = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \qquad \bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \qquad \upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

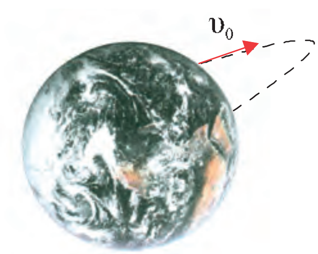
ΕΝΘΕΤΟ

ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΥΔΡΟΓΟΝΟ ΣΤΗΝ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

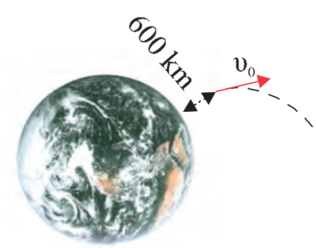
Η κινητική θεωρία των αερίων μάς επιτρέπει να εξηγήσουμε γιατί δεν υπάρχει υδρογόνο στην ατμόσφαιρα της Γης, στην οποία δεσπόζουν το οξυγόνο και το άζωτο.

Η ερμηνεία σχετίζεται με την ταχύτητα διαφυγής από τη Γη, κάτι που θα μας απασχολήσει στην παράγραφο 5-13 αυτού του βιβλίου.
Όταν ένα σώμα βάλλεται από ένα σημείο της επιφάνειας της Γης με αρχική ταχύτητα υ_o κάνει ευθύγραμμη ή καμπυλόγραμμη κίνηση και επιστρέφει σε αυτή (σχ. 3.26). Δεν θα επέστρεφε στη Γη μόνο αν η αρχική του ταχύτητα έπαιρνε την τιμή 11,2 km / s. Αυτή την ταχύτητα τη λέμε ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Στο ύψος των 600 km, στα όρια δηλαδή της ατμόσφαιρας της Γης η ταχύτητα διαφυγής έχει τιμή 10,8 km / s (σχ. 3.27).
Η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας στο ύψος αυτό είναι περίπου 1500 K. Στη θερμοκρασία αυτή, όπως προκύπτει από τη σχέση $\upsilon_{\varepsilon\nu} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ τα μόρια του οξυγόνου θα είχαν ενεργό ταχύτητα 1,1 km / s και τα μόρια του υδρογόνου ενεργό ταχύτητα 4,4 km / s.

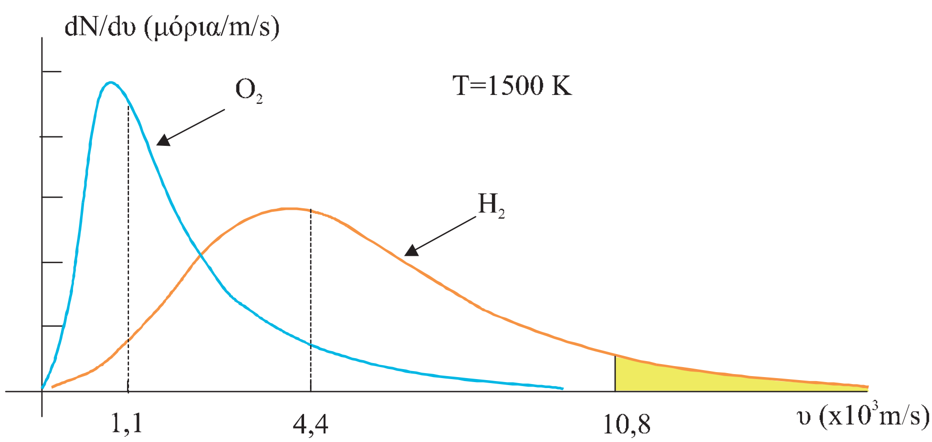
Ας υποθέσουμε ότι σ' αυτό το ύψος βρίσκεται μια ποσότητα N μορίων οξυγόνου και N μορίων υδρογόνου. Από το διάγραμμα της κατανομής των ταχυτήτων κατά Maxwell - Boltzmann, για τα δύο αέρια (σχ. 3.28) προκύπτει ότι, πρακτικά, κανένα μόριο του οξυγόνου δεν έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής και έτσι όλη η ποσότητα του οξυγόνου παραμένει στη γήινη ατμόσφαιρα. Αντίθετα, υπάρχει μεγάλος αριθμός μορίων υδρογόνου τα οποία έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής. Φυσικά δε διαφεύγουν όλα αυτά τα μόρια. Διαφεύγουν μόνο εκείνα που η ταχύτητά τους έχει τον κατάλληλο προσανατολισμό, με την προϋπόθεση ότι δε συγκρούονται με άλλα μόρια.



Σχ. 3.26 Εάν το σώμα βληθεί με ταχύτητα μικρότερη από την ταχύτητα διαφυγής επιστρέφει στην επιφάνεια της Γης.



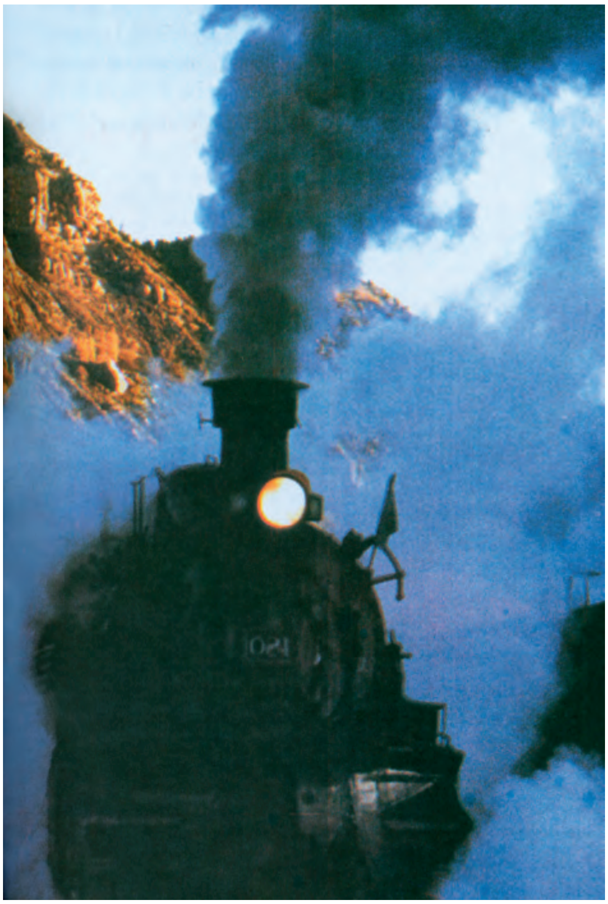
Σχ. 3.27 Εάν το σώμα βληθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη ή ίση από την ταχύτητα διαφυγής και η κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας είναι κατάλληλη, τότε διαφεύγει οριστικά στο διάστημα.



Σχ. 3.28

Στο διάστημα των 4×10^9 ετών που πέρασαν από τότε που δημιουργήθηκε το πλανητικό μας σύστημα, το υδρογόνο που υπήρχε αρχικά, διαχεόμενο στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, διέφυγε σιγά - σιγά από το βαρυτικό πεδίο.
Παρατήρηση: Με τον ίδιο τρόπο εξηγείται γιατί η Σελήνη -στην οποία η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια είναι 2,37 km / s- δεν έχει καθόλου ατμόσφαιρα και γιατί στον Άρη (ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια 4,97 km / s) η ατμόσφαιρα είναι πολύ αραιή.

4 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ



4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο όρος θερμοδυναμική προέρχεται από τις ελληνικές λέξεις θερμότητα και δύναμη.

Αν και η πρώτη θερμική μηχανή, που είναι ιστορικά γνωστή, κατασκευάστηκε από τον Ήρωνα τον Αλεξανδρινό περίπου το 100 μ.Χ., αφετηρία για την ανάπτυξη της θερμοδυναμικής στάθηκε η εφεύρεση της ατμομηχανής και οι προσπάθειες που ακολούθησαν για τη βελτίωση και τελειοποίηση των μηχανών που μετέτρεπαν τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο. Η θερμοδυναμική μελετάει τη μετατροπή της θερμότητας σε μηχανικό έργο και τους περιορισμούς που η φύση έχει επιβάλει.

Από την εποχή που εφευρέθηκε η πρώτη ατμομηχανή μέχρι σήμερα έχουν περάσει πολλά χρόνια. Η πρόοδος της θερμοδυναμικής οδήγησε στην κατασκευή όλων των σύγχρονων θερμικών μηχανών, βενζινοκινητήρων, πετρελαιοκινητήρων, κινητήρων αεροσκαφών, ατμοστρόβιλων.

Εικ. 4.1 Σχέδιο του ατμοστρόβιλου που επινόησε ο αρχαίος έλληνας εφευρέτης Ήρων (Αλεξάνδρεια, περ.100 μ.Χ.). Το δοχείο είναι κλειστό και επικοινωνεί με τη σφαίρα με τους δύο κατακόρυφους σωλήνες. Με βρασμό νερού παράγεται ατμός στο δοχείο που εισέρχεται από τους σωλήνες στη σφαίρα και εξέρχεται με μεγάλη ταχύτητα από τα δύο ακροφύσια θέτοντας σε περιστροφή τη σφαίρα.

4-2 ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα χρησιμοποιούμε συχνά τον όρο θερμοδυναμικό σύστημα. Γενικά, **σύστημα** είναι ένα τμήμα του φυσικού κόσμου που διαχωρίζεται από τον υπόλοιπο κόσμο με πραγματικά ή νοητά τοιχώματα. Ο υπόλοιπος φυσικός κόσμος αποτελεί το **περιβάλλον** του συστήματος.

Αν κατά τη μελέτη ενός συστήματος, για την περιγραφή του χρησιμοποιούμε μόνο μεγέθη της μηχανικής, π.χ. δύναμη, ταχύτητα, επιτάχυνση, ορμή κ.λπ. το σύστημα χαρακτηρίζεται μηχανικό. Στην περίπτωση που για την περιγραφή του χρησιμοποιούνται και θερμοδυναμικά μεγέθη, όπως θερμότητα, θερμοκρασία, εσωτερική ενέργεια και άλλα, το **σύστημα** χαρακτηρίζεται **θερμοδυναμικό**.

Εμείς θα ασχοληθούμε με τα απλούστερα θερμοδυναμικά συστήματα, δηλαδή αέρια που βρίσκονται μέσα σε δοχεία στο εσωτερικό των οποίων δε γίνονται χημικές αντιδράσεις. Ένα τέτοιο σύστημα θα χαρακτηρίζεται θερμικά μονωμένο ή απλά **μονωμένο** αν τα τοιχώματα του δοχείου δεν επιτρέπουν τη μεταφορά θερμότητας από το αέριο προς το περιβάλλον ή αντίστροφα.

4-3 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

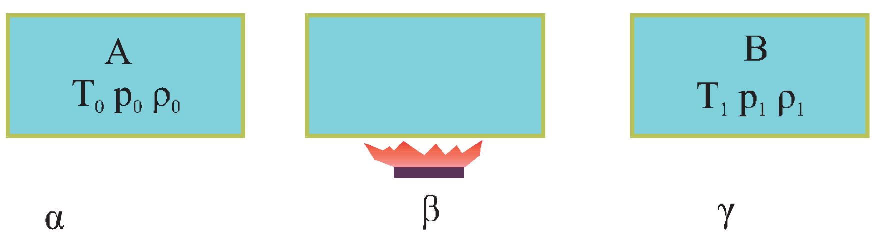
Για να περιγραφεί ένα θερμοδυναμικό σύστημα χρειάζεται να γνωρίζουμε κάποια στοιχεία του. Για παράδειγμα, ορισμένη ποσότητα αερίου που βρίσκεται σε ένα δοχείο μπορεί να περιγραφεί αν γνωρίζουμε τον όγκο του, τη θερμοκρασία του και την πίεσή του. Τα στοιχεία αυτά ονομάζονται **θερμοδυναμικές μεταβλητές**.

Ο όγκος, η πίεση και η θερμοκρασία ορισμένης ποσότητας αερίου σχετίζονται μεταξύ τους με την καταστατική εξίσωση. Για να περιγράψουμε την κατάσταση συγκεκριμένης ποσότητας αερίου αρκούν δύο από αυτά αφού το τρίτο προκύπτει από την καταστατική εξίσωση. **Οι δύο ποσότητες που είναι ικανές για την περιγραφή της κατάστασης ορισμένης ποσότητας αερίου αποτελούν τις ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος**.

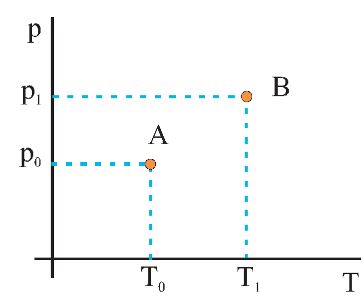
Όταν σ' ένα θερμοδυναμικό σύστημα οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που το περιγράφουν διατηρούνται σταθερές με το χρόνο, το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση **θερμοδυναμικής ισορροπίας**. Σε αντίθετη περίπτωση το σύστημα μεταβάλλεται.

Ειδικότερα, λέμε ότι

μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας -ή απλά ισορροπίας- όταν η πίεση (p), η πυκνότητα (ρ) και η θερμοκρασία του (Τ) έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκταση του αερίου.



Σχ. 4.1 (α) Το αέριο βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. (β) Το αέριο δε βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας. Η θερμοκρασία, η πίεση και η πυκνότητα δεν έχουν την ίδια τιμή σε όλη του την έκταση. (γ) Το αέριο βρίσκεται σε νέα κατάσταση ισορροπίας.



Σχ. 4.2 Η αρχική κατάσταση του αερίου του σχήματος 4.1 παριστάνεται με ένα σημείο το Α και η τελική κατάστασή του, που είναι κατάσταση ισορροπίας, με το σημείο Β.

Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός αερίου μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο σε σύστημα συντεταγμένων με άξονες δύο ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος. Αν το σύστημα δε βρίσκεται σε ισορροπία η κατάστασή του δεν μπορεί να αποδοθεί γραφικά αφού δεν μπορούμε να μιλήσουμε για πίεση ή θερμοκρασία του συστήματος. Η πίεση και η θερμοκρασία έχουν διαφορετικές τιμές στα διάφορα σημεία του αερίου.

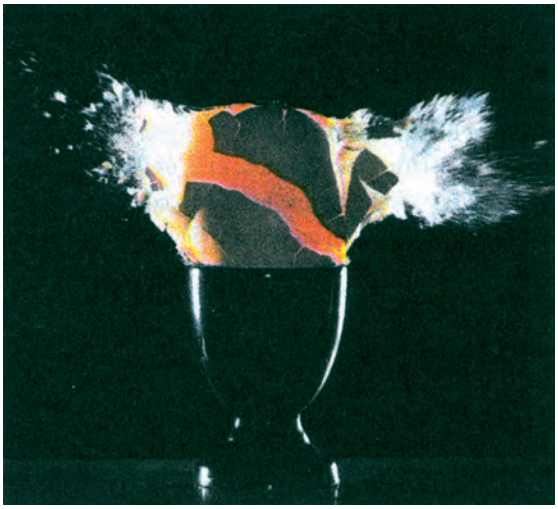
Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας ενός συστήματος μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο. Ένα σύστημα που δε βρίσκεται σε ισορροπία δεν παριστάνεται γραφικά.

4-4 ΑΝΤΙΣΤΡΕΠΤΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ

Όταν σε ένα θερμοδυναμικό σύστημα πραγματοποιείται μια μεταβολή αλλάζουν τόσο το σύστημα όσο και το περιβάλλον του συστήματος.

Αντιστρεπτή ονομάζεται εκείνη η μεταβολή κατά την οποία υπάρχει η δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση.

Οι μεταβολές στη φύση δεν είναι αντιστρεπτές. Η αντίστροφη πορεία ενός φαινομένου είναι αυτό που θα βλέπαμε εάν κινηματογραφούσαμε το φαινόμενο και παίζαμε την ταινία ανάποδα - προς τα πίσω. Εάν κινηματογραφούσαμε ένα κερί που καίγεται θα ήταν αποδεκτή η αντίστροφη πορεία, δηλαδή ένα κερί που το μήκος του αυξάνεται; Η αντίστροφη πορεία στην ανάπτυξη ενός φυτού θα ήταν το φυτό να μικραίνει μέχρι να ξαναγίνει σπόρος. Είμαστε τόσο εξοικειωμένοι με τη μη αντιστρεπτότητα των μεταβολών στη φύση ώστε η αντίστροφη πορεία ενός φαινομένου φαίνεται να παραβιάζει την κοινή λογική.

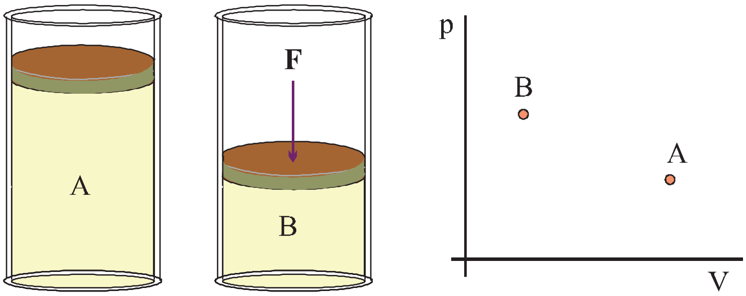


Εικ 4.2 Για το αβγό της φωτογραφίας δεν υπάρχει καμιά δυνατότητα να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.

Όμως, **η έννοια της αντιστρεπτής μεταβολής είναι χρήσιμη**. Έστω λοιπόν, ένα αέριο που βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο. Ο κύλινδρος κλείνεται στο πάνω μέρος του με εφαρμοστό έμβολο. Το αέριο μέσα στο δοχείο βρίσκεται σε ισορροπία. Η θερμοκρασία του είναι T_A, ο όγκος που καταλαμβάνει V_A και η πίεση που ασκεί p_A. Θα μεταβάλουμε την κατάσταση του αερίου ώστε ο όγκος του να μειωθεί σε V_B και η πίεση και η θερμοκρασία να πάρουν τελικά τις τιμές p_B και T_B.

Από τους πολλούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να πραγματοποιηθεί η μεταβολή επιλέγουμε δυο ακραίες περιπτώσεις:

Στην **πρώτη** πιέζουμε απότομα το έμβολο ώστε ο όγκος του αερίου να μειωθεί στην επιθυμητή τιμή και περιμένουμε μέχρι να αποκατασταθεί ισορροπία στο αέριο. Στη διάρκεια της μεταβολής αυτής το αέριο βρίσκεται σε αναταραχή, η πίεση και η θερμοκρασία του δεν είναι ίδιες σε όλη την έκτασή του και επομένως δεν μπορούμε να παραστήσουμε τη μεταβολή σε διάγραμμα. Σε διάγραμμα μπορεί να παρασταθεί μόνο η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου, που είναι καταστάσεις ισορροπίας.

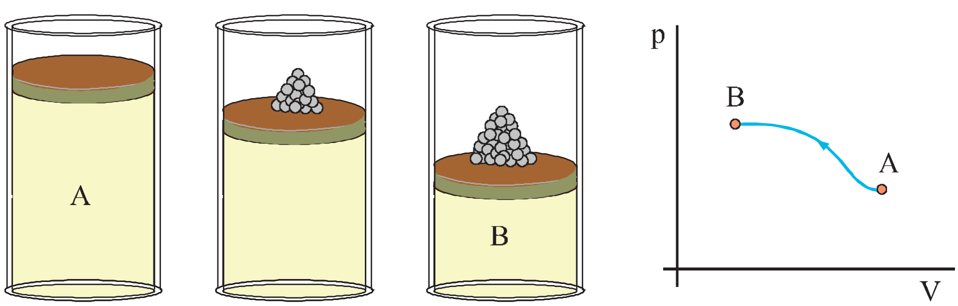


Σχ. 4.3 Πιέζουμε απότομα το έμβολο ώστε το αέριο να μεταβεί στην κατάσταση B. Η μεταβολή δεν είναι αντιστρεπτή. Στο διάγραμμα μπορεί να παρασταθεί μόνο η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου.

Στη **δεύτερη** περίπτωση ρίχνουμε πρώτα λίγους κόκκους άμμου πάνω στο έμβολο. Αυτό θα μειώσει ελάχιστα τον όγκο του αερίου. Περιμένουμε λίγο ώστε να ισορροπήσει το αέριο. Η νέα κατάσταση ισορροπίας βρίσκεται πολύ κοντά στην αρχική. Αν απεικονίζαμε γραφικά τη νέα κατάσταση ισορροπίας θα προέκυπτε ένα σημείο πολύ κοντά στο σημείο που απεικονίζει την αρχική κατάσταση ισορροπίας. Στη συνέχεια ρίχνουμε πάλι λίγους κόκκους άμμου πάνω στο έμβολο, μειώνοντας ακόμα λίγο τον όγκο, περιμένουμε πάλι να αποκατασταθεί κατάσταση ισορροπίας, κ.ο.κ. Επαναλαμβάνοντας συνεχώς αυτή τη διαδικασία φέρνουμε το σύστημα στην τελική κατάσταση.

Κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής το σύστημα περνάει από διαδοχικές καταστάσεις που μπορούμε να τις θεωρήσουμε καταστάσεις ισορροπίας.

Κάθε μια από αυτές μπορεί να παρασταθεί γραφικά με ένα σημείο. Εφόσον η μια κατάσταση ισορροπίας διαδέχεται την άλλη, τα σημεία στο διάγραμμα θα βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο με αποτέλεσμα να δημιουργείται μια γραμμή που ξεκινάει από την αρχική κατάσταση και οδηγεί στην τελική. Με αντίστροφους χειρισμούς, αφαιρώντας δηλαδή άμμο από το έμβολο, το σύστημα θα οδηγηθεί πάλι στην αρχική του κατάσταση.



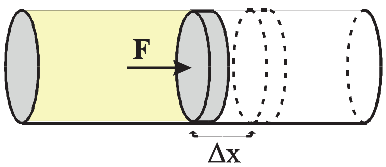
Σχ. 4.4 Προσθέτουμε στο έμβολο αργά κόκκους άμμου μέχρι το αέριο να φτάσει στην τελική κατάσταση Β. Το αέριο μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β μέσω διαδοχικών καταστάσεων που μπορούν να θεωρηθούν καταστάσεις ισορροπίας. Η μεταβολή αυτή είναι αντιστρεπτή και παριστάνεται με μια γραμμή που οδηγεί από την αρχική στην τελική κατάσταση.

Η μεταβολή που περιγράψαμε αποτελεί μια εξιδανίκευση, δεν είναι δυνατόν ένα σύστημα να βρίσκεται διαρκώς σε ισορροπία και ταυτόχρονα σιγά - σιγά να μεταβάλλεται.

Μια τέτοια εξιδανικευμένη **μεταβολή κατά την οποία ένα σύστημα μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική μέσω διαδοχικών καταστάσεων ισορροπίας θα την ονομάζουμε αντιστρεπτή. Μια τέτοια μεταβολή είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί και αντίστροφα.**

Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή. Οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δεν μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

4-5 ΕΡΓΟ ΠΑΡΑΓΟΜΕΝΟ ΑΠΟ ΑΕΡΙΟ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΟΓΚΟΥ



Σχ. 4.5 Το αέριο εκτονώνεται και το έμβολο μετατοπίζεται κατά Δx. Η δύναμη F που ασκεί το αέριο στο έμβολο παράγει έργο ΔW.

Έστω ένα αέριο σε κύλινδρο που κλείνεται από εφαρμοστό έμβολο. Οι μηχανές εσωτερικής καύσης, οι ατμομηχανές, οι συμπιεστές στα ψυγεία και τα κλιματιστικά μηχανήματα χρησιμοποιούν κάποια παραλλαγή τέτοιου συστήματος.

Καθώς τα μόρια του αερίου μέσα στον κύλινδρο συγκρούονται με τα τοιχώματα του κυλίνδρου ασκούν δυνάμεις σ' αυτά. Έστω **F** η ολική δύναμη που ασκεί το αέριο στο έμβολο. Αν το έμβολο μετακινηθεί προς τα έξω κατά την πολύ μικρή απόσταση Δx, το έργο που παράγει η δύναμη που ασκεί το αέριο είναι:

$$\Delta W = F\,\Delta x \tag{4.1}$$

Αν το εμβαδόν του εμβόλου είναι A και η πίεση του αερίου p, ισχύει

$$p = \frac{F}{A} \qquad \text{ή} \qquad F = p\,A$$

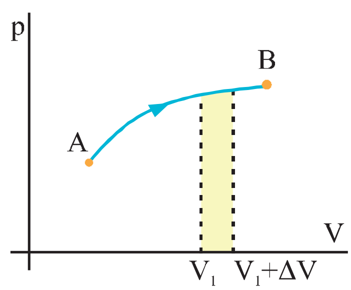
και η σχέση (4.1) γίνεται

$$\Delta W = p\,A\,\Delta x \tag{4.2}$$

Όμως $\quad A\,\Delta x = \Delta V$

όπου ΔV η πολύ μικρή μεταβολή του όγκου του αερίου. Έτσι μπορούμε να εκφράσουμε το έργο που παράγει το αέριο

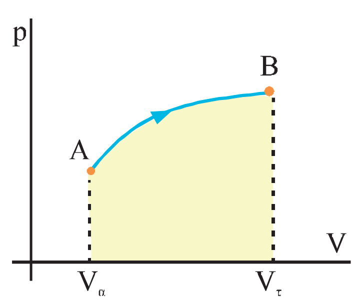
$$\boxed{\Delta W = p\,\Delta V} \tag{4.3}$$



Σχ. 4.6 Σε μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή το έργο κατά την εκτόνωση του αερίου από όγκο V_1 σε όγκο V_1+ΔV είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας με το κίτρινο χρώμα.

Σύμφωνα με τη σχέση (4.3) **το έργο είναι θετικό αν το αέριο εκτονώνεται** (αυξάνει ο όγκος του) **και αρνητικό αν το αέριο συμπιέζεται.**
Προσοχή: στο έμβολο μπορεί να ασκούνται και πολλές άλλες δυνάμεις. Η σχέση (4.3) δίνει το έργο της δύναμης που ασκεί το αέριο.

Έστω τώρα μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία το αέριο μεταβαίνει από την αρχική κατάσταση A στην τελική κατάσταση B (σχ. 4.6). Αν η βάση (ΔV) της επιφάνειας με το κίτρινο χρώμα στο σχήμα 4.6 είναι πολύ μικρή, η επιφάνεια μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο. Το εμβαδόν της, που ισούται με το γινόμενο $\text{βάση} \times \text{ύψος} = \Delta V \cdot p = \Delta W$, δίνει το έργο του αερίου κατά την εκτόνωσή του, από όγκο V_1 σε όγκο $V_1+\Delta V$.



Σχ. 4.7 Σε μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή του από το A στο B είναι ίσο με το εμβαδόν κάτω από την γραμμή του διαγράμματος.

Αν χωρίσουμε την επιφάνεια κάτω από τη γραμμή του διαγράμματος σε στοιχειώδεις τέτοιες επιφάνειες και αθροίσουμε τα εμβαδά θα πάρουμε το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή του από την κατάσταση A στην κατάσταση B (σχ. 4.7).

Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V.

4-6 ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ

Αν έρθουν σε επαφή δύο σώματα με διαφορετικές θερμοκρασίες T_1 και T_2 ($T_1 > T_2$), μετά από κάποιο χρόνο θα αποκτήσουν ίδια θερμοκρασία T, μεταξύ των θερμοκρασιών T_1 και T_2 ($T_1 > T > T_2$). Φαίνεται σαν κάτι να μεταφέρεται από το θερμότερο προς το ψυχρότερο σώμα. Αυτό που μεταφέρεται είναι ενέργεια.

Η ενέργεια που μεταφέρεται λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας δύο σωμάτων ονομάζεται θερμότητα και συμβολίζεται με Q.

Η θερμότητα, ως μορφή ενέργειας, στο SI μετριέται σε Joule. Πιο συνηθισμένη μονάδα της είναι η θερμίδα (cal από το calorie). 1 cal = 4,186 J .

<u>Προσοχή:</u> Η θερμότητα δεν πρέπει να συγχέεται με τη θερμοκρασία. Η θερμότητα είναι ενέργεια ενώ η θερμοκρασία είναι το μέγεθος που επινοήσαμε για να μετράμε αντικειμενικά πόσο ζεστό ή κρύο είναι ένα σώμα.

4-7 ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ένα αέριο σε υψηλή πίεση έχει τη δυνατότητα να παράγει έργο, επομένως το αέριο εμπεριέχει ενέργεια. Την ενέργεια αυτή θα την ονομάσουμε **εσωτερική ενέργεια** (συμβολίζεται με U), για να τη διακρίνουμε από οποιαδήποτε εξωτερική ενέργεια μπορεί να έχει το αέριο (π.χ. το αέριο μπορεί να έχει και κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης που εκτελεί το δοχείο μέσα στο οποίο βρίσκεται).

Από μικροσκοπική άποψη, η ενέργεια που εμπεριέχει ένα σύστημα οφείλεται στην ενέργεια που έχουν τα σωματίδια που το απαρτίζουν. Τα μόρια, τα άτομα ή τα ιόντα οποιουδήποτε σώματος, σε όποια φάση και αν βρίσκεται (στερεή, υγρή ή αέρια) διαρκώς κινούνται. Έχουν επομένως κινητική ενέργεια. Επιπλέον, στα στερεά και στα υγρά τα σωματίδια αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, επομένως έχουν και δυναμική ενέργεια.

Κάθε σώμα εμπεριέχει ενέργεια, που είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν, ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Αυτή την ενέργεια την ονομάζουμε εσωτερική ενέργεια.

Η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου

Τα μόρια του ιδανικού αερίου δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, επομένως δεν έχουν δυναμική ενέργεια. Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου οφείλεται στις κινητικές ενέργειες που έχουν τα μόριά του και είναι ίση με το άθροισμα αυτών των ενεργειών.

Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού αερίου είναι δυνατό να υπολογιστεί.

Η μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου ιδανικού αερίου υπολογίστηκε στην παράγραφο 3-5 και βρέθηκε $\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}kT$.

Αν το αέριο περιέχει N μόρια, η εσωτερική του ενέργεια θα είναι

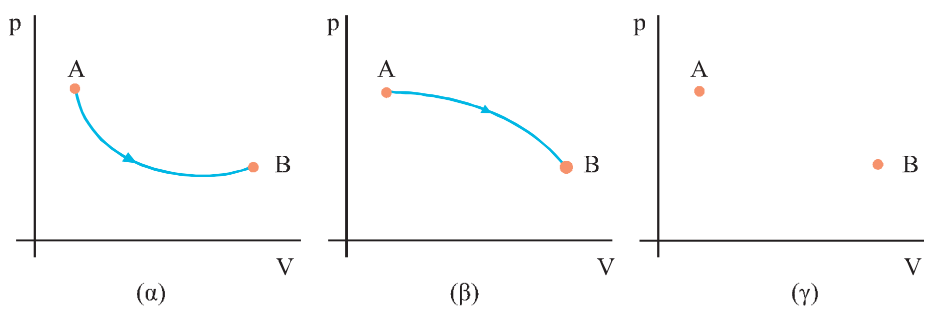
$$U = N\frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = N\frac{3}{2}kT \qquad (4.4)$$

Αλλά $N = nN_A$ όπου n ο αριθμός των mol του αερίου. Επομένως $U = nN_A\frac{3}{2}kT$ και, αν λάβουμε υπόψη ότι $N_A k = R$, τελικά

$$\boxed{U = \frac{3}{2}nRT} \qquad (4.5)$$

Η (4.5) δείχνει ότι **η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του.**

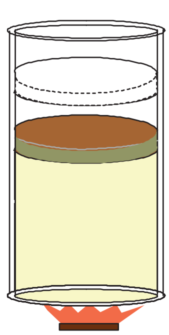
Έστω ένα ιδανικό αέριο που βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία στην κατάσταση Α. Αν το αέριο μεταβεί σε μια άλλη κατάσταση ισορροπίας Β, η εσωτερική του ενέργεια θα μεταβληθεί. Σύμφωνα με τη σχέση (4.5) η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή. Γενικότερα η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος.



Σχ. 4.8 Στα (α) και (β) ένα αέριο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β με, διαφορετικό κάθε φορά, αντιστρεπτό τρόπο. Στο (γ) το ίδιο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β με μη αντιστρεπτό τρόπο. Η μεταβολή δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.

4-8 ΠΡΩΤΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ



Σχ. 4.9 Ποσότητα αερίου θερμαίνεται. Το αέριο κατά τη διάρκεια της μεταβολής του παράγει έργο.

Ένα αέριο μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια άλλη. Έστω ότι κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής το αέριο απορρόφησε ποσό θερμότητας Q και ότι το έργο που παράγει το αέριο κατά τη μεταβολή αυτή είναι W.

Η θερμότητα που προσφέρθηκε στο αέριο μετασχηματίζεται σε ενέργεια άλλης μορφής. Συγκεκριμένα, ένα μέρος της μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αυξήσει την εσωτερική ενέργεια του αερίου και το υπόλοιπο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο.

Το ποσό της θερμότητας που προσφέρεται στο αέριο, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και το έργο που παράγει το αέριο συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση

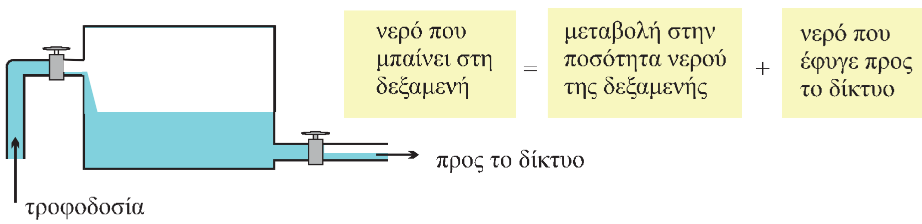
$$\boxed{Q = \Delta U + W} \qquad (4.6)$$

Η σχέση (4.6) αποτελεί **τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο**.

Το ποσό θερμότητας (Q) που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος είναι η εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ενέργειας στη θερμοδυναμική.

Το παράδειγμα που ακολουθεί αποτελεί ένα μηχανικό ισοδύναμο του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου.



Σχ. 4.10 Η δεξαμενή τροφοδοτείται από κάποια πηγή και δίνει νερό σε δίκτυο, μέσω αγωγού. Η δεξαμενή παίζει το ρόλο του θερμοδυναμικού συστήματος. Το νερό μέσα στη δεξαμενή αντιστοιχεί στην εσωτερική ενέργεια, το νερό που εισέρχεται στη θερμότητα και το νερό που εξέρχεται στο μηχανικό έργο.

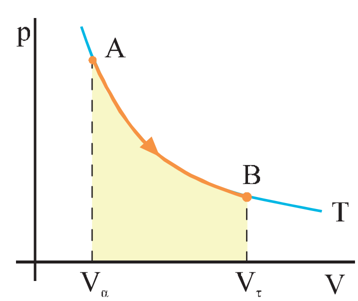
Αν το σύστημα απορροφά θερμότητα, το Q στη σχέση (4.6) είναι θετικό, αν αποβάλλει θερμότητα είναι αρνητικό. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι θετική όταν αυξάνει η θερμοκρασία του συστήματος και αρνητική όταν μειώνεται. Το έργο του αερίου είναι θετικό όταν το αέριο εκτονώνεται και αρνητικό όταν συμπιέζεται.

4-9 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΠΡΩΤΟΥ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΝΟΜΟΥ ΣΕ ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Α) Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω μια ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου από την αρχική κατάσταση Α, όγκου V_α, στην τελική κατάσταση Β, όγκου V_τ.

Η μεταβολή γίνεται σε σταθερή θερμοκρασία T. Το σχήμα 4.11 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή.



Σχ. 4.11 Το διάγραμμα παριστάνει την ισόθερμη εκτόνωση ενός αερίου από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β.

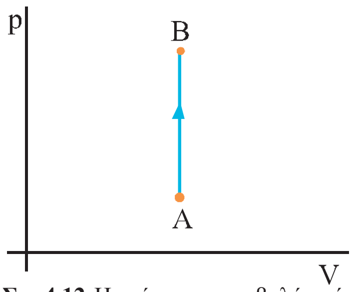
Το εμβαδόν κάτω από τη γραμμή του διαγράμματος είναι ίσο με το έργο που παράγει το αέριο. Από τον υπολογισμό του εμβαδού, που δεν είναι δυνατόν να γίνει χωρίς τη χρήση ολοκληρωμάτων, προκύπτει ότι

$$\boxed{W = nRT\ln\frac{V_\tau}{V_\alpha}}$$

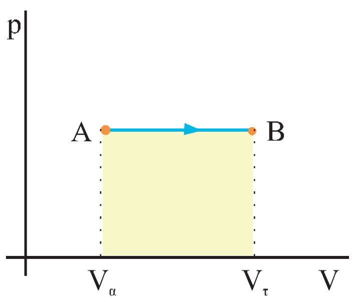
Επειδή η θερμοκρασία του αερίου δε μεταβάλλεται, $U_A = U_B$ επομένως $\Delta U = 0$, οπότε ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος, στην ισόθερμη μεταβολή, παίρνει τη μορφή

$$\boxed{Q = W} \quad \text{ή} \quad \boxed{Q = nRT\ln\frac{V_\tau}{V_\alpha}}$$

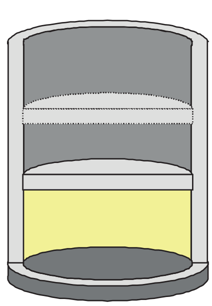
Στην ισόθερμη εκτόνωση όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε μηχανικό έργο.



Σχ. 4.12 Η ισόχωρη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.



Σχ. 4.13 Η ισοβαρής μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β.



Σχ. 4.14 Τα τοιχώματα του δοχείου καθώς και το έμβολο είναι από μονωτικό υλικό. Στη διάρκεια της μεταβολής το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον.

Β) Ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω η ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή μιας ποσότητας αερίου, από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Το αέριο θερμαίνεται με σταθερό όγκο και η θερμοκρασία του αυξάνεται. Το σχήμα 4.12 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή.

Από το σχήμα φαίνεται ότι το έργο του αερίου είναι μηδέν. Αυτό είναι αναμενόμενο γιατί έργο έχουμε μόνο όταν ο όγκος του αερίου μεταβάλλεται. Έτσι από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο προκύπτει

$$\boxed{Q = \Delta U}$$

Στην ισόχωρη θέρμανση όλο το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας.

Γ) Ισοβαρής αντιστρεπτή μεταβολή

Ένα αέριο θερμαίνεται ισοβαρώς από την αρχική κατάσταση Α, όγκου V_α, στην τελική κατάσταση Β, όγκου V_τ. Το σχήμα 4.13 παριστάνει γραφικά τη μεταβολή. Το εμβαδόν κάτω από τη γραμμή του διαγράμματος δίνει το έργο του αερίου.

$$\boxed{W = p\left(V_\tau - V_\alpha\right)} \qquad \text{ή} \qquad W = nR\left(T_\tau - T_\alpha\right)$$

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος παίρνει τη μορφή

$$\boxed{Q = \Delta U + p\left(V_\tau - V_\alpha\right)}$$

Στην ισοβαρή θέρμανση ένα μέρος από το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο από το περιβάλλον χρησιμοποιήθηκε για την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας και το υπόλοιπο αποδόθηκε εκ νέου στο περιβάλλον με τη μορφή έργου.

Δ) Αδιαβατική μεταβολή

Αδιαβατική ονομάζουμε τη μεταβολή κατά την οποία δε συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα.

Έστω ένα αέριο που εκτονώνεται με αντιστρεπτό τρόπο μέσα σε δοχείο με έμβολο από την κατάσταση Α (p_α, V_α) στην κατάσταση Β (p_τ, V_τ) (σχ. 4.14). Το δοχείο και το έμβολο είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε να μην επιτρέπουν την ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στο αέριο και στο περιβάλλον (ένα τέτοιο δοχείο είναι το θερμός που χρησιμοποιούμε στα σπίτια μας). Η μεταβολή αυτή είναι μια αντιστρεπτή αδιαβατική μεταβολή.

Ο νόμος που διέπει τη μεταβολή είναι

$$\boxed{pV^\gamma = \text{σταθ.}} \quad \text{[Νόμος του Poisson (Πουασόν)]}$$

όπου γ ένας καθαρός αριθμός, μεγαλύτερος της μονάδας, που εξαρτάται από την ατομικότητα του αερίου και από το είδος των δεσμών που συγκροτούν τα άτομα στο μόριο. Για τον αριθμό αυτό θα μιλήσουμε στην επόμενη ενότητα.

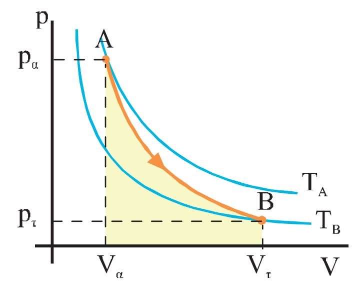
Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο και λαμβάνοντας υπόψη ότι Q = 0 προκύπτει

$$\boxed{0 = \Delta U + W} \qquad \text{ή} \qquad W = -\Delta U \tag{4.7}$$

Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο είναι ίσο με το αντίθετο της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας.

Επειδή στη μεταβολή που περιγράψαμε το έργο είναι θετικό, από τη σχέση (4.7) προκύπτει ότι η εσωτερική ενέργεια μειώνεται, επομένως το αέριο ψύχεται.

Το σχήμα 4.15 παριστάνει την αντιστρεπτή αδιαβατική μεταβολή που περιγράψαμε. Επειδή η τελική θερμοκρασία είναι μικρότερη από την αρχική, η καμπύλη της έχει μεγαλύτερη κλίση από την ισόθερμη που περνάει από το σημείο Α. Στην αδιαβατική μεταβολή το έργο μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση



Σχ. 4.15 Ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β.

$$\boxed{W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}}$$

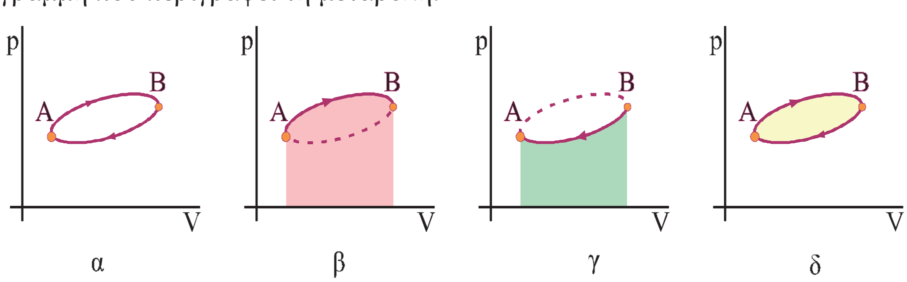
Στην πράξη όταν ένα αέριο συμπιέζεται (ή εκτονώνεται) πολύ γρήγορα, πολύ μικρό ποσό θερμότητας μετακινείται από το αέριο προς το περιβάλλον ή αντίστροφα. Η διεργασία αυτή είναι σχεδόν αδιαβατική. Τέτοιες διεργασίες συμβαίνουν στον κύλινδρο του βενζινοκινητήρα.

Ε) Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή

Κυκλική ονομάζουμε μια μεταβολή στην οποία το σύστημα μετά από μια διεργασία επιστρέφει στην ίδια κατάσταση.

Το σχήμα 4.16 παριστάνει μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου. Το αέριο αρχικά βρισκόταν στην κατάσταση Α και μετά από μια διεργασία επιστρέφει πάλι στην αρχική κατάσταση Α.

Το έργο του αερίου μπορεί να υπολογιστεί ως εξής: Το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή από το Α στο Β είναι ίσο με το εμβαδόν του τμήματος που είναι σκιασμένο με κόκκινο και είναι θετικό, γιατί το αέριο εκτονώνεται. Το έργο, κατά τη μεταβολή από το Β στο Α, είναι ίσο με το εμβαδόν του τμήματος που είναι σκιασμένο με πράσινο και είναι αρνητικό γιατί το αέριο συμπιέζεται. Το έργο του αερίου σε ολόκληρη την κυκλική μεταβολή που είναι το αλγεβρικό άθροισμα αυτών των έργων, είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείει η κλειστή γραμμή που περιγράφει τη μεταβολή.



Σχ. 4.16 Το σχήμα α παριστάνει γραφικά μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή. Το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στο σχήμα β δίνει το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή Α→Β. Το έργο κατά τη μεταβολή Β→Α είναι κατ' απόλυτη τιμή ίσο με το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας στο σχήμα γ, η αλγεβρική του τιμή όμως είναι αρνητική. Το συνολικό έργο προκύπτει αν από το εμβαδόν του σχήματος β αφαιρέσουμε το εμβαδόν του σχήματος γ. Από την αφαίρεση αυτή προκύπτει το εμβαδόν που περικλείει η γραμμή του διαγράμματος (σχ. δ).

Το ολικό έργο σε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος, στη γραφική παράσταση p-V.

Εάν η κυκλική μεταβολή διαγραφόταν κατά την αντίθετη φορά, για να υπολογίσουμε το έργο θα αφαιρούσαμε από το μικρό εμβαδόν το μεγάλο. Έτσι, το συνολικό έργο θα ήταν αρνητικό. Επομένως σε μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή, το έργο είναι θετικό όταν η γραφική παράσταση της μεταβολής διαγράφεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού και αρνητικό όταν διαγράφεται με την αντίθετη φορά.

Επειδή το αέριο επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, η μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια είναι μηδέν $\Delta U = 0$.

Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο στην κυκλική μεταβολή έχουμε

$$\boxed{Q = W}$$

Στην κυκλική μεταβολή η θερμότητα που απορροφά ή αποδίδει το αέριο ισούται με το έργο που παράγει ή δαπανά.

4-10 ΓΡΑΜΜΟΜΟΡΙΑΚΕΣ ΕΙΔΙΚΕΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΕΣ ΑΕΡΙΩΝ

Έχει βρεθεί πειραματικά ότι το ποσό θερμότητας που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός σώματος μάζας m, κατά ΔΤ δίνεται από τη σχέση

$$Q = m\,c\,\Delta T \qquad (4.8)$$

όπου c είναι η ειδική θερμότητα του υλικού. Στα υγρά και στα στερεά η ειδική θερμότητα του σώματος εξαρτάται μόνο από το υλικό του.

Αν αντί για τη μάζα του σώματος χρησιμοποιήσουμε την ποσότητά του σε mol, επειδή $m = n\,M$, όπου M η γραμμομοριακή μάζα, μπορούμε να γράψουμε τη σχέση (4.8) με τη μορφή

$$Q = n\,M\,c\,\Delta T \qquad (4.9)$$

Το γινόμενο M c ονομάζεται **γραμμομοριακή ειδική θερμότητα** και συμβολίζεται με C. Αντικαθιστώντας το γινόμενο M c με το C η σχέση (4.9) γίνεται

$$\boxed{Q = n\,C\,\Delta T}$$

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα C, στο SI, μετριέται σε J / (mol K) και εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε 1 mol του σώματος για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό.

Ενώ η ειδική θερμότητα στα υγρά και στα στερεά εξαρτάται μόνο από το υλικό, στα αέρια η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εξαρτάται και από τον τρόπο με τον οποίο θερμαίνεται το αέριο.

Από όλους του δυνατούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να θερμανθεί ένα αέριο, και τις αντίστοιχες γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες που προκύπτουν, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν δύο, η θέρμανση με σταθερό όγκο και η θέρμανση με σταθερή πίεση.

Θέρμανση αερίου με σταθερό όγκο

Το αέριο του σχήματος 4.17 βρίσκεται μέσα σε δοχείο σταθερού όγκου και θερμαίνεται ώστε η θερμοκρασία του να αυξηθεί κατά ΔT. Αν συμβολίσουμε με Q_V το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο και με C_V τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα κατά την ισόχωρη αυτή θέρμανση έχουμε

$$\boxed{Q_V = n\,C_V\,\Delta T} \qquad (4.10)$$

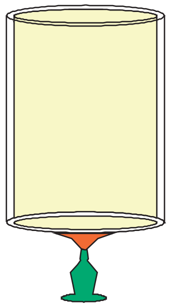
Αφού ο όγκος του αερίου δε μεταβάλλεται το έργο του αερίου είναι μηδέν. Εφαρμόζοντας τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε

$$Q_V = \Delta U \qquad (4.11)$$

Η σχέση (4.11), λόγω της (4.10), γίνεται

$$\boxed{\Delta U = n\,C_V\,\Delta T} \qquad (4.12)$$

Πρέπει να τονιστεί ότι επειδή η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία του αερίου η σχέση (4.12) δίνει τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε κάθε περίπτωση που η θερμοκρασία ενός αερίου μεταβάλλεται κατά ΔT, με όποιον τρόπο και αν πραγματοποιείται αυτή η μεταβολή.



Σχ. 4.17 Θέρμανση αερίου με σταθερό όγκο. Ο πυθμένας του δοχείου είναι **διαθερμικός**, επιτρέπει δηλαδή τη μεταφορά θερμότητας από την εστία θέρμανσης στο αέριο.

Θέρμανση αερίου με σταθερή πίεση

Έστω ότι η ίδια ποσότητα αερίου θερμαίνεται ισοβαρώς (σχ. 4.18) ώστε η θερμοκρασία του να μεταβληθεί κατά το ίδιο ποσό ΔT. Αν συμβολίσουμε με Q_p και C_p τη θερμότητα και τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα του αερίου στην ισοβαρή θέρμανση, μπορούμε να γράψουμε

$$\boxed{Q_p = n\,C_p\,\Delta T}$$

Το έργο που παράγει το αέριο είναι $W = p\,\Delta V$.

Από την καταστατική εξίσωση έχουμε $p\,\Delta V = n\,R\,\Delta T$, οπότε η σχέση που δίνει το έργο γίνεται

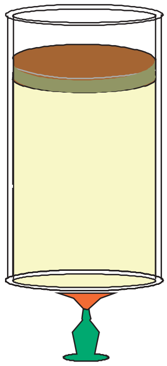
$$W = n\,R\,\Delta T \qquad (4.13)$$

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο $Q = \Delta U + W$, αν λάβουμε υπόψη τις (4.12) και (4.13), προκύπτει

$$n\,C_p\,\Delta T = n\,C_V\,\Delta T + n\,R\,\Delta T$$

ή

$$\boxed{C_p = C_V + R} \qquad (4.14)$$



Σχ. 4.18 Θέρμανση αερίου με σταθερή πίεση.

Η σχέση 4.14 δείχνει ότι η C_p είναι μεγαλύτερη από τη C_V κατά την ποσότητα R.

Υπολογισμός των C_p και C_V

Η εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου δίνεται από τη σχέση $U = \frac{3}{2} n R T$. Όταν η θερμοκρασία του αερίου μεταβάλλεται κατά ΔΤ η εσωτερική του ενέργεια μεταβάλλεται κατά $\Delta U = \frac{3}{2} n R \Delta T$. Από τη σχέση (4.12) προκύπτει

$$n C_V \Delta T = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

άρα

$$\boxed{C_V = \frac{3}{2} R} = 12{,}47 \text{ J / mol} \cdot \text{K} \qquad (4.15)$$

Για τη C_p ισχύει: $C_p = C_V + R = \frac{3}{2} R + R$

οπότε

$$\boxed{C_p = \frac{5}{2} R} = 20{,}78 \text{ J / mol} \cdot \text{K} \qquad (4.16)$$

Η ποσότητα γ που συναντήσαμε στο νόμο της αδιαβατικής μεταβολής είναι ο λόγος των δύο γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων.

$$\boxed{\gamma = \frac{C_p}{C_V}}$$

το γ είναι καθαρός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας και στα ιδανικά αέρια σύμφωνα με τις σχέσεις (4.15) και (4.16) έχει την τιμή $\gamma = 5/3$.

Για τα πραγματικά αέρια η τιμή του λόγου $\frac{C_p}{C_V}$ εξαρτάται από την ατομικότητά του και το είδος των δεσμών που συγκρατούν τα άτομα στο μόριο.

Ο πίνακας που ακολουθεί δίνει τις γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ορισμένων αερίων όπως μετρήθηκαν πειραματικά.

Τύπος αερίου	Αέριο	C_V (J/mol·K)	C_p (J/mol·K)	C_p-C_V (J/mol·K)	$\gamma = C_p/C_V$
Μονοατομικό	He	12,47	20,78	8,31	1,67
	A	12,47	20,78	8,31	1,67
Διατομικό	H_2	20,42	28,74	8,32	1,41
	N_2	20,76	29,07	8,31	1,4
	O_2	20,85	29,17	8,31	1,4
	CO	20,85	29,16	8,31	1,4
Πολυατομικό	CO_2	28,46	36,94	8,48	1,3
	SO_2	31,39	40,37	8,98	1,29
	H_2S	25,95	34,6	8,65	1,33

Παρατηρούμε ότι η θεωρητική πρόβλεψη για τα C_V και C_p με βάση το ιδανικό αέριο, συμφωνεί απόλυτα με τα πειραματικά δεδομένα αν πρόκειται για μονοατομικό αέριο, ενώ αποκλίνει αισθητά για τα διατομικά και πολυατομικά αέρια. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ενώ τα μόρια των μονοατομικών αερίων προσεγγίζουν το μοντέλο του ιδανικού αερίου τα μόρια που αποτελούνται από περισσότερα άτομα εμφανίζουν δομή που δεν γίνεται να αγνοηθεί.

Πιο συγκεκριμένα, στο ιδανικό αέριο θεωρήσαμε τα μόρια υλικά σημεία, οπότε η μόνη δυνατότητα κίνησης είναι η μεταφορική κίνηση και υπολογίσαμε την εσωτερική του ενέργεια ως το άθροισμα των μεταφορικών κινητικών ενεργειών των μορίων του. Τα διατομικά μόρια, όπως τα μόρια του N_2 και του O_2 πρέπει να θεωρηθούν ότι αποτελούνται από δύο σωματίδια συνδεδεμένα μεταξύ τους. Εκτός από τη δυνατότητα που έχει ένα τέτοιο μόριο να κάνει μεταφορική κίνηση, τα σωματίδια που το αποτελούν έχουν τη δυνατότητα να περιστρέφονται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους και, κάτω από ορισμένες συνθήκες (υψηλή θερμοκρασία), να ταλαντώνονται. Όλες αυτές οι κινήσεις συνεισφέρουν στην εσωτερική ενέργεια. Έτσι, αν θέλαμε να κάνουμε πιο ακριβείς υπολογισμούς όταν υπολογίζουμε την εσωτερική ενέργεια θα έπρεπε για τέτοια αέρια (διατομικά - τριατομικά) να λάβουμε υπόψη όλες τις κινήσεις. Η κινητική θεωρία ερμηνεύει τη συμπεριφορά και τέτοιων - πολυατομικών αερίων. Η μελέτη αυτή όμως ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου.

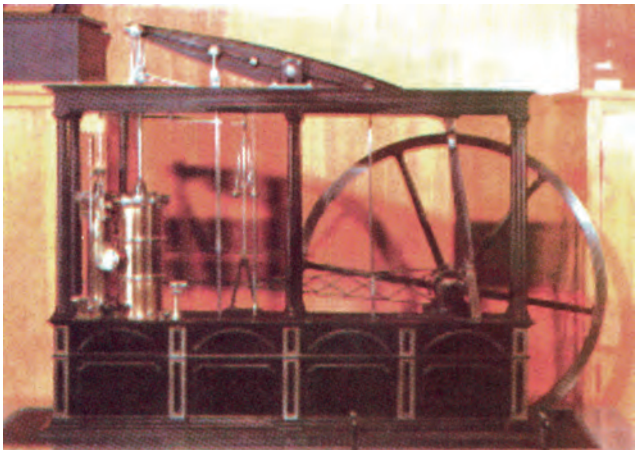
Όμως, όπως φαίνεται στον πίνακα, ακόμα και σ' αυτές τις περιπτώσεις (διατομικά ή πολυατομικά μόρια) η διαφορά C_p-C_V συμφωνεί, με μεγάλη προσέγγιση, με τη σχέση 4.14.

4-11 ΘΕΡΜΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

Θερμικές μηχανές ονομάζουμε τις διατάξεις που μετατρέπουν τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.

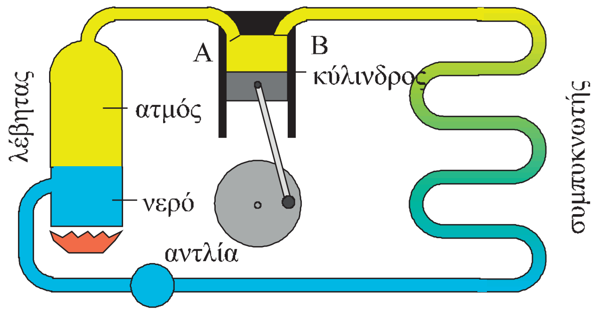
Η ιστορία των μηχανών αυτών αρχίζει το 1712 όταν ο Thomas Newcomen (Τόμας Νιουκάμεν) επινόησε την πρώτη ατμομηχανή. Η ατμομηχανή του Newcomen ήταν αρκετά χοντροκομμένη και χρησιμοποιήθηκε για την άντληση νερού από τα ορυχεία. Το 1769 ο Watt, βελτίωσε την μηχανή του Newcomen και παρουσίασε μια μηχανή για πολλές χρήσεις. Η εφεύρεση της ατμομηχανής και στη συνέχεια η διάδοση της χρήσης της είχε ως αποτέλεσμα βαθιές αλλαγές στη ζωή των ανθρώπων και στις κοινωνικές δομές. Η περίοδος που ακολούθησε ονομάστηκε βιομηχανική επανάσταση.

Από την εποχή του Newcomen και του Watt μέχρι σήμερα οι θερμικές μηχανές έκαναν μεγάλο δρόμο. Οι ατμομηχανές τελειοποιήθηκαν, επινοήθηκαν νέες θερμικές μηχανές, όπως οι μηχανές ντίζελ, οι βενζινοκινητήρες, οι αεροστρόβιλοι που χρησιμοποιούνται στα αεροπλάνα και οι ατμοστρόβιλοι που χρησιμοποιούνται στα εργοστάσια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας που χρησιμοποιούμε σήμερα σχετίζεται με τη χρήση των θερμικών μηχανών.



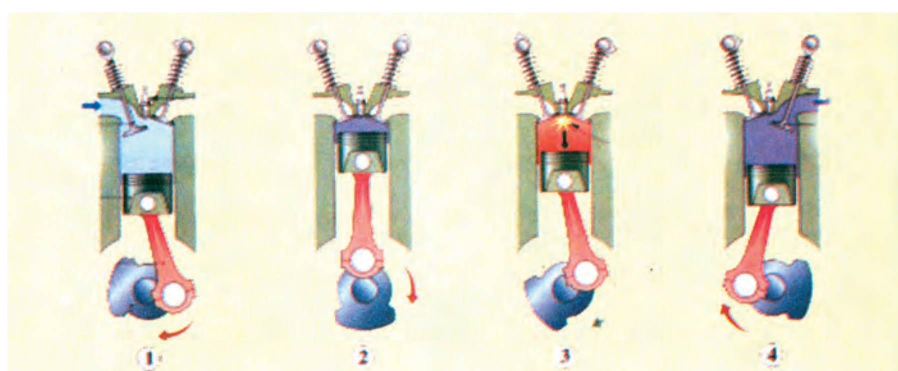
Εικ. 4.3 Η ατμομηχανή του Watt.

Το σχήμα 4.19 παριστάνει το μοντέλο μιας ατμομηχανής. Στο λέβητα παράγεται θερμός ατμός υψηλής πίεσης, ο οποίος -μέσω της βαλβίδας Α (βαλβίδα εισαγωγής)- διοχετεύεται στον κύλινδρο, σπρώχνει το έμβολο και παράγει έργο. Καθώς ο ατμός εκτονώνεται μέσα στον κύλινδρο, η πίεση και η θερμοκρασία του ελαττώνονται. Στη συνέχεια ο ατμός που τώρα έχει χαμηλή πίεση αποβάλλεται από τον κύλινδρο, από τη βαλβίδα Β (βαλβίδα εξαγωγής), και διοχετεύεται σε μια διάταξη που ονομάζεται συμπυκνωτής. Εκεί ο ατμός ψύχεται με τρεχούμενο νερό ή από τον αέρα και συμπυκνώνεται πάλι σε νερό. Το νερό οδηγείται πίσω στο λέβητα.



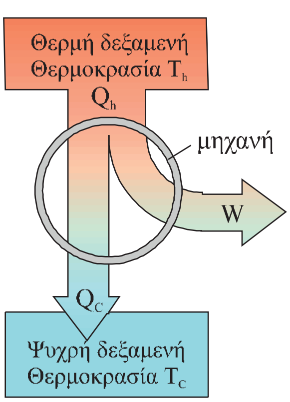
Σχ. 4.19 Αρχή λειτουργίας της ατμομηχανής.

Στους βενζινοκινητήρες, τα θερμά αέρια που παράγονται από την καύση της βενζίνης με τον αέρα σπρώχνουν το έμβολο του κυλίνδρου και παράγουν έργο. Στη συνέχεια αποβάλλονται από τον κύλινδρο και μέσω της εξάτμισης διοχετεύονται στο περιβάλλον.



Εικ. 4.4 Κύκλος βενζινοκινητήρα τεσσάρων χρόνων. (1) Το έμβολο κατεβαίνει. Η βαλβίδα εισόδου είναι ανοικτή, μίγμα βενζίνης - αέρα γεμίζει τον κύλινδρο. (2) Το έμβολο ανεβαίνει. Οι βαλβίδες είναι κλειστές και το μίγμα συμπιέζεται. (3) Το μίγμα αναφλέγεται με το σπινθήρα που προκαλεί το μπουζί και τα αέρια της καύσης απωθούν βίαια το έμβολο προς τα κάτω. (4) Το έμβολο ανεβαίνει. Η βαλβίδα εξαγωγής είναι ανοικτή και τα καυσαέρια απομακρύνονται από τον κύλινδρο.

Σχηματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι η θερμική μηχανή είναι μια διάταξη που υποβάλλει ένα «μέσον» σε μια μεταβολή. **Επειδή η μηχανή μετατρέπει συνεχώς τη θερμότητα σε έργο πρέπει η μεταβολή στην οποία υποβάλλεται το μέσον να είναι κυκλική**, ώστε, όταν ολοκληρωθεί η μεταβολή, η μηχανή να επιστρέφει στην αρχική της κατάσταση και να επαναλάβει την ίδια διαδικασία ξανά και ξανά. Στην ατμομηχανή το υλικό που υποβάλλεται στην κυκλική διεργασία είναι ο ατμός. Το νερό αφού γίνει ατμός και ολοκληρώσει την πορεία του μέσω του κυλίνδρου και του συμπυκνωτή επιστρέφει στο λέβητα στις ίδιες συνθήκες.



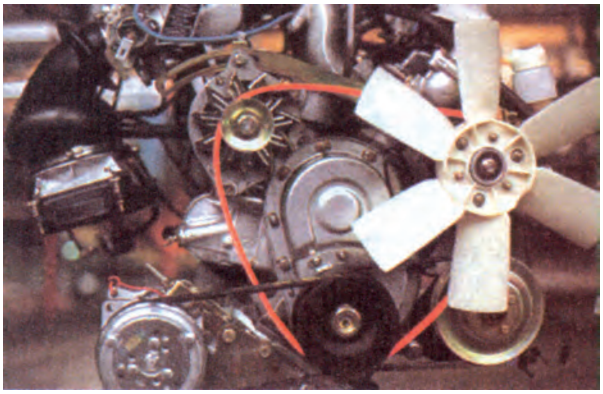
Σχ. 4.20 Αρχή λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής. Η κυκλική περιοχή συμβολίζει τη μηχανή η οποία δέχεται ποσό θερμότητας Q_h από τη θερμή δεξαμενή, παράγει έργο W και αποβάλλει ποσό θερμότητας Q_c στην ψυχρή δεξαμενή.

Κατά τη διάρκεια της κυκλικής μεταβολής του μέσου, η μηχανή

1. **απορροφά θερμότητα (Q_h) από μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h.**
2. **παράγει έργο.**
3. **αποβάλλει θερμότητα (Q_c) σε μια δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_c.**

Προηγουμένως χρησιμοποιήσαμε τον όρο **δεξαμενή θερμότητας**. Έτσι συνηθίζουμε να λέμε ένα σώμα που παραμένει σε σταθερή θερμοκρασία ακόμη κι αν παίρνει ή δίνει θερμότητα. Στην ατμομηχανή δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας είναι ο λέβητας, του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή μέσω της ελεγχόμενης καύσης κάποιου καυσίμου, ενώ δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας είναι ο συμπυκνωτής, ο οποίος βρίσκεται σε επαφή ή με την ατμόσφαιρα ή με μια μάζα νερού, οπότε η θερμοκρασία του διατηρείται επίσης σταθερή. Στις μηχανές εσωτερικής καύσης το καιόμενο υγρό καύσιμο μέσα στο θάλαμο καύσης -κύλινδρο- είναι η δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και το περιβάλλον, όπου διοχετεύονται τα καυσαέρια, η δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας.

Ο συντελεστής απόδοσης (e) οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει.



Εικ. 4.5 Βενζινοκινητήρας αυτοκινήτου.

Στη θερμική μηχανή η ενέργεια που δαπανούμε είναι η θερμότητα Q_h με την οποία τροφοδοτούμε τη μηχανή από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας.

Επομένως
$$\boxed{e = \frac{W}{Q_h}} \qquad (4.17)$$

Το καθαρό ποσό θερμότητας Q που απορροφά το μέσον είναι το ποσό θερμότητας που παίρνει από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας μείον αυτό που αποβάλλει στη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας, $Q_h - |Q_c|$. Στην κυκλική μεταβολή το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή

$W = Q_h - |Q_c|$.

Αντικαθιστώντας στη (4.17) βρίσκουμε

$$e = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} \quad ή \quad \boxed{e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}} \qquad (4.18)$$

Οι ατμομηχανές έχουν απόδοση έως 18%, ενώ στις ατμομηχανές που είναι εφοδιασμένες με στρόβιλο, αντί για κύλινδρο και έμβολο, η απόδοση φτάνει μέχρι και 40%. Οι βενζινομηχανές έχουν απόδοση περίπου 20%, ενώ οι μηχανές ντίζελ από 35% έως 40%.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.1

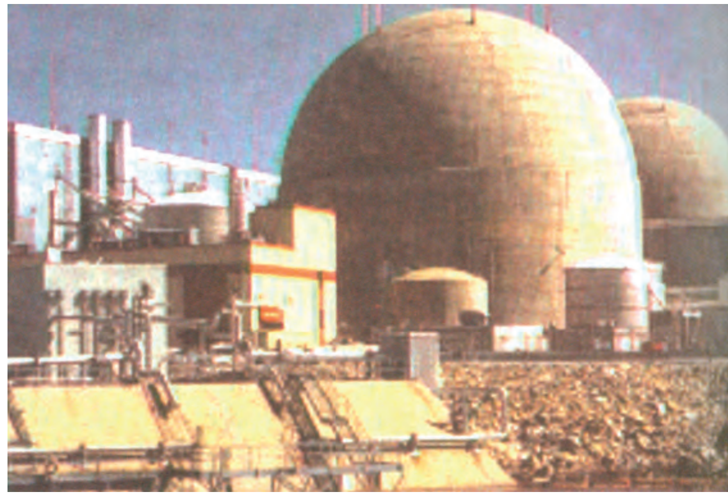
Μηχανή εσωτερικής καύσης καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 5000 J και αποβάλλει στην εξάτμιση θερμότητα 3500 J. Υπολογίστε το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.

Απάντηση:

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής δίνεται από τη σχέση (4.18)

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{3500\ J}{5000\ J} = 0,3 \quad ή \quad 30\%$$

Εικ. 4.6 Ατμοστρόβιλος σε εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας.



Εικ. 4.7 Πυρηνικό εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας στη Βιρτζίνια των Η.Π.Α. Παράγει ηλεκτρική ισχύ 900 MW και ταυτόχρονα αποβάλλει στο κοντινό ποτάμι θερμότητα με ρυθμό 2100 MW. Το εργοστάσιο αυτό όπως και τα υπόλοιπα του είδους του «πετάει» πολύ περισσότερη ενέργεια από όση αποδίδει σε χρήσιμη μορφή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.2

Θερμική μηχανή έχει απόδοση 25%, και σε κάθε κύκλο παράγει ωφέλιμο έργο 2000 J. Υπολογίστε τη θερμότητα που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής.

Απάντηση:

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής δίνεται από τη σχέση (4.17)

$$e = \frac{W}{Q_h} \quad \text{άρα} \quad Q_h = \frac{W}{e} = \frac{2000\ \text{J}}{0,25} = 8000\ \text{J}$$

Για τη λειτουργία της μηχανής δαπανάται θερμότητα 8000 J σε κάθε κύκλο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.3

Ο κινητήρας Diesel της εικόνας χρησιμοποιείται σε μικρά φορτηγά πλοία. Ο συντελεστής απόδοσης ενός τέτοιου κινητήρα είναι 0,25. Το πλοίο που τον φέρει ταξιδεύει με 15 κόμβους. Οι δεξαμενές του πλοίου περιέχουν 150 τόνους καυσίμου. Ποια απόσταση μπορεί να διανύσει το πλοίο με αυτά τα καύσιμα;

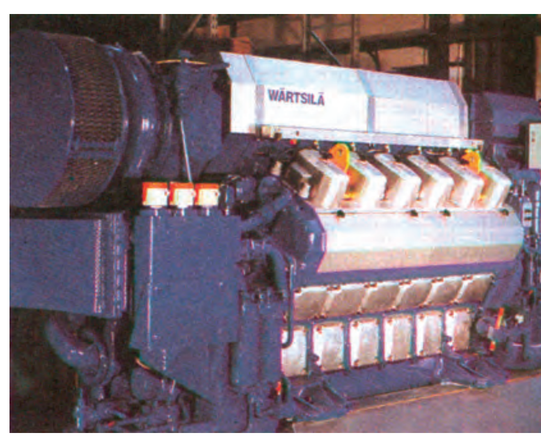
[1 κόμβος = 1 ναυτικό μίλι/h = 1852 m/h. 1 kg καυσίμου αποδίδει κατά την καύση του 39800 kJ].

Απάντηση:

Ο κινητήρας αποδίδει ισχύ $P = 12 \times 220\ \text{kW} = 2640\ \text{kW}$

Η απόδοση του κινητήρα είναι ο λόγος της μηχανικής ισχύος (P) που αποδίδει ο κινητήρας κατά τη λειτουργία του προς την θερμική ισχύ (P_h) που παίρνει κατά την καύση του καυσίμου.

$$e = \frac{P}{P_h} \quad \text{οπότε} \quad P_h = \frac{P}{e} = 10560\ \text{kW}$$



Εικ. 4.8 Φινλανδικός κινητήρας Diesel Wartsila
12 κύλινδροι σε διάταξη V.
Εσωτερική διάμετρος κυλίνδρου: 200 mm.
Διαδρομή εμβόλου: 240 mm.
Κυλινδρισμός: 7,54 L ανά κύλινδρο.
Ισχύς: 220 kW ανά κύλινδρο για ταχύτητα 15 κόμβων.

Από τα καύσιμα, σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 1$ h αποδίδεται θερμότητα

$$Q_h = P_h \Delta t = 10.560 \text{ kW} \cdot 3.600 \text{ s} = 38.016.000 \text{ kJ}$$

Η μάζα του καυσίμου που αποδίδει τόση θερμότητα κατά την καύση της είναι

$$m = \frac{38.016.000 \text{ kJ}}{39.800 \text{ kJ / kg}} \approx 955 \text{ kg}$$

Σε μια ώρα το πλοίο διανύει $15\text{ν.μ.} / \text{h} \times 1852\text{m} / \text{ν.μ.} \times 1\text{h} = 27780 \text{ m} = 27,78 \text{ km}$

Αφού με 955 kg καυσίμου το πλοίο διανύει 27,78 km με τους 150 τόνους θα διανύσει

$$27,78 \text{ km} \frac{150000 \text{ kg}}{955 \text{ kg}} \approx 4363 \text{ km}$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.4

Κύκλος Otto (βενζινοκινητήρας)

Το ιδανικό αέριο θερμικής μηχανής εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος 4.21 που περιλαμβάνει τις πιο κάτω διαδοχικές μεταβολές.

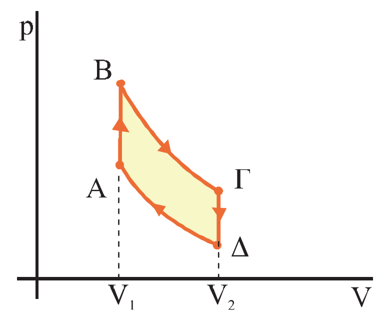
ΑΒ: ισόχωρη θέρμανση σε όγκο V_1.

ΒΓ: αδιαβατική εκτόνωση.

ΓΔ: ισόχωρη ψύξη σε όγκο V_2.

ΔΑ: αδιαβατική συμπίεση.

Να βρεθεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.



Σχ. 4.21

Απάντηση:

$$Q_{AB} = nC_V (T_B - T_A)$$

$T_B > T_A$ οπότε $Q_{AB} > 0$ (απορροφάται από το σύστημα)

Η μεταβολή ΒΓ είναι αδιαβατική οπότε $Q_{B\Gamma} = 0$

$$Q_{\Gamma\Delta} = nC_V (T_\Delta - T_\Gamma)$$

$T_\Delta < T_\Gamma$ οπότε $Q_{\Gamma\Delta} < 0$ (αποδίδεται στο περιβάλλον)

Η μεταβολή ΔΑ είναι αδιαβατική οπότε $Q_{\Delta A} = 0$

Η θερμότητα που απορροφάται συνολικά είναι $Q_h = Q_{AB} = nC_V (T_B - T_A)$

Η θερμότητα που αποδίδεται στο περιβάλλον είναι $Q_c = Q_{\Gamma\Delta} = nC_V (T_\Delta - T_\Gamma)$

και $\qquad |Q_c| = -nC_V(T_\Delta - T_\Gamma) = nC_V(T_\Gamma - T_\Delta)$

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{nC_V(T_\Gamma - T_\Delta)}{nC_V(T_B - T_A)}$$

οπότε
$$e = 1 - \frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A} \tag{4.19}$$

Από το νόμο του Poisson για την αδιαβατική μεταβολή Β→Γ γνωρίζουμε ότι

$$p_B V_1^\gamma = p_\Gamma V_2^\gamma \tag{4.20}$$

Από την καταστατική εξίσωση προκύπτει $\quad p_B = \dfrac{nRT_B}{V_1} \quad$ και $\quad p_\Gamma = \dfrac{nRT_\Gamma}{V_2}$

Αντικαθιστώντας στη (4.20) τα p_B και p_Γ με τα ίσα τους προκύπτει $\quad T_B V_1^{\gamma-1} = T_\Gamma V_2^{\gamma-1} \qquad (4.21)$

Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προκύπτει επίσης $\quad T_A V_1^{\gamma-1} = T_\Delta V_2^{\gamma-1} \qquad (4.22)$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις (4.22) και (4.21) βρίσκουμε $\quad V_1^{\gamma-1}(T_B - T_A) = V_2^{\gamma-1}(T_\Gamma - T_\Delta)$

ή
$$\frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$$

και τελικά από τη (4.19) προκύπτει
$$e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

Εικ. 4.9 Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται, μόλις το ένα έκτο της ενέργειας που παρέχεται από το καύσιμο στη μηχανή αξιοποιείται για την προώθησή του.

4-12 Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Η θερμοδυναμική έκανε τα πρώτα της βήματα στις αρχές του 19ου αιώνα, προσπαθώντας να δώσει λύση στα πρακτικά προβλήματα που επέβαλε η χρήση των θερμικών μηχανών. Όπως φαίνεται και από τη σχέση (4.18), ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι μικρότερος από ένα. Θα ήταν ένα αν η μηχανή μετέτρεπε όλο το ποσό της θερμότητας σε ωφέλιμο έργο, ωστόσο κανένας δεν κατόρθωσε να κατασκευάσει μια τέτοια μηχανή. Όλες οι μηχανές εκμεταλλεύονται μόνο ένα μέρος της θερμότητας και αποβάλλουν σημαντικά ποσά θερμότητας στο περιβάλλον. Οι επανειλημμένες αποτυχίες των ερευνητών να κατασκευάσουν την "τέλεια" θερμική μηχανή που θα μετέτρεπε πλήρως τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο έπεισαν ότι η αδυναμία οφείλεται σε περιορισμούς που θέτει η ίδια η φύση. Η διαπίστωση αυτή οδήγησε στη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου, από τους **Kelvin και Planck** (Κέλβιν και Πλανκ):

Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο.

Εικ. 4.10 Λόρδος Κέλβιν (Ουίλιαμ Τόμσον) (1825-1907). Αγγλία. Από οικογένεια εύπορη αλλά ταπεινής καταγωγής ο νεαρός Ουίλιαμ ήταν ένα παιδί θαύμα. Σε ηλικία 22 ετών κατείχε την έδρα της Φυσικής Φιλοσοφίας στο πανεπιστήμιο της Γλασκόβης. Ασχολήθηκε σχεδόν με τα πάντα, με πολλούς κλάδους της φυσικής, με επιχειρήσεις (εγκατέστησε το πρώτο τηλεγραφικό καλώδιο μεταξύ Αμερικής - Ευρώπης) και με την πολιτική (πήρε τίτλο ευγενείας και ήταν μέλος της Βουλής των Λόρδων). Μια από τις δεσπόζουσες προσωπικότητες της επιστήμης στο 19° αιώνα, σε μια εποχή που η Αγγλία κρατούσε τα σκήπτρα της επιστημονικής πρωτοπορίας.

Μιλώντας για τη θερμότητα, είπαμε ότι, από μόνη της, μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα. Η αντίστροφη πορεία απαιτεί δαπάνη ενέργειας. Το ψυγείο και το κλιματιστικό είναι μηχανήματα που αναγκάζουν τη θερμότητα να μεταφερθεί από ψυχρά σώματα σε θερμότερα. Το ψυγείο, για παράδειγμα, μεταφέρει θερμότητα από τα τρόφιμα στο περιβάλλον, που είναι θερμότερο. Όμως για τη λειτουργία αυτών των μηχανών δαπανούμε ενέργεια. Δεν είναι δυνατόν να κατασκευαστεί ψυγείο που να λειτουργεί χωρίς να δαπανάται ενέργεια. Αυτή η διαπίστωση οδήγησε σε μια άλλη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου από τον **Clausious** (Κλαούζιους):

Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.

Οι δύο διατυπώσεις του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου που φαινομενικά είναι εντελώς ασύνδετες, είναι ισοδύναμες. Αν αληθεύει η μία από αυτές θα αληθεύει και η άλλη.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος δεν θέτει περιορισμούς στις μετατροπές της ενέργειας. Σύμφωνα με το δεύτερο, όμως, η φύση θέτει περιορισμούς στη μετατροπή ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη. Η θερμότητα δεν μπορεί να μετασχηματιστεί κατά 100% σε μηχανική ενέργεια. Επίσης ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος, καθορίζοντας ότι η θερμότητα μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα, καθορίζει την κατεύθυνση προς την οποία τα φαινόμενα συμβαίνουν αυθόρμητα στη φύση.

4-13 Η ΜΗΧΑΝΗ ΤΟΥ CARNOT

Σύμφωνα με το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο, μια θερμική μηχανή δεν μπορεί να έχει απόδοση 100%. Ποιος είναι όμως ο μεγαλύτερος συντελεστής απόδοσης που μπορεί να έχει μια μηχανή, όταν δίνονται οι θερμοκρασίες T_h και

T_c, των δεξαμενών θερμότητας της μηχανής; Το ερώτημα αυτό απαντήθηκε το 1824 από το Γάλλο μηχανικό Carnot (Καρνό).

Εικ. 4.11 Σαντί Καρνό (1796-1832). Γαλλία. Στρατιωτικός και μηχανικός. Απόφοιτος της περίφημης Ecole Polytechnique που ίδρυσε ο Ναπολέων για να αντιπαρατεθεί στην ανωτερότητα των Άγγλων στις επιστήμες.

Ο Carnot περιέγραψε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή, που ονομάστηκε **κύκλος Carnot**, και απέδειξε ότι μια θερμική μηχανή που θα ακολουθούσε αυτόν τον αντιστρεπτό κύκλο θα είχε τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση. Μια τέτοια, υποθετική, εξιδανικευμένη μηχανή ονομάζεται **μηχανή Carnot** και η απόδοσή της αποτελεί το ανώτερο όριο για την απόδοση όλων των άλλων μηχανών. Το συμπέρασμα αυτό είναι γνωστό ως θεώρημα Carnot:

Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή που να έχει μεγαλύτερη απόδοση από μια μηχανή Carnot η οποία λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.

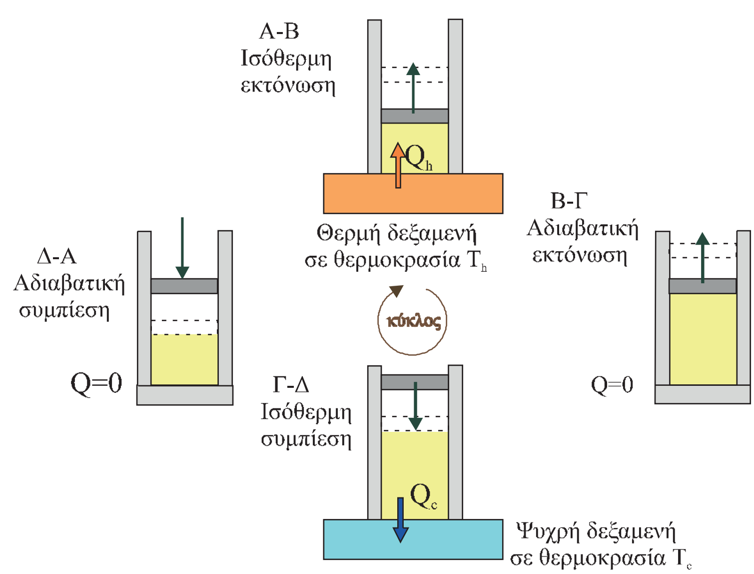
Ο κύκλος Carnot αποτελείται από τέσσερις μεταβολές, δύο ισόθερμες και δύο αδιαβατικές. Θα περιγράψουμε τον κύκλο Carnot για ιδανικό αέριο που βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο, που φράσσεται με έμβολο.

1. Κατά τη μεταβολή Α→Β, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη θερμή δεξαμενή και εκτονώνεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_h, απορροφώντας θερμότητα Q_h.

2. Κατά τη μεταβολή Β→Γ, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι η θερμοκρασία του να πάρει την τιμή T_c.

3. Κατά τη μεταβολή Γ→Δ, το αέριο βρίσκεται σε επαφή με τη δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας T_c και συμπιέζεται ισόθερμα σε θερμοκρασία T_c, αποβάλλοντας θερμότητα Q_c.

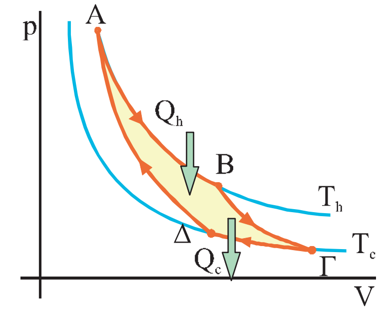
4. Κατά τη μεταβολή Δ→Α, το αέριο είναι θερμικά μονωμένο και συμπιέζεται αδιαβατικά ώστε να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση.



Σχ. 4.22 Οι τέσσερις φάσεις του κύκλου Carnot. Το αέριο βρίσκεται σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Το έμβολο και τα πλευρικά τοιχώματα είναι αδιαβατικά ενώ η βάση του δοχείου διαθερμική.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι

$$e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} \tag{4.23}$$



Σχ. 4.23 Διάγραμμα p-V για τον κύκλο Carnot. Το παραγόμενο έργο W, ισούται με τη θερμότητα, $Q_h - |Q_c|$, που απορροφά το μέσον σε έναν κύκλο.

Αποδεικνύεται ότι για τον κύκλο Carnot ισχύει

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \tag{4.24}$$

Αντικαθιστώντας τη (4.24) στη (4.23) βρίσκουμε ότι ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι

$$\boxed{e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}} \tag{4.25}$$

Το αποτέλεσμα δηλώνει ότι ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο από τις θερμοκρασίες των δύο δεξαμενών θερμότητας. Επειδή οι περισσότερες πρακτικές εφαρμογές έχουν σαν ψυχρή δεξαμενή το περιβάλλον, δηλαδή θερμοκρασία περίπου 300 K, όσο μεγαλύτερη θερμοκρασία έχει η δεξαμενή που “δίνει” θερμότητα τόσο πιο αποδοτική μπορεί να είναι η εκμετάλλευσή της. Επίσης το αποτέλεσμα επιβεβαιώνει το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο. Για να έχουμε απόδοση 100% πρέπει $T_c = 0$, που είναι αδύνατον.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4.5

Μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_h = 500$ K και $T_c = 300$ K. Σε κάθε κύκλο αποδίδει έργο W = 2000 J. Υπολογίστε την απόδοση της μηχανής και τη θερμότητα που δαπανάται σε κάθε κύκλο.

Απάντηση:

Η απόδοση της μηχανής θα υπολογιστεί από τη σχέση (4.25)

$$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Η θερμότητα που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής θα υπολογιστεί από τη σχέση (4.17)

$$e = \frac{W}{Q_h} \text{ άρα } Q_h = \frac{W}{e} = \frac{2000\text{ J}}{0,4} = 5000\text{ J}$$

4-14 ΕΝΤΡΟΠΙΑ

Εικ. 4.12 Ρούντολφ Κλαούζιους (1822-1888). Γερμανία. Ένας από τους θεμελιωτές της θερμοδυναμικής.

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος, όπως διατυπώθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, δεν καταλήγει σε κάποια ποσοτική σχέση.

Ποσοτική διατύπωση του 2[ου] θερμοδυναμικού νόμου έγινε δυνατή με την εισαγωγή μιας νέας έννοιας, της έννοιας **εντροπία** (σύμβολο S).

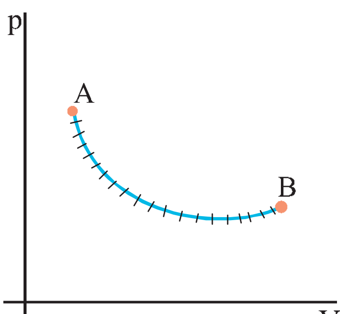
Η εντροπία εισήχθη από τον Clausius, ο οποίος όρισε **τη μεταβολή της εντροπίας (ΔS) συστήματος κατά τη διάρκεια μιας πολύ μικρής αντιστρεπτής μεταβολής, τόσο μικρής ώστε η θερμοκρασία του συστήματος να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, ως το πηλίκο του ποσού θερμότητας ΔQ που απορρόφησε ή απέβαλε το σύστημα προς τη θερμοκρασία του συστήματος.**

$$\boxed{\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}} \qquad (4.26)$$

Μονάδα της εντροπίας στο SI είναι το 1 J / K.

Όταν σε μια αντιστρεπτή μεταβολή το σύστημα απορροφά θερμότητα το ΔQ είναι θετικό, επομένως η εντροπία αυξάνεται. Όταν το σύστημα αποβάλλει θερμότητα το ΔQ είναι αρνητικό και επομένως η εντροπία μειώνεται.

<u>Προσοχή:</u> η σχέση (4.26) δεν ορίζει την εντροπία αλλά μόνο τη μεταβολή της σε μια αντιστρεπτή διεργασία στην οποία το σύστημα ανταλλάσσει με το περιβάλλον απειροστά μικρό ποσό θερμότητας ΔQ.



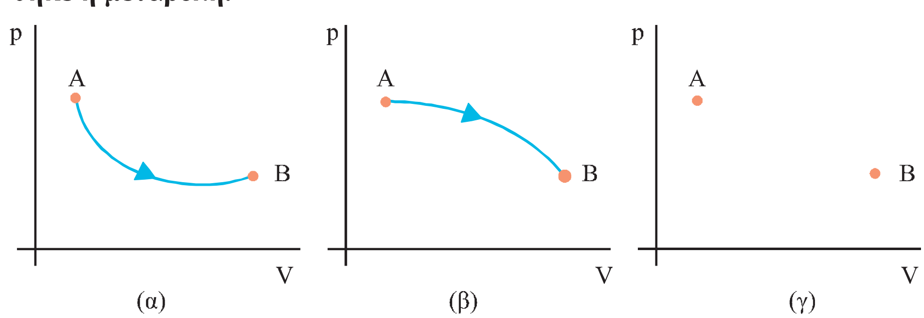
Σχ. 4.24 Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή, η μεταβολή της εντροπίας υπολογίζεται αν χωρίσουμε τη μεταβολή σε στοιχειώδεις μεταβολές και αθροίσουμε τις μεταβολές της εντροπίας σε κάθε μια από αυτές.

Σε μια αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από μία αρχική κατάσταση Α σε μια τελική κατάσταση Β, η συνολική μεταβολή της εντροπίας μπορεί να υπολογιστεί αν χωρίσουμε τη διεργασία σε πολύ μικρές μεταβολές (σχ. 4.24), υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας σε κάθε μια από αυτές και αθροίσουμε όλους τους όρους.

$$S_B - S_A = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \ldots \Delta S_\nu = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \ldots \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu} \qquad (4.27)$$

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος έχει την ίδια τιμή για όλες τις μεταβολές που οδηγούν από μία αρχική κατάσταση Α σε μία τελική κατάσταση Β, αντιστρεπτές ή μη.

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική του κατάσταση και όχι από το πώς πραγματοποιήθηκε η μεταβολή.

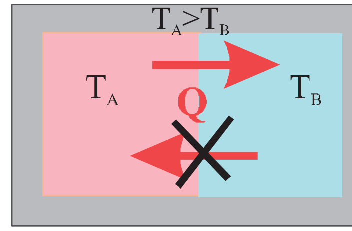


Σχ. 4.25 Στα διαγράμματα (α) και (β) ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β με διαφορετικό κάθε φορά αντιστρεπτό τρόπο. Στο (γ) το ίδιο σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στη Β με μη αντιστρεπτό τρόπο που δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος είναι ίδια σε όλες τις περιπτώσεις.

Ίσως βέβαια τα όσα είπαμε μέχρι τώρα να μη βοήθησαν καθόλου στο να κατανοήσετε την ανάγκη εισαγωγής αυτής της νέας έννοιας, της εντροπίας.

Ελπίζουμε όμως στη συνέχεια να πεισθείτε για τη χρησιμότητα του νέου μεγέθους.

Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σώματα το Α και το Β, με θερμοκρασίες T_A και T_B αντίστοιχα. Το σύστημα είναι μονωμένο από το περιβάλλον (σχ. 4.26). Αν $T_A>T_B$, θα μετακινηθεί θερμότητα από το σώμα Α στο Β. Το αντίστροφο το αποκλείει ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος. Ας φανταστούμε μια αντιστρεπτή διαδικασία που μεταφέρει ένα πολύ μικρό ποσό θερμότητας ΔQ από το σώμα Α στο Β, τόσο μικρό ώστε να μπορούμε να λέμε ότι οι θερμοκρασίες των σωμάτων δεν μεταβλήθηκαν. Η μεταβολή της εντροπίας του σώματος Α θα είναι $\Delta S_A = -\frac{|\Delta Q|}{T_A}$, ενώ του Β $\Delta S_B = \frac{|\Delta Q|}{T_B}$.



Σχ. 4.26 Η θερμότητα μεταφέρεται αυθόρμητα από σώματα υψηλότερης θερμοκρασίας προς σώματα χαμηλότερης. Το αντίστροφο αποκλείεται.

Η εντροπία του συστήματος θα μεταβληθεί, κατά

$$\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B = -\frac{|\Delta Q|}{T_A} + \frac{|\Delta Q|}{T_B}$$

και επειδή $T_A > T_B$ είναι $\frac{|\Delta Q|}{T_B} > \frac{|\Delta Q|}{T_A}$ επομένως $\Delta S > 0$.

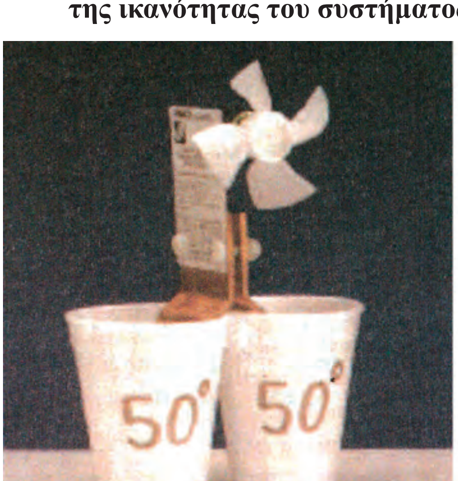
Στο υποθετικό αυτό παράδειγμα, ο δεύτερος νόμος μάς οδήγησε στο συμπέρασμα ότι η εντροπία του απομονωμένου συστήματος αυξήθηκε. Το ίδιο συμβαίνει σε κάθε απομονωμένο σύστημα. Επομένως η έννοια της εντροπίας μάς επιτρέπει να επαναδιατυπώσουμε το δεύτερο νόμο ως εξής:

Κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε μεταβολής ενός απομονωμένου συστήματος η εντροπία αυξάνεται.

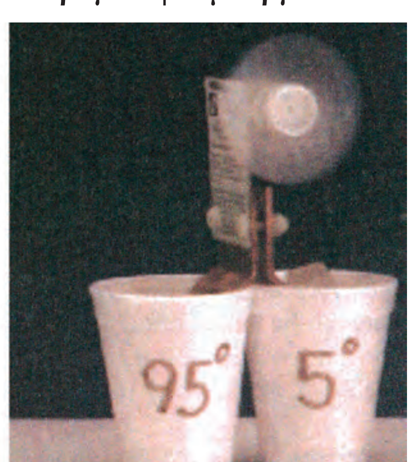
Η εντροπία του συστήματος αποκτά τη μέγιστη τιμή της όταν επέλθει ισορροπία. Στην περίπτωσή μας το σύστημα ισορροπεί όταν εξισωθούν οι θερμοκρασίες των δύο σωμάτων.

Από ενεργειακή άποψη στο σύστημα αυτό αρχικά θα μπορούσε να λειτουργήσει μια θερμική μηχανή χρησιμοποιώντας ως δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας το σώμα Α και ως δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας το σώμα Β. Η εξίσωση των θερμοκρασιών δεν παρέχει πια αυτή τη δυνατότητα.

Η αύξηση της εντροπίας ενός συστήματος οδηγεί στην ελάττωση της ικανότητας του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο.



(α)



(β)

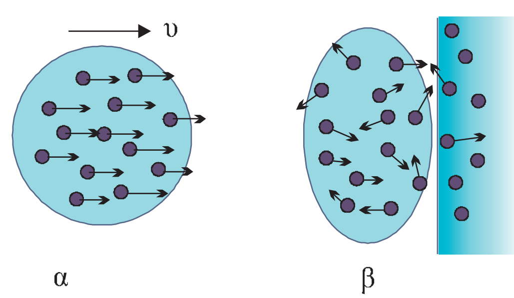
Εικ. 4.13 Τα δύο χάλκινα ελάσματα όταν βρίσκονται σε διαφορετικές θερμοκρασίες αναπτύσσουν μεταξύ τους διαφορά δυναμικού που επιτρέπει τη λειτουργία του ανεμιστήρα. Στην περίπτωση (α) το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία, έχει τη μέγιστη δυνατή εντροπία και δεν έχει δυνατότητα παραγωγής έργου. Στην περίπτωση (β) το σύστημα δεν βρίσκεται σε ισορροπία, η εντροπία του είναι μικρότερη και έχει τη δυνατότητα παραγωγής έργου.

Μικροσκοπική ερμηνεία της εντροπίας

Στη δεκαετία του 1870 ο Boltzmann συνέδεσε την εντροπία, έννοια μακροσκοπική, με τη μικροσκοπική δομή του συστήματος και έδωσε στην έννοια νέο περιεχόμενο. Ο Boltzmann συνέδεσε το μέγεθος εντροπία με την αταξία που επικρατεί στα δομικά στοιχεία ενός συστήματος.

Όταν μεγαλώνει η αταξία που επικρατεί σε ένα σύστημα μεγαλώνει και η εντροπία του.

Έστω ένα σώμα πολύ χαμηλής θερμοκρασίας (κοντά στο απόλυτο μηδέν), που κινείται με ταχύτητα υ. Τα σωματίδια από τα οποία αποτελείται το σώμα έχουν όλα τη μεταφορική ταχύτητα υ του σώματος και λόγω της πολύ χαμηλής θερμοκρασίας είναι σχεδόν ακίνητα ως προς αυτό. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι, σχεδόν, όση και το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μορίων του. Το σώμα στην πορεία του συναντά ένα εμπόδιο και συγκρούεται. Κατά τη σύγκρουση δε χάνεται ενέργεια. Αν αθροίσουμε τις κινητικές ενέργειες των μορίων του σώματος μετά τη σύγκρουση η ενέργεια που θα πάρουμε είναι όση και πριν. Για να είμαστε πιο ακριβείς, στους υπολογισμούς μας θα πρέπει να συμπεριλάβουμε και την αύξηση των κινητικών ενεργειών των μορίων του εμποδίου γύρω από το σημείο της σύγκρουσης.



Σχ. 4.27 (α) Σώμα πολύ χαμηλής θερμοκρασίας εκτελεί μεταφορική κίνηση. Όλα τα μόριά του έχουν την ίδια ταχύτητα. (β) Το σώμα έχει συγκρουστεί με ακίνητο εμπόδιο. Οι ταχύτητες των μορίων έχουν τυχαίο προσανατολισμό. Η εντροπία, κατά τη σύγκρουση, αυξήθηκε.

Όμως, ενώ πριν συγκρουστεί τα μόρια του σώματος είχαν όλα την ίδια ταχύτητα (σχ. 4.27α) μετά τη σύγκρουση τα μόρια κινούνται άτακτα προς όλες τις κατευθύνσεις (σχ. 4.27β). Πριν τη σύγκρουση το σώμα είχε κάποια κινητική ενέργεια η οποία θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή έργου, λόγου χάριν θα μπορούσε να καρφώσει μια πινέζα στον τοίχο. Μετά τη σύγκρουση η συνολική ενέργεια δεν άλλαξε, είναι όμως αδύνατον πια να εκμεταλλευτούμε την ενέργεια του συστήματος. Η αταξία του συστήματος αυξήθηκε, μετά τη σύγκρουση. Αν μπορούσαμε να τη μετρήσουμε θα διαπιστώναμε ότι η εντροπία αυξήθηκε.

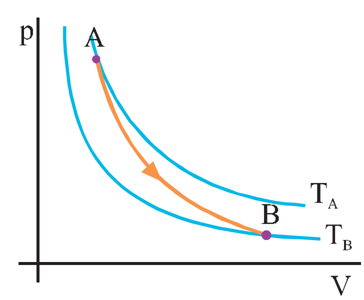
Από μακροσκοπική άποψη η αύξηση της εντροπίας οδηγεί σε μείωση της ικανότητας για παραγωγή έργου, ενώ **από μικροσκοπική άποψη η αύξηση της εντροπίας οδηγεί σε αύξηση της αταξίας του συστήματος.**

Εικ. 4.14 Τα Γλαρονήσια, στα βόρεια της Μήλου, έχουν προκύψει από ηφαιστειακή δράση. Η λάβα κατά την ψύξη της πήρε ασυνήθιστα γεωμετρικά, ραβδόμορφα σχήματα. Η εντροπία της λάβας μειώθηκε. Δεν γνωρίζουμε κάτω από ποιες συνθήκες συνέβη αυτό. Εκείνο για το οποίο μπορούμε να είμαστε βέβαιοι είναι το ότι καθώς μειωνόταν η εντροπία της λάβας, αυξανόταν η εντροπία του περιβάλλοντος.

4-15 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΕΝΤΡΟΠΙΑΣ ΣΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

Αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή

Έστω ότι ένα αέριο, που βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση Α (p_A, V_A, T_A), εκτονώνεται αδιαβατικά μέχρι την κατάσταση Β (p_B, V_B, T_B). Η μεταβολή του αερίου παριστάνεται γραφικά στο σχήμα 4.28.



Σχ. 4.28 Ένα αέριο εκτονώνεται αδιαβατικά από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του παραμένει σταθερή.

Επειδή πρόκειται για αντιστρεπτή μεταβολή, η μεταβολή της εντροπίας ΔS_{AB}, μπορεί να υπολογιστεί αν χωρίσουμε τη διεργασία σε στοιχειώδεις μεταβολές, υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας σε κάθε στοιχειώδη μεταβολή και αθροίσουμε όλους του όρους.

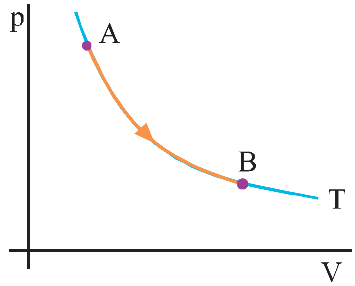
$$\Delta S_{AB} = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \dots \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu}$$

Όμως στην αδιαβατική μεταβολή το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, επομένως όλοι οι αριθμητές στο δεύτερο μέλος της παραπάνω σχέσης είναι μηδέν, με αποτέλεσμα

$$\boxed{\Delta S_{AB} = 0}$$

Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή η εντροπία δε μεταβάλλεται.

Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή



Σχ. 4.29 Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα από την αρχική κατάσταση Α στην τελική κατάσταση Β. Η εντροπία του αερίου αυξάνεται.

Έστω ένα αέριο που βρίσκεται αρχικά στην κατάσταση Α και εκτονώνεται ισόθερμα σε θερμοκρασία Τ μέχρι την κατάσταση Β. Το σχήμα 4.29 αποδίδει γραφικά τη μεταβολή του αερίου.

Και εδώ επειδή η διεργασία είναι αντιστρεπτή η μεταβολή της εντροπίας υπολογίζεται όπως πριν.

$$\Delta S_{AB} = \frac{\Delta Q_1}{T} + \frac{\Delta Q_2}{T} + \ldots \frac{\Delta Q_\nu}{T} = \frac{\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \ldots + \Delta Q_\nu}{T}$$

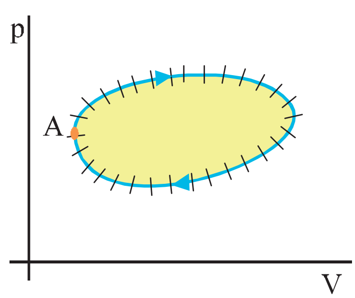
Το άθροισμα στον αριθμητή δίνει το συνολικό ποσό θερμότητας Q που απορρόφησε το αέριο κατά τη μεταβολή. Έτσι, η σχέση γίνεται:

$$\Delta S_{AB} = \frac{Q}{T} \tag{4.28}$$

Στην ισόθερμη μεταβολή η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον δίνεται από τη σχέση $Q = nRT\ \ln\frac{V_B}{V_A}$ και επομένως

$$\boxed{\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}} \tag{4.29}$$

Κυκλική μεταβολή



Σχ. 4.30 Αν χωρίσουμε την κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή σε στοιχειώδεις, τότε το άθροισμα των ΔS, σε όλη την κυκλική διαδρομή, είναι μηδέν.

Εφ' όσον σε μια κυκλική μεταβολή -αντιστρεπτή ή όχι- το σύστημα επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση, **η εντροπία του συστήματος δε μεταβάλλεται**.

$$\boxed{\Delta S_{ολ} = 0}$$

Στην περίπτωση που η κυκλική μεταβολή είναι αντιστρεπτή, αν τη χωρίσουμε σε ν στοιχειώδη τμήματα, ώστε σε καθένα από αυτά να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η θερμοκρασία είναι σταθερή, θα ισχύει:

$$\Delta S_{ολ} = \frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \ldots + \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu}$$

όπου $\Delta Q_1, \Delta Q_2, \ldots, \Delta Q_\nu$ τα στοιχειώδη ποσά θερμότητας που προσλαμβάνει ή αποδίδει το σύστημα σε κάθε στοιχειώδες τμήμα της μεταβολής.

Σε μία κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή λοιπόν ισχύει και

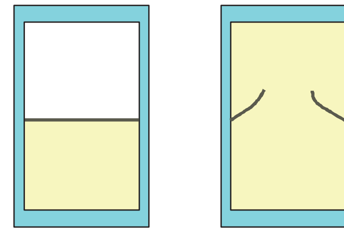
$$\frac{\Delta Q_1}{T_1} + \frac{\Delta Q_2}{T_2} + \ldots + \frac{\Delta Q_\nu}{T_\nu} = 0$$

Ελεύθερη εκτόνωση

Ένα θερμικά μονωμένο δοχείο χωρίζεται με μεμβράνη σε δύο χώρους. Ο ένας περιέχει αέριο σε θερμοκρασία T και ο άλλος είναι κενός. Κάποια στιγμή η μεμβράνη σπάει και το αέριο εκτονώνεται και καταλαμβάνει αστραπιαία τον όγκο ολόκληρου του δοχείου (σχ. 4.31). Η διαδικασία εκτόνωσης είναι πολύ βίαιη και με κανένα τρόπο δεν μπορεί να χαρακτηριστεί αντιστρεπτή. Θα υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας του αερίου.

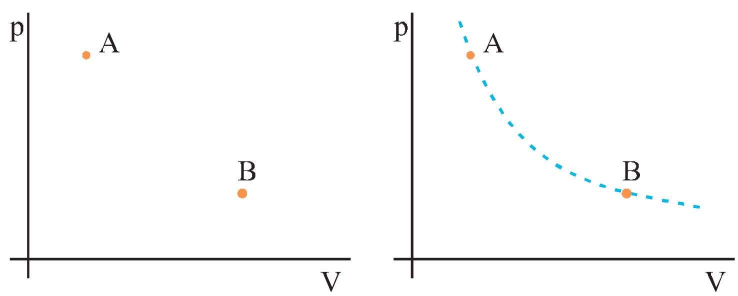
Μη βιαστείτε να πείτε ότι, αφού το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, σύμφωνα με τη (4.26), θα είναι $\Delta S = 0$. Η (4.26) ισχύει μόνο για αντιστρεπτές μεταβολές.

Αφού η μεταβολή είναι μη αντιστρεπτή δεν μπορεί να παρασταθεί γραφικά. Γραφικά μπορούν να απεικονισθούν μόνο η αρχική και τελική κατάσταση A και B του αερίου, που είναι καταστάσεις ισορροπίας (σχ. 4.32α). Το έργο που παράγει το αέριο για να καταλάβει τον κενό χώρο είναι μηδενικό και, όπως είπαμε, τα τοιχώματα του δοχείου δεν επιτρέπουν τη μεταφορά θερμότητας.



Σχ. 4.31 Ελεύθερη εκτόνωση αερίου. Όταν διαρραγεί η μεμβράνη η οποία περιορίζει το αέριο, το αέριο εκτονώνεται ελεύθερα με μη αντιστρεπτό τρόπο και καταλαμβάνει όλο τον όγκο του δοχείου.

Από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο ($Q = \Delta U + W$) προκύπτει $\Delta U = 0$. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θερμοκρασία και, αφού η εσωτερική ενέργεια δε μεταβάλλεται, η τελική θερμοκρασία του αερίου είναι ίση με την αρχική T. Επειδή $T_A = T_B = T$ η αρχική κατάσταση (A) και η τελική κατάσταση (B), βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη καμπύλη (σχ. 4.32β).



(α) (β)

Σχ. 4.32 Η μεταβολή κατά την ελεύθερη εκτόνωση είναι μη αντιστρεπτή. Γραφικά μπορούν να παρασταθούν μόνο η αρχική και τελική κατάσταση του αερίου A και B. Επειδή κατά την ελεύθερη εκτόνωση η αρχική θερμοκρασία του αερίου είναι ίση με την τελική, η αρχική και η τελική κατάσταση του αερίου βρίσκονται πάνω στην ίδια ισόθερμη.

Για να υπολογίσουμε τη μεταβολή της εντροπίας θα εκμεταλλευτούμε το ότι αυτή εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος. Μια αντιστρεπτή διαδικασία που έχει τα ίδια άκρα A και B είναι η ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή από την κατάσταση A στη B.

$$\boxed{\Delta S_{AB} = \Delta S_{AB}^{\text{ισόθερμη}} = nR\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

Παρατηρούμε ότι, επειδή $V_B > V_A$, η εντροπία του αερίου αυξάνεται ($\Delta S > 0$). Το αποτέλεσμα μπορούσαμε να το προβλέψουμε, αφού στις πραγματικές (μη αντιστρεπτές) μεταβολές η εντροπία ενός απομονωμένου συστήματος αυξάνεται μέχρις ότου το σύστημα έρθει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας.

ΣΥΝΟΨΗ

Οι ποσότητες που είναι ικανές για την περιγραφή της κατάστασης θερμοδυναμικού συστήματος αποτελούν τις **ανεξάρτητες θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος**.

Μια ποσότητα αερίου βρίσκεται σε **κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας** όταν η πίεση, η πυκνότητα, και η θερμοκρασία του, έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκτασή του.
Μια κατάσταση ισορροπίας παριστάνεται γραφικά με ένα σημείο.

Αντιστρεπτή ονομάζεται η μεταβολή στην οποία υπάρχει η δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση. Οι πραγματικές μεταβολές είναι μη αντιστρεπτές.
Η μεταβολή στην οποία το σύστημα μεταβαίνει από μια αρχική κατάσταση σε μια τελική κατάσταση μέσω διαδοχικών καταστάσεων που μπορούν να θεωρηθούν καταστάσεις ισορροπίας είναι αντιστρεπτή. Σε μια τέτοια μεταβολή μπορεί να πραγματοποιηθεί και η αντίστροφη πορεία.
Μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται γραφικά με μια συνεχή γραμμή. Οι μη αντιστρεπτές μεταβολές δεν μπορούν να παρασταθούν γραφικά.

Το έργο του αερίου για μια πολύ μικρή μεταβολή του όγκου του είναι $\Delta W = p\Delta V$. Είναι θετικό αν το αέριο εκτονώνεται και αρνητικό αν συμπιέζεται. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V.

Θερμότητα ονομάζεται η μορφή της ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο λόγω της διαφοράς θερμοκρασίας των δύο σωμάτων.

Κάθε σώμα εμπεριέχει ενέργεια, που είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Αυτή την ενέργεια την ονομάζουμε **εσωτερική ενέργεια**.

Η **εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου** είναι $U = \frac{3}{2}nRT$.

Η **μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια** ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση του συστήματος.

Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος: Το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας και του έργου που παράγει ή δαπανά το σύστημα. $Q = \Delta U + W$.

Στην ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή είναι $W = nRT \ln\frac{V_\tau}{V_\alpha}$.

Στην ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή $W = 0$.

Στην ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή $W = p\left(V_\tau - V_\alpha\right)$.

Αδιαβατική ονομάζουμε εκείνη τη μεταβολή κατά την οποία δε συντελείται μεταφορά θερμότητας από το περιβάλλον προς το σύστημα ή αντίστροφα. Στην αδιαβατική μεταβολή $pV^\gamma = \sigma\tau\alpha\theta$.

Το έργο στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή είναι $W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$.

Κυκλική ονομάζουμε τη μεταβολή κατά την οποία το σύστημα, μετά από μια διεργασία, επιστρέφει στην αρχική του κατάσταση.

Το έργο σε μια κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή είναι ίσο με το εμβαδόν που ορίζεται από τη γραμμή του διαγράμματος, στο διάγραμμα p-V.

Το ποσό θερμότητας που απαιτείται για να μεταβληθεί η θερμοκρασία μιας ποσότητας αερίου κατά ΔΤ είναι $Q = n\,C\,\Delta T$.

Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα με σταθερό όγκο και **η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα με σταθερή πίεση** συνδέονται με τη σχέση $C_p = C_V + R$.

Οι γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες C_p και C_V για ένα αέριο έχουν σταθερό λόγο.

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ενός αερίου δίνεται από τη σχέση $\Delta U = nC_V\Delta T$.

Οι **θερμικές μηχανές** υποβάλλουν ένα αέριο σε κυκλική μεταβολή κατά τη διάρκεια της οποίας 1) Η μηχανή απορροφά θερμότητα (Q_h) από μια δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας T_h 2) Η μηχανή παράγει έργο 3) Η μηχανή αποβάλλει θερμότητα (Q_c) σε μια δεξαμενή χαμηλότερης θερμοκρασίας T_c.

Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής είναι $e = \frac{W}{Q_h}$ ή $e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$.

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος: Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο ή να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.

Ο Carnot περιέγραψε μια ιδανική κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή, που ονομάστηκε κύκλος Carnot, και απέδειξε ότι μια θερμική μηχανή που θα ακολουθούσε αυτόν τον αντιστρεπτό κύκλο θα είχε τη μεγαλύτερη δυνατή απόδοση.

Η μηχανή του Carnot ακολουθεί τον εξής αντιστρεπτό κύκλο: 1) ισόθερμη εκτόνωση 2) αδιαβατική εκτόνωση 3) ισόθερμη συμπίεση 4) αδιαβατική συμπίεση.

Η απόδοση της μηχανής Carnot είναι $e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$.

Η **μεταβολή της εντροπίας** κατά τη διάρκεια μιας πολύ μικρής αντιστρεπτής διεργασίας ορίζεται ως το πηλίκο του ποσού θερμότητας που απορρόφησε ή απέβαλε το σύστημα προς τη θερμοκρασία του συστήματος.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}.$$

Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάστασή του.

Κατά τη διάρκεια πραγματικών μεταβολών η εντροπία ενός μονωμένου συστήματος πάντοτε αυξάνεται μέχρι να επέλθει ισορροπία, οπότε η εντροπία αποκτά τη μέγιστη τιμή της.

Η αύξηση της εντροπίας ενός συστήματος οδηγεί στην ελάττωση της ικανότητας του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο.

Η εντροπία συνδέεται μικροσκοπικά με την αταξία που επικρατεί στα δομικά στοιχεία του συστήματος. Αύξηση της αταξίας συνεπάγεται αύξηση της εντροπίας του συστήματος.

Περιπτώσεις υπολογισμού μεταβολής της εντροπίας

Στην αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή $\Delta S = 0$

Στην ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ή $\Delta S = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$.

Στην κυκλική μεταβολή $\Delta S_{ολ} = 0$

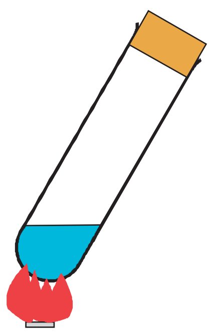
Στην ελεύθερη εκτόνωση $\Delta S = nR\ln\frac{V_B}{V_A}$.

Σχ. 4.33

1. Θερμότητα και έργο

Πάρτε ένα λάστιχο (από αυτά που χρησιμοποιούμε για να κλείνουμε μικρά δέματα) και τεντώστε το μπροστά στο πάνω χείλος σας. Θα διαπιστώσετε ότι είναι λίγο θερμότερο από το περιβάλλον. Κρατήστε το έτσι για λίγο και μετά αφήστε το να ξαναπάρει το αρχικό του μήκος. Θα δείτε ότι τώρα φαίνεται λίγο πιο ψυχρό από το περιβάλλον. Πώς εξηγείται αυτό;

2. Η μετατροπή της θερμότητας σε έργο



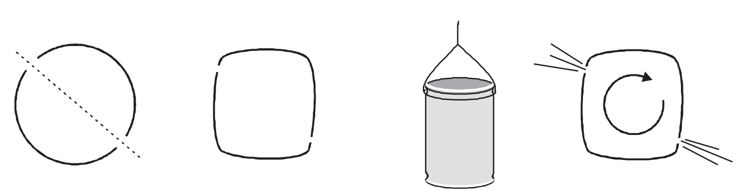
Σχ. 4.34

Σε ένα δοκιμαστικό σωλήνα ρίξτε λίγο νερό και στη συνέχεια κλείστε τον με ένα φελλό. Τοποθετήστε τον όρθιο, με το κλειστό του άκρο προς τα κάτω, στη σιγανή φωτιά ενός καμινέτου. Σε λίγο το νερό θα αρχίσει να βράζει και αν περιμένετε λίγο ο φελλός θα εκτιναχτεί. Περιγράψτε τις ενεργειακές μεταβολές που συμβαίνουν.

<u>Προσοχή:</u> ο σωλήνας δεν πρέπει να σημαδεύει εσάς ή κάποιον άλλο.

3. Κατασκευάστε έναν ατμοστρόβιλο

Θα χρησιμοποιήσετε ένα κλειστό μεταλλικό κουτάκι από αναψυκτικό. Χωρίς να ανοίξετε το κουτάκι ανοίξτε με ένα καρφί δύο τρύπες σε αντιδιαμετρικά σημεία της κυλινδρικής επιφάνειας, που βρίσκονται στο ίδιο ύψος και αδειάστε το περιεχόμενο (σχ. 4.35α).



Σχ. 4.35 (α) Τομή του κυλινδρικού δοχείου με τις τρύπες. (β) Τομή του δοχείου μετά την παραμόρφωση. Προσέξτε πού βρίσκονται οι τρύπες. (γ) Το δοχείο κρέμεται όρθιο, δεμένο με ένα σκοινί. (δ) Ο ατμός φεύγει από τις τρύπες και το δοχείο στρέφεται.

Πιέστε με τα χέρια την κυρτή επιφάνεια ώστε το κουτί να αποκτήσει τέσσερις γωνίες. Πρέπει να πιέσετε το κουτάκι με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε τρύπα να βρίσκεται κοντά σε κάποια γωνία (σχ. 4.35β). Βάλτε από τις τρύπες που ανοίξατε περίπου ένα δάχτυλο νερό. Δέστε το κουτάκι από το επάνω μέρος του με σκοινί ώστε να μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονά του (σχ. 4.35γ). Κρεμάστε το από κάπου και τοποθετήστε ακριβώς από κάτω του ένα γκαζάκι με σιγανή φωτιά.

Όταν το νερό αρχίσει να βράζει, ο ατμός θα αρχίσει να φεύγει με ταχύτητα από τις τρύπες και το δοχείο να στρέφεται.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ισορροπία - αντιστρεπτές μεταβολές - έργο αερίου

1 Αναφέρετε δύο μη αντιστρεπτές μεταβολές, διαφορετικές από αυτές που αναφέρονται στο βιβλίο.

2 Το έργο ενός αερίου είναι …………. όταν …………. και αρνητικό όταν ……………. (Συμπληρώστε τα κενά).

3 Ποια από τις επόμενες προτάσεις που αφορούν στο έργο ενός αερίου είναι σωστές;

α) Ένα αέριο παράγει έργο μόνο όταν υποβάλλεται σε αντιστρεπτή μεταβολή.

β) Αν ο όγκος του αερίου δε μεταβάλλεται, το έργο του αερίου είναι μηδέν.

γ) Σε κάθε μεταβολή, αντιστρεπτή ή όχι, το έργο ενός αερίου μπορεί να υπολογιστεί από το διάγραμμα p-V.

δ) Ο υπολογισμός του έργου του αερίου από το διάγραμμα p-V είναι δυνατός μόνο στην περίπτωση της μη αντιστρεπτής μεταβολής.

4 Διαθέτουμε ένα δοχείο χωρισμένο στη μέση με μεμβράνη. Στον ένα χώρο του δοχείου βρίσκεται κάποιο αέριο ενώ ο άλλος είναι κενός. Κάποια στιγμή σπάει η μεμβράνη και το αέριο καταλαμβάνει όλο το χώρο του δοχείου. Το έργο του αερίου είναι θετικό, αρνητικό ή μηδέν; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Θερμότητα - Εσωτερική ενέργεια

5 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Ένα σώμα έχει θερμότητα όταν είναι ζεστό.

β) Εάν φέρουμε σε θερμική επαφή δύο σώματα Α και Β, διαφορετικής θερμοκρασίας ($T_A > T_B$) μεταφέρεται ενέργεια (θερμότητα) από το σώμα με την υψηλότερη θερμοκρασία προς το σώμα με τη χαμηλότερη θερμοκρασία. Αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση της εσωτερικής ενέργειας του σώματος Α και την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του σώματος Β.

γ) Με την τριβή δεν αυξάνεται η θερμότητα των σωμάτων που τρίβονται αλλά η εσωτερική τους ενέργεια.

δ) Θερμότητα και θερμοκρασία είναι διαφορετικές ονομασίες που αποδίδονται στην ίδια έννοια.

ε) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου είναι ανάλογη της θερμοκρασίας του.

6 Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

α) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών των μορίων του.

β) Η εσωτερική ενέργεια ενός αερίου εξαρτάται μόνο από την πίεση στην οποία βρίσκεται.

γ) Ένα θερμοδυναμικό σύστημα μπορεί να μεταβεί από μια αρχική κατάσταση σε κάποια άλλη με πολλούς τρόπους. Η μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο το σύστημα μεταβαίνει από την αρχική στην τελική κατάσταση.

δ) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση.

7 Σώμα αφήνεται να ολισθήσει σε πλάγιο επίπεδο. Η εσωτερική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται:

α) αν μεταβληθεί η θερμοκρασία του.

β) διότι μεταβάλλεται η ταχύτητά του.

γ) διότι μεταβάλλεται το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα.

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.

8 Δύο διαφορετικές ποσότητες αερίου βρίσκονται στην ίδια θερμοκρασία. Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή;

α) Οι δύο ποσότητες έχουν την ίδια εσωτερική ενέργεια.

β) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει η μεγαλύτερη ποσότητα.

γ) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει η ποσότητα που καταλαμβάνει το μεγαλύτερο όγκο.

δ) Μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια έχει το αέριο με τη μεγαλύτερη πίεση.

Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

9 Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, το ποσό θερμότητας που απορροφά ή αποβάλλει ένα θερμοδυναμικό σύστημα είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα 1) της μεταβολής …………. …………. του συστήματος και 2) …………………………. που παράγει ή δαπανά το σύστημα. (Συμπληρώστε τις λέξεις που λείπουν).

10 Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος:

α) Αποτελεί μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

β) Αναφέρεται σε μονωμένα θερμοδυναμικά συστήματα.

γ) Ισχύει μόνο στα αέρια.

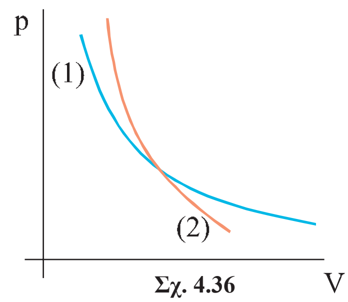
δ) Ισχύει μόνο στις αντιστρεπτές μεταβολές.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

11 Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης σε στοιχεία της δεξιάς.

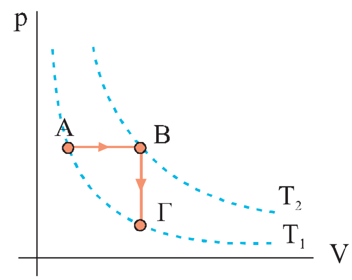
	α) $W = nRT\ln\frac{V_\tau}{V_\alpha}$
1) Ισοβαρής αντιστρεπτή μεταβολή	β) $W = \frac{p_\alpha + p_\tau}{2}\Delta V$
2) Ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή	γ) $W = p\Delta V$
3) Ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή	δ) $W = 0$
4) Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή	ε) $W = \frac{p_\tau V_\tau - p_\alpha V_\alpha}{1-\gamma}$
5) Αδιαβατική αντιστρεπτή μεταβολή	στ) Εμβαδόν που περικλείεται από την κλειστή γραμμή στο διάγραμμα p=f(V)

12 Να συμπληρώσετε τα κενά:
Το έργο ενός αερίου είναι θετικό όταν το αέριο ………… Στην ………………… αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας. Στην ………………… αντιστρεπτή εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη θερμότητα που απορροφά το αέριο.



Σχ. 4.36

13 Στο διάγραμμα του σχήματος 4.36 παριστάνεται μια ισόθερμη και μια αδιαβατική μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου. Ποια καμπύλη αντιστοιχεί σε κάθε μεταβολή; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



Σχ. 4.37

14 Ένα αέριο, που αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση Α, μεταβαίνει στην κατάσταση Β με σταθερή πίεση και στη συνέχεια στην κατάσταση Γ, με σταθερό όγκο, όπως δείχνει το σχήμα 4.37.

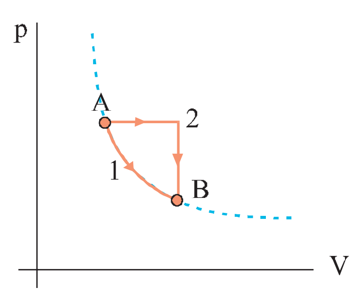
1. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διεργασία ΑΒ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;
2. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διεργασία ΒΓ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;
3. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος κατά τη μετάβασή του από την κατάσταση Α στην Γ είναι:
   α) Θετική; β) Αρνητική; γ) Μηδέν;

Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

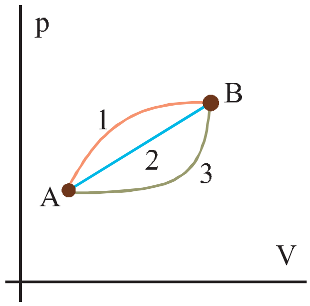
15 Επιλέξτε τη σωστή πρόταση.
α) Στην ισόθερμη εκτόνωση αερίου ένα μέρος της θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε έργο.
β) Στην ισοβαρή εκτόνωση, το έργο του αερίου είναι ίσο με το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο.
γ) Στην ισόχωρη θέρμανση, η θερμότητα που απορροφά το αέριο είναι ίση με τη μεταβολή στην εσωτερική του ενέργεια.
δ) Στην αδιαβατική εκτόνωση το έργο του αερίου είναι ίσο με τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.

16 Ένα αέριο, που αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση p_A, V_A, εκτονώνεται μέχρι ο όγκος του να γίνει V_B. Να παρασταθούν σε κοινούς άξονες p-V μια ισόθερμη και μια αδιαβατική που να οδηγούν από την αρχική κατάσταση στις τελικές καταστάσεις όγκου V_B. Σε ποια από τις δύο μεταβολές το έργο που παράγει το αέριο είναι μεγαλύτερο;

17 Ένα αέριο μπορεί να μεταβεί από μια αρχική κατάσταση Α σε μια τελική κατάσταση Β, με δύο τρόπους. α) Με μια ισόθερμη μεταβολή και β) Με μια ισοβαρή εκτόνωση και μια ισόχωρη μεταβολή. Οι δύο τρόποι παριστάνονται στο σχήμα 4.38 με τους αριθμούς 1 και 2.
Το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο είναι:
α) Μεγαλύτερο κατά τη διαδρομή 1;
β) Ίδιο και στις δύο περιπτώσεις;
γ) Μεγαλύτερο κατά τη διαδρομή 2;
Ποια από τις προτάσεις αυτές είναι ορθή;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Σχ. 4.38



Σχ. 4.39

18 Ένα αέριο αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση Α. Το αέριο μπορεί να μεταβεί στην κατάσταση Β με μία από τις μεταβολές που παριστάνονται στο διάγραμμα (σχ. 4.39). Να συγκρίνετε για τις τρεις διαδρομές α) το έργο που παράγει το αέριο, β) τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου, γ) το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο.

19 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Στην ισόχωρη μεταβολή το έργο είναι μηδέν.
β) Στην αδιαβατική εκτόνωση η τελική θερμοκρασία είναι μικρότερη της αρχικής.
γ) Στην αδιαβατική εκτόνωση το έργο που παράγει το αέριο είναι ίσο με την ελάττωση της εσωτερικής του ενέργειας.
δ) Στην ισόθερμη μεταβολή η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον είναι μηδέν.
ε) Στην κυκλική μεταβολή το έργο του αερίου είναι ίσο με το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή στο διάγραμμα p-V.

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες αερίων

20 Συμπληρώστε τα κενά:
Η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει το ποσό θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σε ένα mol αερίου ώστε να ανέβει η θερμοκρασία του κατά .... Στα αέρια, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο και η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα ....
.... Η σχέση που συνδέει τις δύο ειδικές γραμμομοριακές θερμότητες είναι ....

21 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
α) Στα στερεά και τα υγρά, η ειδική θερμότητα εξαρτάται μόνο από το υλικό τους. Στα αέρια η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εξαρτάται κάθε φορά και από τον τρόπο με τον οποίο θερμαίνεται το αέριο.
β) Ο λόγος C_p/C_V, των γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων ενός αερίου είναι μικρότερος ή ίσος του 1.
γ) Στα ιδανικά αέρια C_p-C_V = σταθερό.
δ) Η σχέση $\Delta U = n\,C_V\,\Delta T$ δίνει τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ενός αερίου σε κάθε μεταβολή, αντιστρεπτή ή μη.

22 Η θερμοκρασία μιας ποσότητας αερίου αυξάνεται. Η εσωτερική ενέργεια του αερίου:
α) αυξάνεται;
β) μειώνεται;
γ) δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή στη θερμοκρασία;
δ) χρειάζονται και άλλα στοιχεία για να απαντήσουμε;
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

23 Εξηγήστε ποιοτικά γιατί η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα των αερίων υπό σταθερή πίεση είναι μεγαλύτερη από τη γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο.

24 Πού οφείλονται οι αποκλίσεις ανάμεσα στις θεωρητικές προβλέψεις των C_p και C_V για το μοντέλο του ιδανικού αερίου και στις πειραματικές τιμές τους;

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος - Θερμικές μηχανές

25 Θερμική μηχανή είναι,
α) το τρόλεϊ; β) ο φούρνος;
γ) το ποδήλατο; δ) ο κινητήρας του αεροπλάνου;
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

26 Με ποιον τρόπο αποβάλλεται θερμότητα κατά τη λειτουργία της μηχανής του αυτοκινήτου;

27 Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή;
α) Κάθε θερμική μηχανή λειτουργεί ανάμεσα σε δύο θερμοκρασίες.
β) Ο συντελεστής απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι το πηλίκο της ωφέλιμης ενέργειας που μας δίνει η μηχανή προς το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται από τη μηχανή κατά τη λειτουργία της.
γ) Εάν ήταν δυνατό να εξαλειφθούν οι τριβές ο συντελεστής απόδοσης των θερμικών μηχανών θα ήταν ίσος με τη μονάδα.
δ) Η απόδοση των θερμικών μηχανών κυμαίνεται συνήθως ανάμεσα στο 70 με 80%.

28 Οι παρακάτω προτάσεις αναφέρονται στο δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο. Ποιες είναι σωστές;
α) Δεν υπάρχουν περιορισμοί στη μετατροπή της ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη.
β) Σε μια κυκλική μεταβολή η θερμότητα που προσφέρεται από το περιβάλλον στο σύστημα, δε μετασχηματίζεται πλήρως σε μηχανική ενέργεια.
γ) Κατά την ισόθερμη εκτόνωση, όλο το ποσό θερμότητας που απορροφά το αέριο μετατρέπεται σε έργο. Η μεταβολή αυτή αποτελεί μια εξαίρεση στο δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο.
δ) Με τη σημερινή τεχνολογία δεν έχει επιτευχθεί η πλήρης μετατροπή της θερμότητας σε μηχανικό έργο. Ελπίζουμε ότι στο μέλλον θα το κατορθώσουμε.
ε) Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος αποκλείει την ύπαρξη μιας θερμικής μηχανής που έχει συντελεστή απόδοσης ίσο με 1.
στ) Το ψυγείο μεταφέρει θερμότητα από τα ψυχρά σώματα προς τα θερμότερα.
ζ) Η θερμότητα μεταφέρεται πάντα από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα. Για το αντίστροφο απαιτείται δαπάνη ενέργειας.

29 Λέμε ότι κατά τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής το ωφέλιμο έργο είναι πάντα μικρότερο από την ενέργεια που δαπανάται για τη λειτουργία της (θερμότητα). Μήπως αυτό παραβιάζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

30 Η θάλασσα έχει τεράστια εσωτερική ενέργεια. Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την ενέργεια για την κίνηση των πλοίων; (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).

31 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αφορούν στη μηχανή Carnot είναι σωστές;

α) Η μηχανή που επινόησε και συναρμολόγησε ο Carnot φέρει σήμερα το όνομά του.
β) Ο κύκλος του Carnot αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο ισόχωρες μεταβολές.
γ) Η μηχανή Carnot έχει τη μεγαλύτερη απόδοση γιατί μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο.
δ) Η απόδοση της μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο από τις θερμοκρασίες των δεξαμενών υψηλής και χαμηλής θερμοκρασίας.
ε) Όταν μικραίνει ο λόγος της θερμοκρασίας της ψυχρής δεξαμενής προς τη θερμοκρασία της θερμής, σε μια μηχανή Carnot, ο συντελεστής απόδοσής της μεγαλώνει.

32 Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι ………… από την απόδοση μιας μηχανής Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι ………… (Συμπληρώστε τα κενά).

Εντροπία

33 Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;

α) Η σχέση $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$ δίνει τη μεταβολή της εντροπίας μόνο στις πολύ μικρές αντιστρεπτές διεργασίες.
β) Η μεταβολή της εντροπίας ενός θερμοδυναμικού συστήματος εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή.
γ) Στη διάρκεια μιας πραγματικής (μη αντιστρεπτής) διεργασίας η εντροπία ενός μονωμένου θερμοδυναμικού συστήματος μειώνεται.
δ) Σε ένα μονωμένο σύστημα σε ισορροπία η εντροπία έχει τη μέγιστη τιμή της.

34 Ένα θερμοδυναμικό σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Η εντροπία του συστήματος στην κατάσταση Β είναι μεγαλύτερη από την εντροπία του στην κατάσταση Α ($S_B > S_A$).
Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις στα ερωτήματα Α, Β, Γ.

Α. Η αταξία των δομικών στοιχείων του συστήματος είναι
- α) μεγαλύτερη στην κατάσταση Β,
- β) μικρότερη στην κατάσταση Β,
- γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

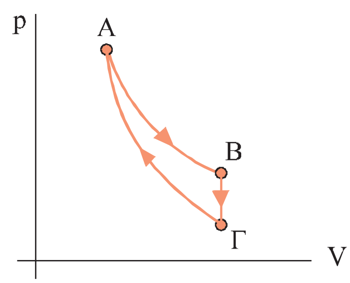
Β. Η ικανότητα του συστήματος να παράγει ωφέλιμο έργο
- α) αυξήθηκε με τη μετάβαση του συστήματος στην κατάσταση Β,
- β) μειώθηκε,
- γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

Γ. Το σύστημα κατά τη διάρκεια της μεταβολής
   α) απορρόφησε θερμότητα,
   β) απέβαλε θερμότητα στο περιβάλλον,
   γ) δεν έχουμε επαρκή στοιχεία για να απαντήσουμε.

35 Ένα βλήμα σφηνώνεται σε τοίχο.
α) Η κινητική ενέργεια του βλήματος μετατράπηκε σε δυναμική.
β) Μετά την κρούση η κινητική ενέργεια του βλήματος μηδενίστηκε. Η εσωτερική ενέργεια του βλήματος και της περιοχής του τοίχου όπου σφηνώθηκε αυξήθηκε.
γ) Η εντροπία του συστήματος βλήμα - τοίχος μειώθηκε.
δ) Η ικανότητα του συστήματος για παραγωγή ωφέλιμου έργου μειώθηκε.
Ποιες από τις προηγούμενες προτάσεις είναι σωστές;

36 Αν βάλουμε ένα ποτήρι νερό στην κατάψυξη, το νερό θα παγώσει. Η αταξία των μορίων του νερού σ' αυτή την κατάσταση (πάγος) έχει μειωθεί σε σχέση με εκείνη που υπήρχε όταν το νερό βρισκόταν στην υγρή κατάσταση. Επομένως η εντροπία του νερού μειώθηκε. Μήπως αυτή η περίπτωση αποτελεί εξαίρεση στην γενικότερη τάση να αυξάνεται η εντροπία; Δικαιολογήστε την άποψή σας.

37 Στο σχήμα 4.40 παριστάνεται η κυκλική μεταβολή που υφίσταται ορισμένη ποσότητα αερίου. Η μεταβολή ΑΒ είναι ισόθερμη, η ΒΓ ισόχωρη και η ΓΑ αδιαβατική. Κατά τη μεταβολή ΒΓ, η εντροπία του αερίου α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει σταθερή; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.



Σχ. 4.40

38 Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη που βρίσκονται στην αριστερή στήλη με τις μονάδες μέτρησης στη δεξιά στήλη

1)	W	α)	J
2)	S	β)	m^3
3)	U	γ)	N
4)	p	δ)	N / m^2
5)	V	ε)	J / K

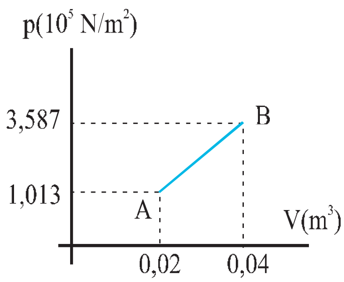
39 Να αποδοθεί ο κύκλος Carnot σε διάγραμμα με άξονες την εντροπία και την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου (S-T).

Έργο αερίου - πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

40 Αέριο με όγκο 0,004 m^3 θερμαίνεται με σταθερή πίεση p = 1,2 atm μέχρι ο όγκος του να γίνει $0,006\ m^3$. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται $1\ atm = 1,013 \times 10^5\ N/m^2$.
[Απ: 243,1 J]

41 Δύο mol αερίου θερμαίνονται από τους 27 °C στους 127 °C. Η θέρμανση του αερίου γίνεται με σταθερή πίεση. Υπολογίστε το έργο που παράγει το αέριο. Δίνεται R = 8,314 J / (mol K).
[Απ: 1663 J]

42 Δύο mol αερίου βρίσκονται σε θερμοκρασία 27 °C. Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία συμπιέζουμε το αέριο ώστε η πίεσή του να διπλασιαστεί. Να υπολογιστεί το έργο του αερίου.
Δίνονται R = 8,314 J / (mol K), ln2 = 0,6931.
[Απ: -3458 J]

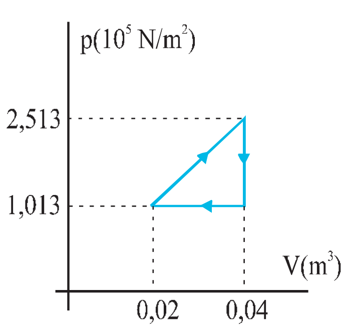


Σχ. 4.41

43 Το διάγραμμα (σχ. 4.41) παριστάνει τη μεταβολή ενός αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β. Υπολογίστε το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή αυτή.
[Απ: 4600 J]

44 Ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο 10 L και έχει πίεση 1 atm. Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνονται $1\ L = 10^{-3}\ m^3$, $1\ atm = 1,013 \times 10^5\ N/m^2$, ln2 = 0,6931.
[Απ: Q = 702,1 J]

45 Αέριο βρίσκεται μέσα σε δοχείο που κλείνεται με έμβολο. Το αέριο καταλαμβάνει όγκο $V_1 = 0,008\ m^3$, έχει θερμοκρασία $T_1 = 300$ K και πίεση $p_1 = 1,013 \times 10^5\ N/m^2$. Θερμαίνουμε το αέριο υπό σταθερή πίεση, μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει $T_2 = 375$ K.
α) Υπολογίστε το έργο του αερίου.
β) Αν κατά τη θέρμανσή του το αέριο απορρόφησε θερμότητα Q = 709,1 J υπολογίστε τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας.
[Απ: W = 202,6 J, ΔU = 506,5 J]



Σχ. 4.42

46 0,2 mol αερίου συμπιέζονται ισόθερμα σε θερμοκρασία θ = 27 °C, ώστε ο όγκος του να ελαττωθεί στο μισό. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το αέριο με το περιβάλλον.
Δίνονται R = 8,314 J / (mol K), ln2 = 0,6931.
[Απ: -345,8 J]

47 Αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος 4.42. Υπολογίστε το καθαρό ποσό θερμότητας που απορρόφησε.
[Απ: 1500 J]

Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες ιδανικού αερίου

48 Ιδανικό αέριο βρίσκεται σε δοχείο σταθερού όγκου 0,004 m^3. Το αέριο θερμαίνεται ώστε η πίεσή του από $1{,}013\times10^5\ N/m^2$ να γίνει $3{,}213\times10^5\ N/m^2$. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνεται ότι στα ιδανικά αέρια ισχύει $C_V = 3/2\ R$.
[Απ: 1320 J]

49 Αέριο θερμαίνεται με σταθερή πίεση $1{,}013\times10^5\ N/m^2$, ώστε ο όγκος του από $0{,}005\ m^3$ να γίνει $0{,}007\ m^3$. Να υπολογιστεί το ποσό θερμότητας που απορρόφησε το αέριο. Δίνεται $C_V = 3/2\ R$.
[Απ: 506,5 J]

50 Να υπολογιστεί η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας ορισμένης ποσότητας αερίου όταν το θερμάνουμε με σταθερή πίεση προσφέροντάς του θερμότητα Q = 10 cal. Για το αέριο ισχύει γ = 1,41.
Δίνεται 1 cal = 4,18 J.
[Απ: 29,64 J]

Θερμικές μηχανές - Κύκλος Carnot

51 Για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, ένα εργοστάσιο χρησιμοποιεί λιγνίτη. Από την καύση του λιγνίτη το εργοστάσιο τροφοδοτείται με θερμότητα με ρυθμό 900 MW και παράγει 300 MW μηχανικής ισχύος που στη συνέχεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική ισχύ. Υπολογίστε την απόδοση του εργοστασίου κατά τη μετατροπή της θερμότητας σε μηχανική ενέργεια.
[Απ: 33,3%]

52 Θερμική μηχανή παράγει σε κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανικό έργο 200 J. Η απόδοση της μηχανής είναι 25%. Υπολογίστε το ποσό θερμότητας που απορροφά, καθώς και το ποσό θερμότητας που αποβάλλει η μηχανή σε κάθε κύκλο της.
[Απ: 800 J, 600 J]

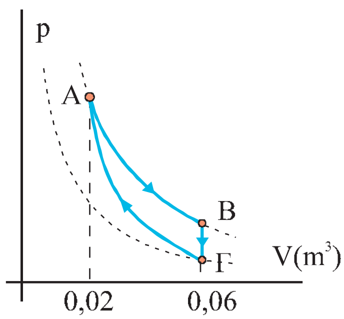
53 Οι βενζινομηχανές στα αυτοκίνητα χρησιμοποιούν τη θερμότητα που παράγεται από την καύση της βενζίνης. Μέρος της θερμότητας αυτής τη μετατρέπουν σε μηχανικό έργο και την υπόλοιπη την αποβάλλουν στην ατμόσφαιρα. Η απόδοση μιας τέτοιας μηχανής είναι περίπου 20%. Η θερμοκρασία που επιτυγχάνεται με την καύση της βενζίνης είναι περίπου 2100 °C. Αν η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας είναι 23 °C, υπολογίστε τη θεωρητικά μέγιστη απόδοση που μπορεί να έχει μία τέτοια μηχανή. (Θα θεωρήσετε ότι τα καυσαέρια αποβάλλονται στη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας).
[Απ: 87%]

54 Μια μηχανή Carnot υποβάλλει σε κυκλική μεταβολή 5 mol ιδανικού αερίου. Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι 500 K και της ψυχρής 300 K. Κατά την ισόθερμη εκτόνωσή του ο όγκος του αερίου από $V_A = 3\times10^{-2}\ m^3$ γίνεται $V_B = 6\times10^{-2} m^3$. Υπολογίστε:

α) Το συντελεστή απόδοσης της μηχανής.
β) Το έργο που παράγει η μηχανή σε κάθε κύκλο.
Δίνονται $R = 8{,}314\ J / (mol\ K)$, $\ln 2 = 0{,}693$.
[Απ: 0,4, 5762 J]

Εντροπία

55 Ποσότητα αερίου καταλαμβάνει όγκο 4 L, με πίεση 2 atm, και θερμοκρασία 400 K. Το αέριο ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η πίεσή του να γίνει 0,8 atm και στη συνέχεια θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι ο όγκος του να γίνει 10 L.
α) Να αποδώσετε τις μεταβολές αυτές σε διάγραμμα p-V.
β) Να υπολογίσετε την τελική θερμοκρασία του αερίου.
γ) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της εντροπίας του.
Δίνονται $1\ L = 10^{-3}\ m^3$ και $1\ atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$, $\ln 2{,}5 = 0{,}9163$.
[Απ: 400 K, $\Delta S = 1{,}86\ J / K$]



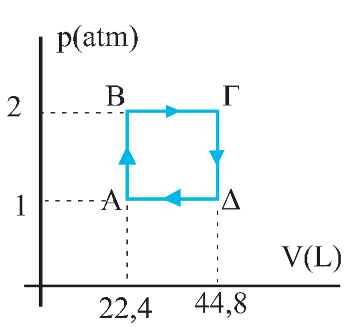
Σχ. 4.43

56 Ποσότητα αερίου n = 0,2 mol υφίσταται την κυκλική μεταβολή του σχήματος 4.43, όπου ΑΒ ισόθερμη εκτόνωση, ΒΓ ισόχωρη ψύξη, ΓΑ αδιαβατική συμπίεση. Να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπίας του αερίου στις επιμέρους μεταβολές ΑΒ, ΒΓ και ΓΑ.
Δίνεται $R = 8{,}314\ J / (mol\ K)$, $\ln 3 = 1{,}0986$.
[Απ: $\Delta S_{AB} = 1{,}83\ J / K$, $\Delta S_{B\Gamma} = -1{,}83\ J / K$, $\Delta S_{\Gamma A} = 0$]

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

57 Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε κύλινδρο και καταλαμβάνει όγκο V. Το αέριο εκτονώνεται μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Η εκτόνωση του αερίου μπορεί να γίνει με ισόθερμη ή με αδιαβατική ή με ισοβαρή μεταβολή.
α) Να παραστήσετε γραφικά σε διάγραμμα p-V τις τρεις μεταβολές που μπορούν να οδηγήσουν το αέριο από την αρχική του κατάσταση στην τελική.
β) Σε ποια από τις τρεις μεταβολές: i) Το αέριο παράγει περισσότερο έργο; ii) Το αέριο απορροφά το μικρότερο ποσό θερμότητας;

58 Το σχήμα 4.44 δείχνει τη γραφική παράσταση της σχέσης p = f(V), όπου p, V η πίεση και ο όγκος ενός mol ιδανικού αερίου. Να γίνει για την ίδια κυκλική μεταβολή η γραφική παράσταση των σχέσεων p = f(T) και V = f(T), όπου T η απόλυτη θερμοκρασία, και να υπολογιστεί το έργο που παράγεται από το αέριο κατά την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔ.
Δίνονται $1\ atm = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$, $1\ L = 10^{-3}\ m^3$.
[Απ: 2269 J]



Σχ. 4.44

59 Κυλινδρικό δοχείο έχει τον άξονά του κατακόρυφο και κλείνεται, στο επάνω μέρος του, με έμβολο βάρους w και εμβαδού A, έτσι ώστε το αέριο που περιέχει να έχει όγκο V. Το αέριο θερμαίνεται έτσι ώστε η θερμοκρασία του, από θ, να γίνει θ΄. Να υπολογιστεί το έργο που πα-

ράγεται από το αέριο. Η θέρμανση γίνεται σε χώρο όπου η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_{ατ}$.

[Απ: $W = V\left(p_{ατ} + \frac{w}{A}\right)\cdot\left(\frac{θ' - θ}{273 + θ}\right)$]

60 Κυλινδρικό δοχείο με αδιαβατικά τοιχώματα έχει τον άξονά του κατακόρυφο και κλείνεται με έμβολο πάνω στο οποίο βρίσκονται διάφορα σταθμά. Στο δοχείο περιέχεται $V_1 = 1\,m^3$ υδρογόνου, σε θερμοκρασία $θ_1$ = 27 °C και πίεση $p_1 = 125\times10^5\ N/m^2$. Αφαιρώντας σταθμά κάνουμε την πίεση ίση με $p_2 = 10^5\ N/m^2$ (ατμοσφαιρική πίεση). Να υπολογιστούν:

α) Ο όγκος και η θερμοκρασία του αερίου στην τελική κατάσταση.

β) Το έργο που παράχθηκε κατά την εκτόνωσή του.

Θεωρήστε κατά προσέγγιση γ = 3/2.

[Απ: α) $25\ m^3$, T = 60 K, β) $W = 2\times10^7$ J]

61 Μια ποσότητα ιδανικού αερίου που αποτελείται από $N = 1{,}5\times10^{24}$ μόρια, βρίσκεται σε θερμοκρασία $θ_A$ = 27 °C. Θερμαίνουμε το αέριο μέχρι η θερμοκρασία του να γίνει $θ_B$ = 127 °C i) με σταθερό όγκο και ii) με σταθερή πίεση. Να υπολογιστούν σε κάθε περίπτωση:

α) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

β) Το έργο που παράγει το αέριο.

γ) Η θερμότητα που προσφέρουμε στο αέριο.

Δίνονται: R = 8,314 J / (mol K), $N_A = 6{,}023\times10^{23}$ μόρια/mol και

$$C_V = \frac{3}{2}R$$

[Απ: i) 3105,8 J, 0, 3105,8 J ii) 3105,8 J, 2070,6 J, 5176,4 J]

62 Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής σε μια μηχανή Carnot είναι $θ_1$ = 127 °C και της ψυχρής $θ_2$ = 27 °C.

α) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

β) Αν η μηχανή αποδίδει ισχύ P = 10 HP να υπολογιστεί το ποσό της θερμότητας που απορροφά από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας σε χρόνο t = 1 h. Δίνεται 1 HP = 745,7 W.

[Απ: 0,25, 29,828 kWh]

63 Ιδανική θερμική μηχανή λειτουργεί με τον αντιστρεπτό κύκλο του σχήματος 4.45.

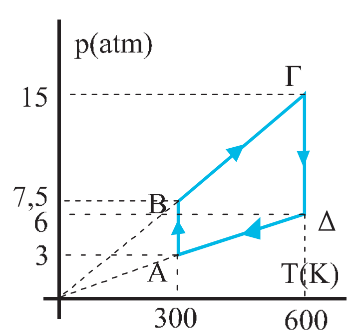
α) Να παρασταθεί γραφικά η κυκλική μεταβολή σε άξονες V-T και p-V.

β) Να υπολογιστεί το έργο που παράγει η μηχανή στη διάρκεια ενός κύκλου.

γ) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

Δίνονται: η ποσότητα του αερίου n = 0,975 mol, C_V = 3R/2, R = 8,314 J / (mol K) = 0,082 L atm / (mol K), ln2,5 = 0,9163.

[Απ: β) 2228,3 J, γ) 0,275]



Σχ. 4.45

64 Ένα ιδανικό αέριο εκτελεί την κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔΑ όπου ΑΒ ισόθερμη εκτόνωση, ΒΓ ισόχωρη ψύξη, ΓΔ ισοβαρή ψύξη, ΔΑ ισόχωρη θέρμανση. Αν είναι $p_A = 6$ atm, $V_A = 22,4$ L, $T_A = 546$ K, $V_B = 3V_A$, $T_\Gamma = 273$ K.

α) Να αποδοθεί γραφικά η παραπάνω μεταβολή σε άξονες p-V, p-T, V-T.

β) Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται από το αέριο κατά τη διάρκεια αυτής της μεταβολής.

Δίνονται ln3 = 1,1   1 L atm = 101 J.

[Απ: 10407 J]

65 Ένα mol ιδανικού αερίου φέρεται από την κατάσταση Α (p_o, V_o) στην κατάσταση Β ($2p_o$, $2V_o$) με δυο τρόπους:

α) Με μια ισόθερμη και μια ισοβαρή μεταβολή.

β) Με μια ισόθερμη και με μια ισόχωρη μεταβολή.

Να υπολογιστούν τα Q και W σε κάθε περίπτωση. Δίνονται τα p_o, V_o, ln2 = 0,6931, $C_V = 3R/2$.

[Απ: α) $6,8p_oV_o$, $2,3p_oV_o$ β) $5,2p_oV_o$, $0,7p_oV_o$]

66 Η κυκλική μεταβολή του ιδανικού αερίου μιας θερμικής μηχανής αποτελείται από: α) μια ισόχωρη θέρμανση μέχρι να τριπλασιαστεί η πίεσή του, β) μια ισοβαρή εκτόνωση μέχρι να τριπλασιαστεί ο όγκος του, γ) μια ισόχωρη ψύξη μέχρι να αποκτήσει την αρχική πίεση και, δ) μια ισοβαρή συμπίεση μέχρι την αρχική του κατάσταση. Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής. Δίνεται γ = 5/3.

[Απ: 2/9]

67 Ένα mol ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε s.t.p θερμαίνεται με σταθερή πίεση μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι να υποδιπλασιαστεί η πίεσή του. Να υπολογιστούν:

α) Το έργο που παράχθηκε.

β) Η θερμότητα που ανταλλάχθηκε με το περιβάλλον.

γ) Η μεταβολή της εντροπίας του αερίου.

Δίνονται: R = 8,314 J / (mol K), ln2 = 0,693, 1 L atm=101,4 J.

[Απ : α) 2271 J β) 2271 J γ) 5,76 J / K]

68 Ένα mol ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε s.t.p. συμπιέζεται αδιαβατικά μέχρι η πίεσή του να γίνει 8 atm και μετά ψύχεται με σταθερό όγκο μέχρι η πίεσή του να γίνει 4 atm. Να υπολογιστούν για κάθε μεταβολή του αερίου και για τη συνολική μεταβολή του:

α) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας, του αερίου.

β) Η μεταβολή της εντροπίας του.

Δίνονται: R = 8,314 J / (mol K) και ln2 = 0,6931. Θεωρήστε ότι για το αέριο γ = 3/2 και $C_V = 16,628$ J / (mol K).

[Απ: α) 4539,5 J, -4539,5 J, 0,   β) 0, -11,52 J / K, -11,52 J / K]

69 Ιδανικό αέριο έχει όγκο $V_A = 0,04$ m^3, πίεση $p_A = 3x10^5$ N / m^2 και θερμοκρασία $T_A = 600$ K. Το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα μέχρι ο όγκος του να γίνει $V_B = 0,16$ m^3, ύστερα ψύχεται με σταθερό όγκο

ώσπου να αποκτήσει την κατάλληλη πίεση από όπου μια αδιαβατική συμπίεση θα το φέρει στην αρχική του κατάσταση. Να υπολογιστούν:

α) Η εσωτερική ενέργεια του αερίου στην αρχική του κατάσταση, καθώς και στο τέλος της ισόθερμης και της ισόχωρης μεταβολής.

β) Το έργο που παράγεται κατά την κυκλική μεταβολή.

γ) Η μεταβολή της εντροπίας στις επιμέρους μεταβολές.

Δίνονται: R = 8,314 J / (mol K), γ = 5/3, ln4 = 1,386 $(0{,}25)^{\gamma} = 0{,}0992$.

[Απ: 18000 J, 18000 J, 7200 J, 5832 J, 27,72 J / K, 0, -27,72 J / K]

70 Κυλινδρικό δοχείο, με αδιαβατικά τοιχώματα, έχει τον άξονά του κατακόρυφο, και κλείνεται στο επάνω μέρος του με αδιαβατικό έμβολο εμβαδού $A = 10\ cm^2$ και μάζας m = 10 kg. Ο κύλινδρος περιέχει ιδανικό αέριο και βρίσκεται σε χώρο όπου η εξωτερική πίεση είναι $p_{at} = 1{,}013 \times 10^5\ N/m^2$. Μέσω μιας αντίστασης R που βρίσκεται μέσα στο δοχείο το αέριο θερμαίνεται αργά. Αν το ποσό θερμότητας που προσφέρεται μέσω της αντίστασης είναι Q = 50 J να υπολογιστεί:

α) Η μετατόπιση του εμβόλου.

β) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου.

Δίνονται: $g = 10\ m/s^2$, $C_V = 3R/2$.

[Απ: 0,1 m, 30 J]

71 Η κυκλική μεταβολή του ιδανικού αερίου μιας θερμικής μηχανής αποτελείται από μια ισόχωρη ψύξη ΑΒ, μια ισοβαρή ψύξη ΒΓ και τέλος τη μεταβολή ΓΑ, κατά τη διάρκεια της οποίας η πίεση και ο όγκος συνδέονται με τη σχέση p = 600 + 400V (SI). Όλες οι μεταβολές θεωρούνται αντιστρεπτές. Αν στις καταστάσεις Α και Γ το αέριο έχει όγκο $V_A = 2\ m^3$ και $V_\Gamma = 1\ m^3$, αντίστοιχα,

α) Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται σε έναν κύκλο.

β) Να υπολογιστεί ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής.

γ) Να καθοριστεί αν αυξάνεται η ελαττώνεται η εντροπία του αερίου για κάθε μια από τις επιμέρους μεταβολές.

Δίνεται: $C_V = \frac{3}{2}R$

[Απ: 200 J, 0,051]

72 Ποσότητα n = 2/R mol ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε κυκλική μεταβολή ΑΒΓ. Κατά τη διάρκεια της μεταβολής ΑΒ η πίεση και ο όγκος του αερίου συνδέονται με τη σχέση $p = -\frac{2}{3} \times 10^8 V + 6 \times 10^5$ (SI). Η μεταβολή ΒΓ είναι ισοβαρής, και η ΓΑ είναι ισόχωρη. Ο όγκος του αερίου στις καταστάσεις Α και Β είναι $V_A = 6 \times 10^{-3}\ m^3$ και $V_B = 3 \times 10^{-3}\ m^3$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α) το έργο που παράγει το αέριο κατά την κυκλική μεταβολή.

β) τη θερμότητα που απορροφά ή αποβάλλει το αέριο στη διάρκεια καθεμιάς από τις επιμέρους μεταβολές.

γ) τη μεταβολή της εντροπίας του αερίου στις μεταβολές ΑΒ και ΓΑ.

Δίνονται: $C_V = 3R/2$, $\Delta S_{B\Gamma} = 3{,}5$ J / K και ln2 = 0,7.

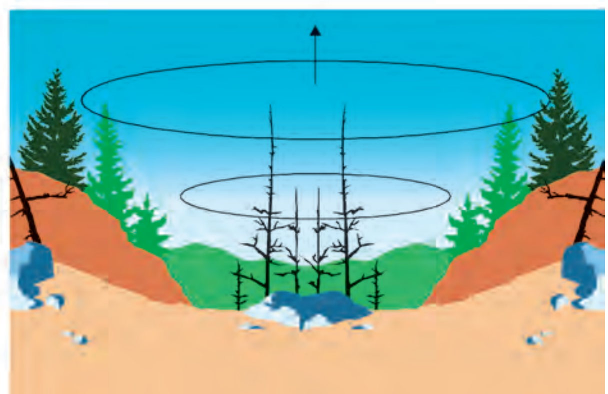
[Απ: 300 J, -900 J, 3000 J, -1800 J, -1,4 J / K, -2,1 J / K]

ΕΝΘΕΤΟ

ΑΔΙΑΒΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ ΤΟΥ ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΟΥ ΑΕΡΑ

Στις αδιαβατικές μεταβολές δε γίνεται ανταλλαγή θερμότητας ανάμεσα στο σύστημα και το περιβάλλον. Πρακτικά, για να θεωρηθεί αδιαβατική η μεταβολή κάποιου αερίου που περιέχεται σε δοχείο θα πρέπει ή το δοχείο να είναι μονωμένο ή η μεταβολή να πραγματοποιείται ταχύτατα ώστε το αέριο να μην προλάβει να ανταλλάξει θερμότητα με το περιβάλλον.

Αδιαβατικές μεταβολές συμβαίνουν και στον ατμοσφαιρικό αέρα, δημιουργώντας αυξομειώσεις στη θερμοκρασία του. Πρόκειται για ένα από τα φαινόμενα που λαμβάνουν υπόψη τους οι μετεωρολόγοι όταν μελετούν τις μεταβολές στην ατμόσφαιρα.



Σχ. 4.46 Ποσότητα θερμού αέρα ανεβαίνοντας υφίσταται αδιαβατική εκτόνωση.

Ας θεωρήσουμε την ποσότητα θερμού αέρα έκτασης πολλών τετραγωνικών χιλιομέτρων που βρίσκεται πάνω από μια κοιλάδα (σχ. 4.46). Η ποσότητα αυτή δεν περικλείεται από αδιαβατικά τοιχώματα αλλά, λόγω του μεγάλου όγκου της, παρά το γεγονός ότι τα περιφερειακά στρώματα αναμιγνύονται με αέρα διαφορετικής θερμοκρασίας και πίεσης, το σύνολο της ποσότητας παραμένει ανεπηρέαστο από το περιβάλλον. Η συνολική ποσότητα, δηλαδή, συμπεριφέρεται σα να περικλείεται από σάκο με αδιαβατικά τοιχώματα.

Έστω ότι ο αέρας αυτός αρχίζει να ανεβαίνει. Αυτό μπορεί να συμβεί αν βρεθεί σε ψηλότερη θερμοκρασία από τα υπερκείμενα στρώματα οπότε η πυκνότητά του θα είναι μικρότερη από αυτή των υπερκείμενων στρωμάτων.

Η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα ελαττώνεται με το ύψος από την επιφάνεια της Γης. Αυτό σημαίνει ότι ο όγκος της ποσότητας στην οποία αναφερόμαστε αυξάνεται και επειδή δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, η εκτόνωση μπορεί να θεωρηθεί αδιαβατική. Σε μια αδιαβατική εκτόνωση η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται.

Έχει διαπιστωθεί ότι όταν τέτοιες μάζες αέρα ανεβαίνουν κατά 1 km η θερμοκρασία τους ελαττώνεται κατά 10 °C. Άρα, αν μια θερμή μάζα αέρα του θεσσαλικού κάμπου, θερμοκρασίας 30° C, ανέβει κατά 3 km, όσο είναι περίπου το ύψος του παρακείμενου Ολύμπου, στην κορυφή του θα έχει θερμοκρασία 0 °C. Έτσι εξηγείται γιατί στα βουνά η θερμοκρασία είναι χαμηλή σε αντίθεση με τη θερμοκρασία στις πεδιάδες.

Εικ. 4.15 Οι κορυφές του Ολύμπου μένουν χιονισμένες συνήθως σ' όλη τη διάρκεια του χρόνου.

5 ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

5-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

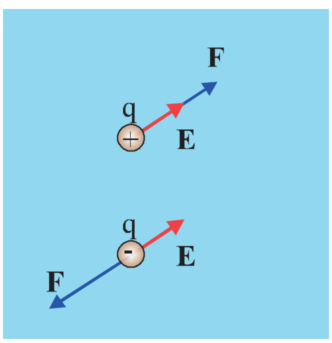
Το «πεδίο» μπήκε στο λεξιλόγιο των φυσικών στις αρχές του περασμένου αιώνα από τον Michael Faraday (Φαραντέι), που προσπαθούσε να εξηγήσει πώς αλληλεπιδρούν σώματα που δεν βρίσκονται σε επαφή.

Πεδίο (δυνάμεων) είναι η περιοχή του χώρου μέσα στην οποία το κατάλληλο υπόθεμα δέχεται δύναμη.

Πεδίο μπορεί να δημιουργήσει μια μάζα (βαρυτικό πεδίο), ένα ακίνητο ηλεκτρικό φορτίο (ηλεκτροστατικό πεδίο) ή ένα φορτίο που κινείται (μαγνητικό πεδίο).

Σε όλες τις περιπτώσεις μάς ενδιαφέρει να γνωρίζουμε τι δύναμη θα δέχεται το υπόθεμα όταν το φέρουμε σε συγκεκριμένο σημείο του πεδίου. Η ανάγκη αυτή οδήγησε στην εισαγωγή του διανυσματικού μεγέθους **ένταση** που την ορίσαμε ως τη δύναμη ανά μονάδα υποθέματος.

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιορισθούμε στη μελέτη του ηλεκτροστατικού και του βαρυτικού πεδίου. Το μαγνητικό πεδίο θα το δούμε ξεχωριστά, στο επόμενο κεφάλαιο.



Σχ. 5.1 Εάν σ' ένα σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το ηλεκτροστατικό πεδίο βρεθεί ένα φορτίο q θα δεχθεί δύναμη. Εάν το q είναι θετικό η δύναμη θα είναι ομόρροπη της έντασης, ενώ αν το q είναι αρνητικό αντίρροπη.

Το κοινό ανάμεσα στο ηλεκτροστατικό και το βαρυτικό πεδίο είναι ότι η δύναμη που δέχεται το υπόθεμα έχει την ίδια διεύθυνση με την ένταση και ότι το έργο της δύναμης του πεδίου δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, είναι δηλαδή **διατηρητικά** πεδία.

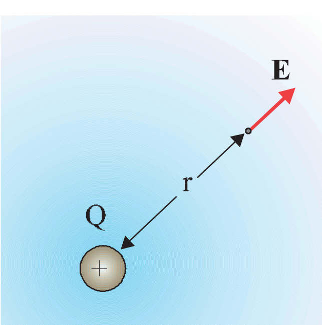
Αρχικά θα ασχοληθούμε με το νόμο του Gauss, που περιγράφει τη σχέση μεταξύ του φορτίου και του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί, στη συνέχεια με το δυναμικό, μέγεθος που περιγράφει με διαφορετικό (συμπληρωματικό) τρόπο, το ηλεκτρικό πεδίο και, τέλος, με το πεδίο βαρύτητας.

5-2 ΕΝΤΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Υπενθυμίζουμε ότι **ένταση** σ' ένα σημείο Α ενός ηλεκτροστατικού πεδίου είναι το σταθερό πηλίκο της δύναμης που ασκείται από το πεδίο σ' ένα φορτίο q (υπόθεμα), που θα βρεθεί στο σημείο Α, προς το φορτίο αυτό.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

Η ένταση είναι διανυσματικό μέγεθος που έχει την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται σε ένα θετικό φορτίο.



Σχ. 5.2 Ένα ακίνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q δημιουργεί γύρω του στο χώρο ηλεκτροστατικό πεδίο.

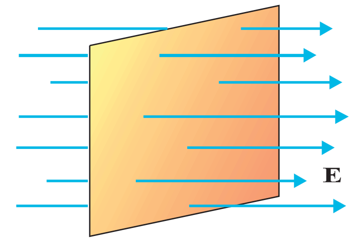
Εάν το πεδίο δημιουργείται από σημειακό φορτίο Q και η απόσταση του σημείου Α από το Q είναι r η δύναμη που θα δεχθεί το φορτίο q σύμφωνα με το νόμο του Coulomb θα έχει μέτρο $F = K_c \frac{|Qq|}{r^2}$. Από τον ορισμό της έντασης προκύπτει για την ένταση πεδίου σημειακού φορτίου Q ότι

$$\boxed{E = K_c \frac{|Q|}{r^2}}$$

Η σχέση ανάμεσα στην ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και στις πηγές του (φορτία) μπορεί να εκφραστεί με ένα αξιοσημείωτα απλό τρόπο. Για να γίνει αυτό χρειάζεται πρώτα να ορίσουμε ένα νέο μέγεθος, που ονομάζεται ηλεκτρική ροή.

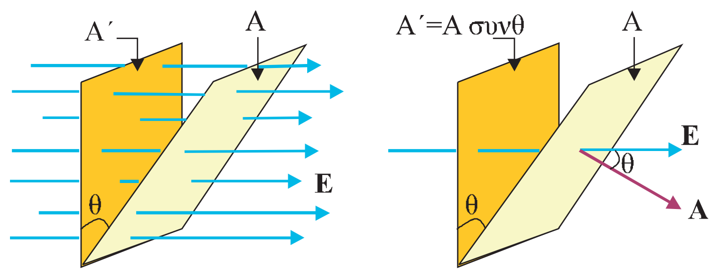
5-3 ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΡΟΗ

Έστω ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και μια επιφάνεια εμβαδού A, κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου (σχ. 5.3). Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου σχεδιάζονται έτσι ώστε ο αριθμός τους που διαπερνά κάθετα τη μοναδιαία επιφάνεια να είναι ανάλογος με το μέτρο της έντασης του πεδίου. Ο συνολικός αριθμός των γραμμών που διαπερνούν την επιφάνεια A είναι ανάλογος με το γινόμενο EA. Το γινόμενο αυτό το ονομάζουμε **ηλεκτρική ροή** που διέρχεται από την επιφάνεια A και το συμβολίζουμε με Φ_E.



Σχ. 5.3 Η επιφάνεια είναι τοποθετημένη κάθετα στις δυναμικές γραμμές, ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Αν η επιφάνεια A δεν είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές (σχ. 5.4), ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την επιφάνεια A είναι ίσος με τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την προβολή της επιφάνειας σε ένα επίπεδο κάθετο στις δυναμικές γραμμές.



Σχ. 5.4 Από τις επιφάνειες *A* και *A΄* περνάει η ίδια ηλεκτρική ροή αφού από τις δύο επιφάνειες διέρχεται ο ίδιος αριθμός δυναμικών γραμμών.

Από το σχήμα 5.4 βλέπουμε ότι $A' = A\,\sigma\upsilon\nu\theta$. Εφόσον ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που διέρχονται από την A είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που διέρχονται από την A΄, η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια A είναι ίση με τη ροή που διέρχεται από την επιφάνεια A΄. Επειδή $A' = A\,\sigma\upsilon\nu\theta$ και $EA' = EA\,\sigma\upsilon\nu\theta$ η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια A είναι

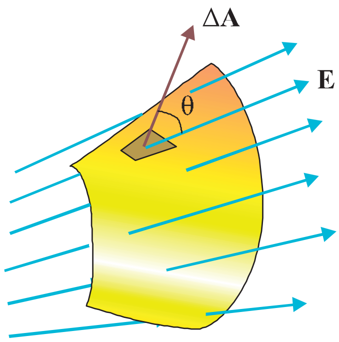
$$\Phi_E = EA\,\sigma\upsilon\nu\theta$$

Η γωνία θ είναι η γωνία που σχηματίζει ένα διάνυσμα κάθετο στην επιφάνεια A, ας το συμβολίσουμε με **A**, με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών (σχ. 5.4). Πήραμε ένα κάθετο διάνυσμα και όχι απλά την κάθετη στην επιφάνεια επειδή μια επιφάνεια έχει δύο όψεις και, αντίστοιχα, η ηλεκτρική ροή μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Επομένως

Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια, εμβαδού A, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E, είναι ίση με

$$\boxed{\Phi_E = EA\,\sigma\upsilon\nu\theta} \tag{5.1}$$

όπου θ η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα A με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών.
Η ηλεκτρική ροή στο SI μετριέται σε N m²/C.

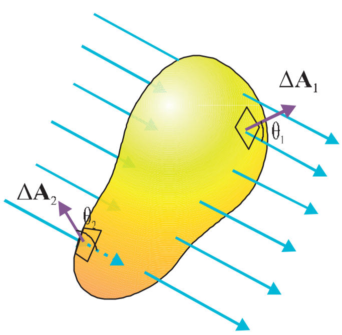


Σχ. 5.5 Για να βρούμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια επιφάνεια τυχαίου σχήματος χωρίζουμε την επιφάνεια σε μικρά τμήματα.

Στη γενικότερη περίπτωση όπου η επιφάνεια Α δεν είναι επίπεδη και βρίσκεται μέσα σε ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο, επειδή ούτε οι γραμμές του πεδίου τέμνουν παντού την επιφάνεια με την ίδια γωνία, ούτε η ένταση έχει παντού την ίδια τιμή, για να βρούμε την ηλεκτρική ροή πρέπει να χωρίσουμε την επιφάνεια σε μικρά τμήματα ΔΑ, τόσο μικρά ώστε καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί επίπεδη επιφάνεια και σε καθένα από αυτά η ένταση του πεδίου να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Η ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_E$ που διέρχεται από μια στοιχειώδη επιφάνεια ΔΑ είναι $\Delta\Phi_E = E\,\Delta A$ συνθ και η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από ολόκληρη την επιφάνεια Α προκύπτει από το άθροισμα αυτών των όρων

$$\Phi_E = \sum E_i \Delta A_i \,\text{συν}\theta_i$$

όπου E_i, θ_i οι τιμές των Ε και θ για κάθε ΔA_i.

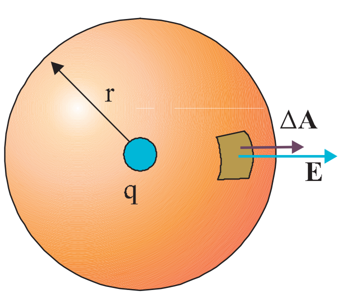


Σχ. 5.6 Κλειστή επιφάνεια μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Τα κάθετα διανύσματα **ΔΑ** εξ ορισμού κατευθύνονται προς τα έξω.

Συνήθως μας ενδιαφέρει η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια. Θεωρήστε ένα ηλεκτρικό πεδίο και μέσα σ' αυτό μια κλειστή επιφάνεια σαν μπαλόνι (σχ. 5.6) ή με οποιοδήποτε άλλο σχήμα. Για να υπολογίσουμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από αυτή την κλειστή επιφάνεια, ακολουθούμε τη διαδικασία που περιγράψαμε πιο πάνω. Χωρίζουμε την επιφάνεια σε πολύ μικρά τμήματα ΔΑ, υπολογίζουμε την ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_E$ που διέρχεται από κάθε ένα από αυτά και, τέλος, αθροίζουμε όλους τους όρους. **Το κάθετο διάνυσμα σε κάθε μικρό στοιχείο επιφάνειας ΔΑ, λαμβάνεται με φορά προς τα έξω**. Αν σε ένα στοιχείο επιφάνειας όπως το ΔA_1 οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται προς τα έξω, η γωνία θ_1 είναι μικρότερη των 90°, το συνημίτονο της γωνίας είναι θετικό και επομένως και η ηλεκτρική ροή $\Delta\Phi_1$ που διέρχεται από το τμήμα αυτό της επιφάνειας είναι θετική. Σε άλλα τμήματα επιφάνειας, όπως το ΔA_2 όπου οι δυναμικές γραμμές κατευθύνονται προς τα μέσα, $\theta_2 > 90°$, και επομένως $\Delta\Phi_2 < 0$.

Αν από την επιφάνεια εξέρχονται περισσότερες γραμμές από όσες εισέρχονται, η ολική ροή είναι θετική ενώ αν εισέρχονται περισσότερες από όσες εξέρχονται, αρνητική. Στο σχήμα 5.6 ο αριθμός των γραμμών που εισέρχονται είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών που εξέρχονται, επομένως η ολική ροή είναι μηδέν.

5-4 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS (Γκάους)



Σχ. 5.7 Το σημειακό φορτίο q βρίσκεται στο κέντρο σφαίρας ακτίνας r.

Ο νόμος αυτός συνδέει την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια με το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.

Έστω ένα σημειακό θετικό φορτίο q. Ας φανταστούμε μια σφαίρα ακτίνας r, όπως στο σχήμα 5.7, που έχει κέντρο το σημείο στο οποίο βρίσκεται το φορτίο. Θα υπολογίσουμε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τη σφαίρα. Γνωρίζουμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της σφαίρας έχει μέτρο

$$\boxed{E = K_c \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}} \qquad (5.2)$$

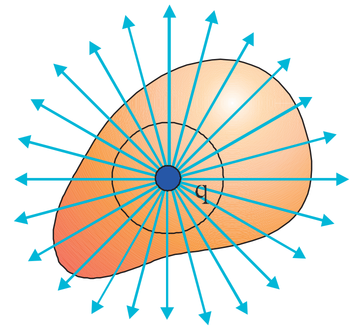
διεύθυνση ακτινική και φορά προς τα έξω.

Χωρίζουμε την επιφάνεια της σφαίρας σε στοιχειώδη τμήματα ΔΑ, τόσο μικρά ώστε το καθένα από αυτά να μπορεί να θεωρηθεί επίπεδο. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργεί το q τέμνουν κάθετα κάθε στοιχειώδη επιφάνεια ΔΑ και το κάθετο διάνυσμα **ΔΑ** σε κάθε τέτοια επιφάνεια είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές. Η ολική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια της σφαίρας είναι

$$\Phi_E = \sum E_i \Delta A_i \sigma\upsilon\nu\theta_i = \sum E\Delta A = E\sum \Delta A \qquad (5.3)$$

Ο όρος $\sum \Delta A$ δίνει το εμβαδόν της σφαιρικής επιφάνειας που είναι ίσο με $4\pi r^2$. Από τις σχέσεις (5.3) και (5.2) παίρνουμε

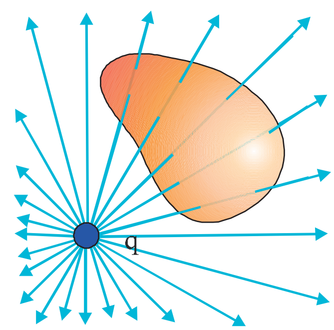
$$\Phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_o}$$



Σχ. 5.8 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τις δύο επιφάνειες είναι ίδια.

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ηλεκτρική ροή (Φ_E) είναι ανεξάρτητη της ακτίνας r της σφαίρας που επιλέξαμε. Αυτό είναι λογικό γιατί, το πλήθος των δυναμικών γραμμών που περνά από οποιαδήποτε σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το φορτίο είναι ίδιο ανεξάρτητα από την ακτίνα της. Στην πραγματικότητα η επιφάνεια δεν χρειάζεται να είναι σφαιρική. Από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια, που περικλείει το φορτίο q, (σχ. 5.8) θα περνάει ίδιος αριθμός δυναμικών γραμμών. Επομένως, η ηλεκτρική ροή για κάθε κλειστή επιφάνεια που περικλείει το φορτίο q είναι ίση με αυτή που βρήκαμε για τη σφαίρα, δηλαδή

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_o}$$



Σχ. 5.9 Το φορτίο q βρίσκεται έξω από την επιφάνεια. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου που δημιουργεί και εισέρχονται σ' αυτή εξέρχονται από κάποιο άλλο σημείο απ' αυτή. Η συνολική ηλεκτρική ροή που περνάει από την επιφάνεια είναι ίση με μηδέν.

Το συμπέρασμα στο οποίο καταλήξαμε γενικεύεται και στην περίπτωση που έχουμε πολλά σημειακά φορτία, ή φορτισμένα σώματα. Με την αρχή της επαλληλίας αποδεικνύεται ότι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι ίση με $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}/\varepsilon_o$ όπου $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}$ το φορτίο που περικλείεται από την κλειστή επιφάνεια. Η παραπάνω πρόταση αποτελεί το νόμο του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο. Σύμφωνα με αυτόν

η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια ισούται με το πηλίκο του ολικού φορτίου που περικλείει η επιφάνεια, προς τη σταθερά ε_o.

$$\boxed{\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}} \qquad (5.4)$$

Την κλειστή επιφάνεια που επιλέγουμε για να εφαρμόσουμε το νόμο του Gauss θα την ονομάζουμε **επιφάνεια Gauss**.

Κατά την εφαρμογή του νόμου του Gauss πρέπει να είμαστε προσεκτικοί. Ενώ το φορτίο $Q_{\varepsilon\gamma\kappa}$ στη σχέση (5.4) είναι το φορτίο που βρίσκεται μέσα στην επιφάνεια Gauss, το E είναι το ολικό ηλεκτρικό πεδίο που οφείλεται τόσο σε φορτία που βρίσκονται μέσα στην επιφάνεια όσο και σε φορτία που βρίσκονται έξω από αυτήν.

Εικ. 5.1 Karl Friedrich Gauss (1777-1855). Γερμανός, ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς όλων των αιώνων.

Ο νόμος του Gauss είναι θεμελιώδους σημασίας στην ηλεκτροστατική. Η σημασία του είναι ανάλογη με αυτήν του νόμου του Coulomb. Στην πραγματικότητα ο νόμος του Gauss και ο νόμος του Coulomb δεν είναι δυο ανεξάρτητοι φυσικοί νόμοι, αλλά ο ίδιος νόμος που εκφράζεται με δύο διαφορετικούς τρόπους.

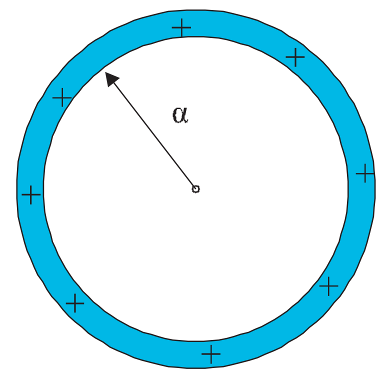
Στη συνέχεια θα δούμε ότι ο νόμος του Gauss δίνει εύκολα την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε περιπτώσεις όπου έχουμε συμμετρική κατανομή φορτίου.

Εφαρμογές του νόμου του Gauss

Όπως είπαμε, με το νόμο του Gauss μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε περιπτώσεις που το ηλεκτρικό φορτίο κατανέμεται συμμετρικά. Στις περιπτώσεις αυτές **επιλέγουμε μια επιφάνεια (επιφάνεια Gauss) που έχει την ίδια συμμετρία με εκείνη της κατανομής του φορτίου**.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.1

Ένα σφαιρικό κέλυφος που θεωρούμε ότι έχει αμελητέο πάχος (σχ. 5.10) έχει ακτίνα α και φέρει φορτίο Q, ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εξωτερικό και στο εσωτερικό του σφαιρικού κελύφους.



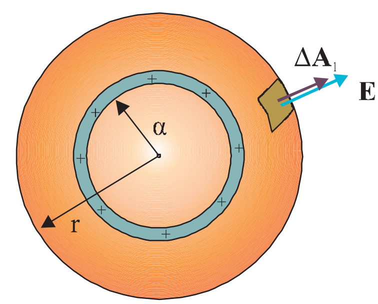
Σχ. 5.10 Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στο σφαιρικό κέλυφος.

Απάντηση:

Επειδή το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια του κελύφους, το πεδίο που δημιουργεί το κέλυφος έχει ακτινική διεύθυνση και η ένταση έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το κέντρο του κελύφους. Για τους λόγους αυτούς επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss μια σφαιρική επιφάνεια, ομόκεντρη με το κέλυφος.

Α) Η επιφάνεια Gauss έχει ακτίνα r μεγαλύτερη ή ίση της ακτίνας του κελύφους, $r \geq \alpha$.

Χωρίζουμε την επιφάνεια σε πολύ μικρά τμήματα. Έστω ένα από αυτά, εμβαδού ΔΑ. Η κάθετη **ΔΑ** στην επιφάνεια ΔΑ και η ένταση του πεδίου σ' αυτή την περιοχή, έχουν την ίδια κατεύθυνση (σχ. 5.11), επομένως η ροή που διέρχεται από την επιφάνεια ΔΑ είναι



Σχ. 5.11 Η επιφάνεια Gauss είναι σφαίρα ομόκεντρη με το κέλυφος με ακτίνα μεγαλύτερη ή ίση της ακτίνας του κελύφους.

$$\Delta\Phi_E = E\,\Delta A\,\text{συν}\,0 = E\,\Delta A$$

Το ίδιο ισχύει και για κάθε άλλο τμήμα ΔΑ της επιφάνειας Gauss. Άρα η συνολική ροή είναι

$$\Phi_E = \sum E\,\Delta A = E\sum \Delta A = E\,4\pi r^2 \qquad (5.5)$$

Όμως από το νόμο του Gauss έχουμε

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} = \frac{Q}{\varepsilon_o} \qquad (5.6)$$

Από (5.5) και (5.6) έχουμε

$$E\,4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_o} \quad \text{επομένως} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{r^2}$$

Αυτή όμως είναι η σχέση που δίνει την ένταση του πεδίου που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο Q, σε απόσταση r. Επομένως **ο σφαιρικός φλοιός συμπεριφέρεται, στον εξωτερικό του χώρο, σαν να ήταν ένα σημειακό φορτίο συγκεντρωμένο στο κέντρο του.**

Ας δούμε όμως τι συμβαίνει στο εσωτερικό

Β) Επιλέγουμε και πάλι μια σφαιρική επιφάνεια Gauss ομόκεντρη με το κέλυφος που τώρα έχει ακτίνα $r < α$. Αν, όπως και πριν, φανταστούμε την επιφάνεια χωρισμένη σε στοιχειώδη τμήματα, θα καταλήξουμε πάλι στη σχέση

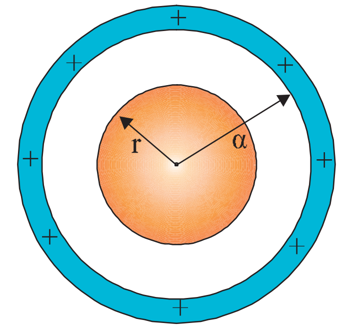
$$\Phi_E = \sum E\,\Delta A = E\sum \Delta A = E\,4\pi r^2 \qquad (5.7)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Gauss

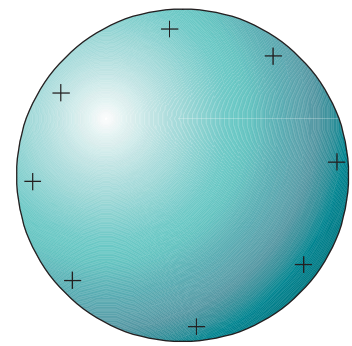
$$\Phi_E = \frac{Q_{εγκ}}{\varepsilon_o} \quad \text{όμως } Q_{εγκ} = 0 \text{ επομένως } \Phi_E = 0 \qquad (5.8)$$

Από (5.7) και (5.8) προκύπτει $E = 0$

Δηλαδή στο εσωτερικό του κελύφους δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.



Σχ. 5.12 Η επιφάνεια Gauss είναι σφαίρα ομόκεντρη με το κέλυφος και με μικρότερη ακτίνα.



Σχ. 5.13 Όλο το φορτίο του σφαιρικού αγωγού βρίσκεται στην επιφάνειά του. Εξωτερικά ο αγωγός συμπεριφέρεται σαν όλο του το φορτίο να είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο του (σαν σημειακό φορτίο). Στο εσωτερικό του αγωγού το πεδίο είναι μηδέν.

Παρατήρηση

Σε κάθε σώμα υπάρχει και θετικό και αρνητικό φορτίο. Στα ηλεκτρικά ουδέτερα σώματα, το ποσό του θετικού φορτίου είναι ίσο με το ποσό του αρνητικού φορτίου. Αν ένα σώμα είναι φορτισμένο πλεονάζει το θετικό ή το αρνητικό φορτίο. **Σε ένα φορτισμένο αγωγό** οι απωστικές δυνάμεις μεταξύ των φορτίων που πλεονάζουν είναι ισχυρότερες από τις ελκτικές δυνάμεις που δέχονται από τα φορτία που έχουν αντίθετο πρόσημο. Έτσι **τα φορτία** που πλεονάζουν τείνουν να απομακρυνθούν μεταξύ τους και **συγκεντρώνονται στην επιφάνεια του αγωγού**.[1] Αν ο αγωγός είναι σφαιρικός το πλεονάζον φορτίο κατανέμεται ομοιόμορφα στην επιφάνεια του αγωγού. Επομένως **το πεδίο που δημιουργεί ένας στατικά φορτισμένος σφαιρικός αγωγός είναι όμοιο με το πεδίο ενός φορτισμένου σφαιρικού κελύφους.**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.2

Ένα πολύ μεγάλο (απείρου μήκους) σύρμα είναι ομοιόμορφα φορτισμένο. Αν το φορτίο που φέρει ανά μονάδα μήκους είναι λ (ονομάζεται και «γραμμική πυκνότητα φορτίου»), να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί.

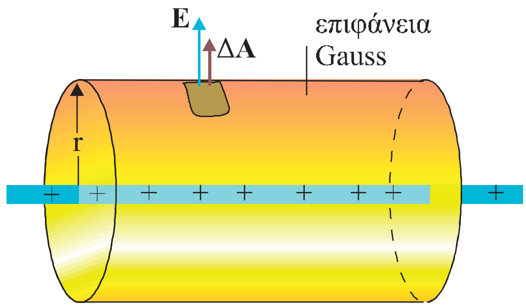
Απάντηση:

Για λόγους συμμετρίας, το πεδίο που δημιουργεί ένα τέτοιο σύρμα είναι ακτινικό και η τιμή της έντασης είναι ίδια σε όλα τα σημεία που απέχουν το ίδιο από το σύρμα. Τα σημεία αυτά αποτελούν μια κυλινδρική επιφάνεια.

Για να εκμεταλλευτούμε τη συμμετρία του πεδίου, επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια κυλίνδρου που έχει άξονα το φορτισμένο σύρμα, μήκος L και βάσεις που έχουν ακτίνα r.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα είναι κάθετη και έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

1 Στην πραγματικότητα τα φορτία που μετακινούνται στον αγωγό είναι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια.



Σχ. 5.14 Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια ομοαξονική με το σύρμα.

Η ροή που διαπερνά τις βάσεις του κυλίνδρου είναι μηδέν, γιατί η ένταση είναι παράλληλη με τις πλευρές αυτές. Αν χωρίσουμε την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου σε στοιχειώδη τμήματα, η κάθετη σε κάθε τέτοιο στοιχειώδες τμήμα είναι παράλληλη με την ένταση του πεδίου. Η ολική ροή που διέρχεται από τον κύλινδρο είναι:

$$\Phi_{E} = \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} + \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}}$$

όμως
$$\Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} = \sum E\,\Delta A = E\sum \Delta A = E\,2\pi r\,L$$

επομένως
$$\Phi_{E} = E\,2\pi r\,L \qquad (5.9)$$

Το ολικό φορτίο που περικλείει η κυλινδρική επιφάνεια είναι L λ. Επομένως ο νόμος του Gauss γράφεται

$$\Phi_{E} = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} = \frac{\lambda L}{\varepsilon_o}$$

Αντικαθιστώντας την ηλεκτρική ροή από την (5.9) έχουμε

$$E\,2\pi r\,L = \frac{\lambda\,L}{\varepsilon_o} \text{ από όπου } E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}, \text{ δηλαδή}$$

η ένταση σε ένα σημείο του πεδίου που δημιουργεί το σύρμα είναι αντίστροφα ανάλογη της απόστασης από αυτό.

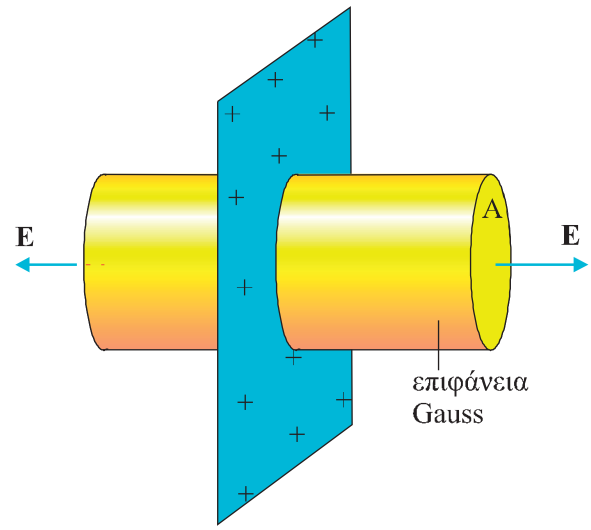
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.3

Έστω ένα επίπεδο φύλλο άπειρων διαστάσεων, που είναι ομοιόμορφα φορτισμένο. Το φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας είναι σ (λέγεται και «επιφανειακή πυκνότητα φορτίου»). Ζητάμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί η φορτισμένη επιφάνεια.

Απάντηση:

Η ένταση του πεδίου, για λόγους συμμετρίας, έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο του φορτισμένου φύλλου και το ίδιο μέτρο σε δύο σημεία που απέχουν εξίσου από το φορτισμένο φύλλο και βρίσκονται σε αντίθετες πλευρές.

Επιλέγουμε ως επιφάνεια Gauss την επιφάνεια ενός κυλίνδρου που έχει τον άξονά του κάθετο στο φορτισμένο φύλλο και τις δύο βάσεις του, εμβαδού A, να ισαπέχουν από το φορτισμένο επίπεδο.



Σχ. 5.15 Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss μια κυλινδρική επιφάνεια. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι κάθετος στο φορτισμένο φύλλο και οι βάσεις του ισαπέχουν από αυτό.

Η ροή που διέρχεται από την κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου είναι μηδέν αφού κάθε στοιχειώδες τμήμα της είναι παράλληλο με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι κάθετη στις βάσεις του κυλίνδρου και το μέτρο της είναι ίδιο και στις δύο βάσεις. Η ροή που διέρχεται από κάθε βάση είναι ΕΑ. Η ολική ροή που διέρχεται από τον κύλινδρο είναι

$$\Phi_E = \Phi_{\text{ΚΥΡΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ}} + \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} = \Phi_{\text{ΣΤΙΣ ΒΑΣΕΙΣ}} = 2EA \tag{5.10}$$

Το ολικό φορτίο που περιέχεται στην κυλινδρική επιφάνεια είναι σΑ. Σύμφωνα με τον νόμο του Gauss

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o} \qquad \text{ή} \qquad \Phi_E = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o} \tag{5.11}$$

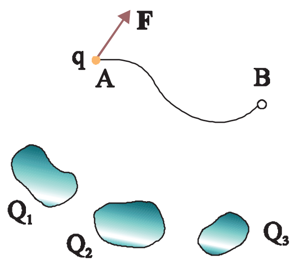
Από (5.11) και (5.10) προκύπτει

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_o} \qquad \text{ή} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_o} \tag{5.12}$$

Από το αποτέλεσμα προκύπτει ότι η τιμή της έντασης είναι ανεξάρτητη της απόστασης από το φορτισμένο φύλλο.

Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί το φορτισμένο φύλλο απείρων διαστάσεων είναι ομογενές σε κάθε περιοχή του χώρου που ορίζεται από αυτό.

5-5 ΔΥΝΑΜΙΚΟ - ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ



Σχ. 5.16 Ο χώρος γύρω από τα φορτισμένα σώματα είναι ηλεκτρικό πεδίο. Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί δύναμη **F** σε ένα φορτίο.

Υποθέστε ότι έχουμε μερικά ακίνητα φορτισμένα σώματα (σχ. 5.16). Τα σώματα αυτά δημιουργούν γύρω τους ηλεκτρικό πεδίο. Αν σε κάποιο σημείο Α του ηλεκτρικού πεδίου τοποθετήσουμε ένα σωματίδιο με φορτίο q, το πεδίο θα ασκήσει στο φορτίο δύναμη **F** = **E**q. Αν μετακινήσουμε το φορτίο q από το σημείο Α, σε ένα άλλο σημείο Β, του ηλεκτρικού πεδίου, σε όλη τη διάρκεια της διαδρομής το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί στο φορτίο q δύναμη. Η δύναμη αυτή, κατά τη μετακίνηση του φορτίου, παράγει ή καταναλώνει έργο.

Αποδεικνύεται ότι το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση του φορτίου q, από το σημείο Α στο σημείο Β του ηλεκτρικού πεδίου, είναι το ίδιο, όποια διαδρομή και αν επιλέξουμε (τέτοια πεδία ονομάζονται **διατηρητικά**). Αν μάλιστα το έργο αυτό διαιρεθεί με το φορτίο που μετακινείται, τότε το πηλίκο W/q, που εκφράζει το έργο ανά μονάδα φορτίου, είναι ανεξάρτητο όχι μόνο από τη διαδρομή αλλά και από το φορτίο που μετακινείται κάθε φορά.

Την ιδιότητα αυτή του ηλεκτρικού πεδίου την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε ένα νέο μέγεθος, **το δυναμικό**. Συγκεκριμένα:

Ονομάζουμε δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του Α το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης που ασκεί το πεδίο σε φορτίο q, κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Α στο άπειρο, προς το φορτίο που μετακινείται.

$$\boxed{V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}} \qquad (5.13)$$

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος. Η μονάδα του στο σύστημα SI είναι το 1 Volt (V), που ισοδυναμεί με 1 J/C.

Τη διαφορά των δυναμικών μεταξύ δύο σημείων Α και Β την ονομάζουμε διαφορά δυναμικού ή τάση των σημείων Α και Β.

Η διαφορά δυναμικού, V_A-V_B ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου q από το σημείο Α στο σημείο Β προς το φορτίο q.

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q}} \qquad (5.14)$$

Το έργο της δύναμης του πεδίου όταν μετατοπίζεται φορτίο q ανάμεσα σε δύο σημεία που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού, είναι

$$W_{A\to B} = (V_A - V_B)q$$

Αν το φορτίο που μετακινείται είναι το στοιχειώδες φορτίο $(e = 1{,}6\times10^{-19}\ C)$ και η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζουν τα σημεία Α και Β είναι 1 V, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι $W = 1\ V\cdot 1{,}6\times10^{-19}\ C = 1{,}6\times10^{-19}\ J$. Το έργο αυτό το ονομάζουμε **ηλεκτρονιοβόλτ** και το συμβολίζουμε με 1 **eV**.

$$\boxed{1\ eV = 1{,}6\times10^{-19}\ J}$$

Η διαφορά δυναμικού εκφράζει το έργο της δύναμης του πεδίου, ανά μονάδα φορτίου, κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Επειδή το δυναμικό σχετίζεται με το έργο, είναι ένα μέγεθος εξαιρετικά χρήσιμο για τη μελέτη ενός προβλήματος από ενεργειακή άποψη.

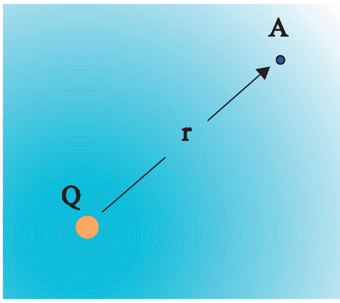
Αν αφήσουμε σε ένα σημείο Α του ηλεκτρικού πεδίου ένα θετικό φορτίο αυτό θα κινηθεί στην κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται από το πεδίο. Το έργο αυτής της δύναμης είναι θετικό και επομένως η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου Α και ενός άλλου σημείου Β στη διαδρομή του φορτίου (V_A-V_B) είναι θετική, δηλαδή το δυναμικό στο σημείο Β είναι μικρότερο από το δυναμικό στο σημείο Α.

Το ηλεκτρικό πεδίο αναγκάζει τα θετικά φορτία που αφήνονται ($\upsilon_o = 0$) σε ένα σημείο του να κινούνται στην κατεύθυνση στην οποία τα δυναμικά μικραίνουν. Αντίθετα, τα αρνητικά φορτία κινούνται προς την κατεύθυνση στην οποία τα δυναμικά αυξάνονται.

Το δυναμικό πεδίου που οφείλεται σε σημειακό φορτίο

Αποδεικνύεται ότι το δυναμικό του πεδίου που οφείλεται σε σημειακό φορτίο Q, σε ένα σημείο που απέχει από το φορτίο απόσταση r, έχει τιμή

$$\boxed{V = K_c \frac{Q}{r}} \qquad (5.15)$$



Σχ. 5.17 Σημειακό φορτίο Q δημιουργεί στο χώρο ηλεκτρικό πεδίο. Το δυναμικό στο σημείο Α του πεδίου είναι $V_A = K_c \frac{Q}{r}$.

Παρατηρήσεις

1. Στη σχέση (5.15) το φορτίο μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό. Αντίστοιχα, το δυναμικό είναι θετικό ή αρνητικό.

2. Όταν το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από πολλά σημειακά φορτία Q_1, Q_2, Q_3 … , για να υπολογίσουμε το δυναμικό στο σημείο Α (V_A), στηριζόμαστε στην **αρχή της επαλληλίας**. Σύμφωνα με αυτή το δυναμικό του πεδίου που δημιουργούν στο σημείο Α όλα τα φορτία ισούται με το άθροισμα των δυναμικών των πεδίων που θα δημιουργούσε το κάθε φορτίο Q_1, Q_2 κ.λπ. στο σημείο Α, δηλαδή

$$V_A = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

Δυναμικό φορτισμένου αγωγού

Ένας στατικά φορτισμένος αγωγός, δηλαδή ένας αγωγός που φέρει ακίνητα φορτία, έχει παντού το ίδιο δυναμικό, διότι αν το δυναμικό δεν ήταν ίδιο παντού δε θα είχαμε φορτία ακίνητα -σε ισορροπία- αλλά φορτία σε κίνηση.

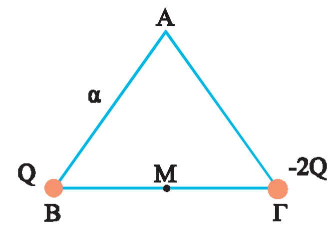
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.4

Στις κορυφές Β και Γ νοητού ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α, έχουν τοποθετηθεί τα σημειακά φορτία Q και -2Q, αντίστοιχα. Να υπολογιστούν:

α) Το δυναμικό του πεδίου στην κορυφή Α.

β) Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Μ, μέσον της ΒΓ.

γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο Μ.



Σχ. 5.18

Απάντηση:

α) Αν το φορτίο Q ήταν μόνο του, το πεδίο που θα δημιουργούσε θα είχε στο Α δυναμικό $V_1^A = K_c \frac{Q}{\alpha}$

Αντίστοιχα, το πεδίο που θα δημιουργούσε το φορτίο -2Q θα είχε στο Α δυναμικό $V_2^A = K_c \frac{-2Q}{\alpha}$

Το πεδίο που δημιουργούν και τα δύο φορτία μαζί στο σημείο Α έχει δυναμικό:

$$V_A = V_1^A + V_2^A = -K_c \frac{Q}{\alpha} \tag{5.16}$$

β) Με ανάλογο τρόπο βρίσκουμε το δυναμικό του σημείου Μ.

$$V_1^M = K_c \frac{Q}{\alpha/2} = 2K_c \frac{Q}{\alpha}, \qquad V_2^M = K_c \frac{-2Q}{\alpha/2} = -4K_c \frac{Q}{\alpha}$$

$$V_M = V_1^M + V_2^M = -2K_c \frac{Q}{\alpha} \tag{5.17}$$

γ) $V_A - V_M = \frac{W_{A\to M}}{-e}$ επομένως $W_{A\to M} = (V_A - V_M)(-e)$

Αντικαθιστώντας τις τιμές του δυναμικού από τις (5.16) και (5.17) παίρνουμε $W_{A\to M} = -K_c \frac{Qe}{\alpha}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.5

Ένα πρωτόνιο βάλλεται από μεγάλη απόσταση, με ταχύτητα $\upsilon = 400\ m/s$, προς ακίνητο πυρήνα άνθρακα. Να υπολογιστεί η ελάχιστη απόσταση από τον πυρήνα στην οποία θα φτάσει το πρωτόνιο. Δίνονται: το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ C$, η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \times 10^{-27}\ kg$, ο ατομικός αριθμός του άνθρακα: 6, η σταθερά του Coulomb $K_c = 9 \times 10^9\ N\,m^2/C^2$. Θα υποθέσετε ότι ο πυρήνας παραμένει ακίνητος σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου.

Απάντηση:

Το φορτίο του πυρήνα του άνθρακα είναι Q = 6e.

Στο σημείο Α, το πλησιέστερο προς τον πυρήνα σημείο στο οποίο φτάνει το πρωτόνιο, η ταχύτητά του στιγμιαία μηδενίζεται.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για το πρωτόνιο, κατά την κίνησή του από το άπειρο μέχρι τη θέση Α.

$$W_{\infty\to A} = K_A - K_\infty \text{ ή } W_{\infty\to A} = 0 - \frac{1}{2} m_p \upsilon^2 \tag{5.18}$$

Όμως $$W_{\infty\to A} = -W_{A\to\infty} = -V_A e \qquad (5.19)$$

όπου V_A το δυναμικό που δημιουργεί ο πυρήνας στο σημείο Α. Αν το σημείο Α απέχει από τον πυρήνα απόσταση r

$$V_A = K_c \frac{Q}{r} = K_c \frac{6e}{r} \qquad (5.20)$$

Αντικαθιστώντας τις (5.19) και (5.20) στην (5.18) έχουμε

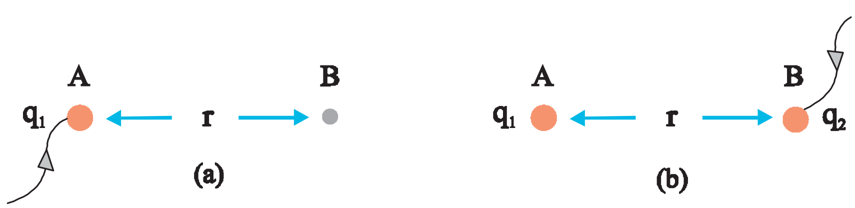
$$-K_c \frac{6e^2}{r} = -\frac{1}{2} m_p \upsilon^2 \text{ επομένως } r = \frac{12K_c e^2}{m_p \upsilon^2} \text{ από όπου } r = 10{,}8\times10^{-6}\text{ m}$$

5-6 Η ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΛΛΩΝ ΣΗΜΕΙΑΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σημειακά φορτία, τα q_1 και q_2 (σχ. 5.19). Ας ονομάσουμε Α και Β τις θέσεις τους και r την απόστασή τους. Επειδή τα φορτία αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια. Δεν θα είχαν ενέργεια αν βρίσκονταν σε άπειρη απόσταση το ένα από το άλλο ώστε να μην αλληλεπιδρούν.

Σχ. 5.19 Σύστημα δύο σημειακών φορτίων.

Η ενέργεια που έχει το σύστημα των δύο φορτίων είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν στις θέσεις τους. Ας φανταστούμε μια τέτοια διαδικασία.



Σχ. 5.20 Αρχικά τοποθετούμε το q_1 στο σημείο Α (a), στη συνέχεια το q_2 στο σημείο Β (b).

Στις θέσεις Α και Β δεν υπάρχουν φορτία. Τα q_1 και q_2 βρίσκονται πολύ μακριά και σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους.

Το φορτίο q_1 μπορεί να μεταφερθεί στο Α, χωρίς παραγωγή ή δαπάνη έργου. Στη συνέχεια μεταφέρεται το q_2 στο Β. Το φορτίο q_2, κινείται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του που έχει δημιουργηθεί από το q_1. Το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά του είναι αντίθετο του έργου της δύναμης του πεδίου. Είναι:

$$-W_{\infty\to B} = W_{B\to\infty} = V_B q_2 = K_c \frac{q_1}{r} q_2 \qquad (5.21)$$

Επομένως το έργο που απαιτείται για να τοποθετηθούν τα δύο φορτία στις θέσεις τους είναι

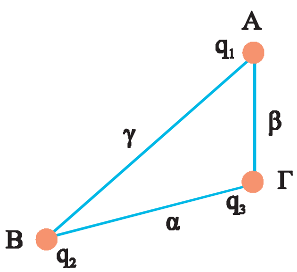
$$W = K_c \frac{q_1 q_2}{r} \qquad (5.22)$$

Τόση είναι και η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

$$\boxed{U = K_c \frac{q_1 q_2}{r}} \qquad (5.23)$$

Να σημειώσουμε ότι η δυναμική ενέργεια που υπολογίσαμε ανήκει και στα δύο φορτία – ανήκει στο σύστημα. Δεν υπάρχει κανένας λογικός τρόπος να αποδώσουμε μέρος αυτής της ενέργειας σε κάποιο από τα φορτία.

Από τη σχέση (5.23) προκύπτει ότι αν τα φορτία είναι ομώνυμα η δυναμική τους ενέργεια είναι θετική. Αυτό είναι συνέπεια των απωστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Για να μεταφερθούν τα φορτία από πολύ μακριά και να πλησιάσουν σε απόσταση r πρέπει να προσφερθεί έργο στο σύστημα. Αντίθετα, αν τα φορτία είναι ετερώνυμα έλκονται και απαιτείται αρνητικό έργο για να τοποθετηθούν σε απόσταση r μεταξύ τους. Επομένως η δυναμική τους ενέργεια είναι αρνητική.



Σχ. 5.21 Σύστημα τριών σημειακών φορτίων.

Με τον τρόπο που περιγράψαμε βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια και στις περιπτώσεις που ένα σύστημα αποτελείται από περισσότερα σημειακά φορτία. Στο σχήμα 5.21 παριστάνεται ένα σύστημα αποτελούμενο από τρία σημειακά φορτία. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν αυτά τα φορτία από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν ένα - ένα στις θέσεις τους. Βρίσκουμε έτσι ότι η δυναμική ενέργεια του συστήματος αυτού είναι

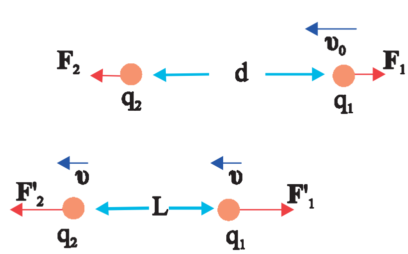
$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{\gamma} + K_c \frac{q_1 q_3}{\beta} + K_c \frac{q_2 q_3}{\alpha} \qquad (5.24)$$

Παρατηρείστε ότι στη σχέση αυτή η ενέργεια του συστήματος είναι το άθροισμα των ενεργειών που έχουν τα φορτία ανά ζεύγη.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.6

Σφαιρίδιο μάζας $m_1 = 22 \times 10^{-5}$ kg φορτισμένο με θετικό φορτίο $q_1 = 11 \times 10^{-7}$ C βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o = 30$ m / s προς δεύτερο σφαιρίδιο με μάζα $m_2 = 2m_1$ και φορτίο $q_2 = 2q_1$ που είναι αρχικά ακίνητο σε απόσταση d = 2 m από το πρώτο. Αν τα σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο, λείο και μονωτικό δάπεδο να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση L στην οποία θα πλησιάσουν. Δίνεται $K_c = 9 \times 10^9\, N \cdot m^2 / C^2$.

Απάντηση:



Σχ. 5.22

Οι δυνάμεις ανάμεσα στα σφαιρίδια είναι απωστικές. Έτσι το σώμα μάζας m_1 επιβραδύνεται και το σώμα μάζας m_2 επιταχύνεται. Όσο η ταχύτητα του m_1 είναι μεγαλύτερη της ταχύτητας του m_2 η απόστάση μεταξύ των σωμάτων μικραίνει. Κάποια στιγμή οι ταχύτητές τους θα γίνουν ίσες και στη συνέχεια η ταχύτητα του m_1 θα γίνει μεγαλύτερη από την ταχύτητα του m_2 (τότε η απόσταση μεταξύ τους θα μεγαλώνει). Τα σώματα θα βρεθούν στην ελάχιστη δυνατή απόσταση μεταξύ τους τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν

$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση από την οποία βάλλεται το σφαιρίδιο m_1 και ως τελική τη θέση που τα σφαιρίδια βρίσκονται στην ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους θα ισχύει

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

οπότε
$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 + K_c\frac{q_1q_2}{d} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + K_c\frac{q_1q_2}{L}$$

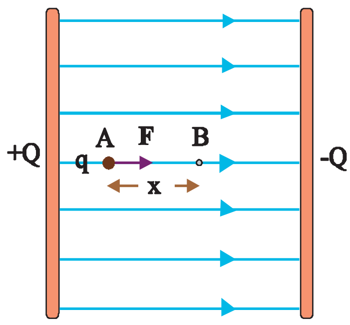
ή
$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_o^2 + K_c\frac{2q_1^2}{d} = \frac{3}{2}m_1\upsilon^2 + K_c\frac{2q_1^2}{L} \qquad (5.27)$$

Επειδή στο σύστημα δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, η ορμή του συστήματος διατηρείται.
$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$$
Θεωρώντας θετική κατεύθυνση την αρχική φορά κίνησης του m_1 η παραπάνω σχέση γράφεται αλγεβρικά.
$$m_1\upsilon_o = m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \qquad ή \qquad m_1\upsilon_o = 3m_1\upsilon$$
οπότε
$$\upsilon = \frac{\upsilon_o}{3}$$
αντικαθιστώντας στην (5.27) και λύνοντας ως προς L προκύπτει
$$L = \frac{6dK_cq_1^2}{dm_1\upsilon_o^2 + 6K_cq_1^2} = 0,28\ \text{m}$$
<u>Παρατήρηση</u>: Για τη λύση του προβλήματος χρησιμοποιήσαμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Όμως, το πεδίο που δημιουργείται από κινούμενα φορτία είναι ηλεκτρομαγνητικό πεδίο και όταν, όπως συμβαίνει στο πρόβλημά μας τα φορτία επιταχύνονται ένα μέρος της ενέργειάς τους μεταφέρεται με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο περιβάλλον.

5-7 ΣΧΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΦΟΡΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΤΟ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Η ένταση και το δυναμικό είναι μεγέθη που περιγράφουν το ηλεκτρικό πεδίο. Λογικό είναι, λοιπόν, τα δύο μεγέθη να σχετίζονται. Πράγματι υπάρχει μια γενική σχέση ανάμεσα στην ένταση και το δυναμικό η οποία όμως απαιτεί μαθηματικά που ξεφεύγουν από το επίπεδο αυτού του βιβλίου. Εμείς θα δούμε πώς σχετίζονται αυτά τα δύο μεγέθη στην περίπτωση που το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές.

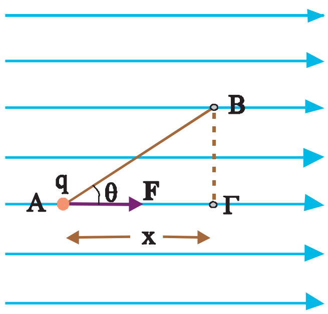
Έστω το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος 5.23. Αν στο σημείο Α αφεθεί ένα θετικό φορτίο q, θα δεχτεί δύναμη **F** = **E**q στην κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών και θα κινηθεί κατά μήκος της δυναμικής γραμμής στην οποία βρίσκεται. Έστω ότι Β είναι ένα άλλο σημείο, πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή που απέχει από το σημείο Α απόσταση x. Το έργο της δύναμης **F** κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο Α στο σημείο Β είναι
$$W = F\,x = Eq\,x \qquad (5.28)$$



Σχ. 5.23 Θετικό σημειακό φορτίο q αφήνεται στο σημείο Α ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Το πεδίο ασκεί δύναμη που έχει την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών.

Γνωρίζουμε όμως ότι $\quad W = (V_A - V_B)q$

Έτσι, η σχέση (5.28) γίνεται
$$Eq\,x = (V_A - V_B)q \quad ή \quad E = \frac{V_A - V_B}{x} \quad ή \quad \boxed{E = \frac{V}{x}} \qquad (5.29),$$
όπου με V συμβολίσαμε τη διαφορά δυναμικού των σημείων Α και Β.



Σχ. 5.24 Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Β είναι ίσο με το έργο κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Γ.

Ας εξετάσουμε τώρα τη γενικότερη περίπτωση στην οποία τα σημεία Α και Β δεν βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή (σχ. 5.24). Αν αναγκάσουμε ένα φορτίο q, να κινηθεί από το σημείο Α στο Β κατά μήκος της ευθείας ΑΒ το έργο της δύναμης του πεδίου είναι

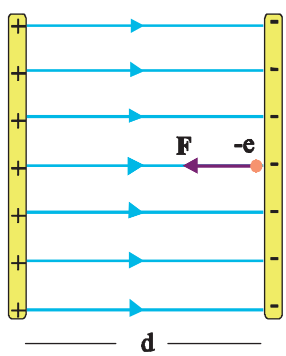
$$W = F(AB)\sigma\upsilon\nu\,\theta = F(AB)\frac{(A\Gamma)}{(AB)} = F(A\Gamma) = Eqx$$

και επειδή $W = (V_A - V_B)q$

προκύπτει πάλι η σχέση (5.29)

Γενικεύοντας το συμπέρασμα της (5.29) μπορούμε να πούμε ότι η **ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.**

5-8 ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ



Σχ. 5.25 Ένα ηλεκτρόνιο αφήνεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο σχήμα, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Αν μέσα σ' αυτό το πεδίο βρεθεί ένα φορτισμένο σωματίδιο θα δεχτεί σταθερή δύναμη **F** = **E**q και θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση $\alpha = {}^{Eq}\!/_{m}$.

Α. Κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα

Ένα ηλεκτρόνιο (σχ. 5.25) αφήνεται πολύ κοντά στην αρνητική πλάκα. Το ηλεκτρόνιο θα δεχτεί από το πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου F = Ee (E: η ένταση του πεδίου και e: το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο) αντίρροπη της **E** και θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, με επιτάχυνση $\alpha = F/m_e$.

Η κίνηση του ηλεκτρονίου περιγράφεται από τις σχέσεις

$$\alpha = F/m_e = Ee/m_e$$
$$\upsilon = \alpha t$$
$$x = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

από τις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε:

1. <u>Πόσο χρόνο χρειάζεται το ηλεκτρόνιο για να φτάσει στην απέναντι πλάκα;</u>

Αν η απόσταση ανάμεσα στις πλάκες είναι d από τη σχέση $d = \frac{1}{2}\alpha\, t_1^2$

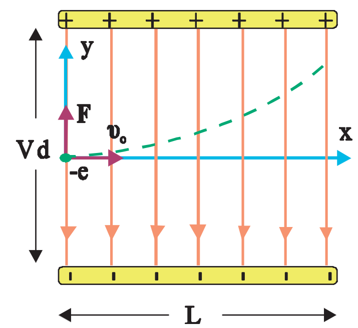
βρίσκουμε $t_1 = \sqrt{\frac{2d}{\alpha}}$.

2. <u>Με ποια ταχύτητα φτάνει το ηλεκτρόνιο στη θετική πλάκα;</u>

Αντικαθιστώντας στη σχέση $υ = α\, t$ το χρόνο που βρήκαμε παραπάνω βρίσκουμε $υ_1 = \sqrt{2αd}$.

Ας κάνουμε μια αριθμητική εφαρμογή για να δούμε για ποιας τάξης μεγέθους ταχύτητες και χρόνους μιλάμε.

Αν η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις μεταλλικές πλάκες είναι $V = 1$ kV και η απόσταση μεταξύ τους $d = 5$ mm η ένταση του πεδίου στο εσωτερικό του θα είναι $E = 2\times10^5\ N/C$, η δύναμη που θα δεχθεί το ηλεκτρόνιο θα έχει μέτρο $F = 3{,}2\times10^{-14}\ N$ ($e = 1{,}6\times10^{-19}\ C$), η επιτάχυνση θα είναι $α = 3{,}5\times10^{16}\ m/s^2$ ($m_e = 9{,}1\times10^{-31}\ kg$), ο χρόνος για να φτάσει στον απέναντι οπλισμό $t_1 = 5{,}3\times10^{-10}\ s$ και η τελική του ταχύτητα $υ_1 = 1{,}9\times10^7\ m/s$.



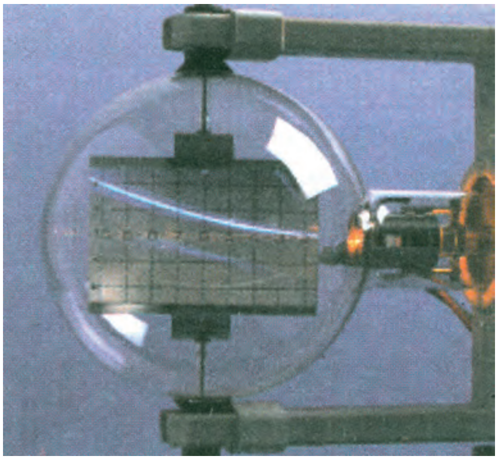
Σχ. 5.26 Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές. Η δύναμη που δέχεται από το πεδίο το αναγκάζει να διαγράψει παραβολική τροχιά.

Διατάξεις που χρησιμοποιούν τον παραπάνω μηχανισμό (επιτάχυνση φορτισμένου σωματιδίου σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο) έχουν ευρεία εφαρμογή σε μια σειρά από συσκευές όπως ο φασματογράφος μάζας, ο καθοδικός σωλήνας και άλλες.

Β. Κίνηση με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές

Θεωρούμε ότι οι παράλληλες μεταλλικές πλάκες του σχήματος 5.26 είναι φορτισμένες με φορτία +q και -q, έχουν μήκος L, απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και η διαφορά δυναμικού τους είναι V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται με αρχική ταχύτητα $υ_o$ κάθετη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς πεδίου που σχηματίζεται ανάμεσα στις πλάκες. Το ηλεκτρόνιο κατά την κίνησή του μέσα στο ομογενές πεδίο δέχεται σταθερή δύναμη **F**.

Για τη μελέτη μιας τέτοιας κίνησης θα εφαρμόσουμε την **αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων**.



Εικ. 5.2 Πειραματική διάταξη για τη μελέτη της απόκλισης μιας δέσμης ηλεκτρονίων μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Διαλέγουμε δύο άξονες πάνω στους οποίους αναλύουμε την κίνηση. Εδώ θα επιλέξουμε έναν άξονα παράλληλο στις δυναμικές γραμμές κι έναν κάθετο σ' αυτές.

Αφού η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις φορτισμένες πλάκες είναι V, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου μεταξύ των πλακών θα είναι $E = \frac{V}{d}$ (ομογενές πεδίο).

Στον άξονα x το ηλεκτρόνιο δεν δέχεται δύναμη και έτσι θα κινηθεί ευθύγραμμα ομαλά, διατηρώντας την αρχική του ταχύτητα $υ_o$. Στον άξονα y δέχεται καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης μια δύναμη σταθερή, κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω $F = Ee$ ή επειδή $E = \frac{V}{d}$, $F = \frac{Ve}{d}$. Το ηλεκτρόνιο θα εκτελέσει σ' αυτό τον άξονα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση

$$α_y = \frac{F}{m_e} = \frac{Ee}{m_e} = \frac{Ve}{dm_e} \qquad (5.30)$$

Τελικά, στον άξονα x θα ισχύουν:

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \tag{5.31}$$

$$x = \upsilon_0 t \tag{5.32}$$

ενώ στον y:

$$\upsilon_y = \alpha_y t \tag{5.33}$$

$$y = \frac{1}{2}\alpha_y t^2 \tag{5.34}$$

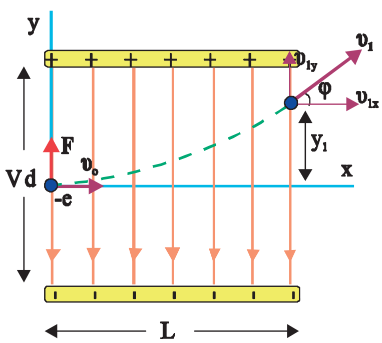
Από τις σχέσεις αυτές μπορούν να υπολογισθούν:

1. Χρόνος παραμονής στο πεδίο

Το ηλεκτρόνιο θα εξέλθει από το πεδίο όταν, στον άξονα x θα έχει μετατοπιστεί κατά L. Αν στη σχέση (5.32) θέσουμε όπου x το L και λύσουμε ως προς t προκύπτει:

$$t_1 = \frac{L}{\upsilon_0} \tag{5.35}$$

2. Απόκλιση από την αρχική διεύθυνση κίνησης στην έξοδο



Σχ. 5.27 Όταν το ηλεκτρόνιο εξέρχεται από το πεδίο έχει αποκλίνει κατά y_1 από την αρχική του διεύθυνση και η ταχύτητά του είναι συνισταμένη της αρχικής ταχύτητας υ_o και της ταχύτητας υ_{1y}.

Εάν στη σχέση (5.34) θέσουμε στη θέση του t το χρόνο παραμονής στο πεδίο βρίσκουμε την κατακόρυφη απόκλιση y του ηλεκτρονίου από την αρχική του θέση, κατά την έξοδό του από το πεδίο.

$$y_1 = \frac{1}{2}\alpha_y t_1^2 \;\; ή \;\; y_1 = \frac{1}{2}\frac{Ve}{dm_e}\left(\frac{L}{\upsilon_0}\right)^2 \tag{5.36}$$

3. Ταχύτητα εξόδου από το πεδίο

Κατά την έξοδό του από το πεδίο, η ταχύτητα του ηλεκτρονίου στον άξονα x θα είναι $\upsilon_{1x} = \upsilon_0$ ενώ στον y θα είναι $\upsilon_{1y} = \alpha_y t_1$ και από τις (5.30) και (5.35)

$$\upsilon_{1y} = \frac{Ve}{dm_e}\frac{L}{\upsilon_0}$$

Η ταχύτητα που θα έχει το ηλεκτρόνιο κατά την έξοδό του θα είναι

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{1x}^2 + \upsilon_{1y}^2} \;\; \text{οπότε} \;\; \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_o^2 + \left(\frac{VeL}{dm_e\upsilon_0}\right)^2}$$

και

$$εφ\,φ = \frac{\upsilon_{1y}}{\upsilon_{1x}} = \frac{VeL}{dm_e\upsilon_0^2} \tag{5.37}$$

4. Η εξίσωση της τροχιάς του ηλεκτρονίου

Η εξίσωση της τροχιάς του ηλεκτρονίου είναι η σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις του στους άξονες x και y.

Λύνουμε την (5.32) ως προς t και αντικαθιστούμε στην (5.34) λαμβάνοντας υπόψη και την (5.30). Βρίσκουμε έτσι μια σχέση y = f(x)

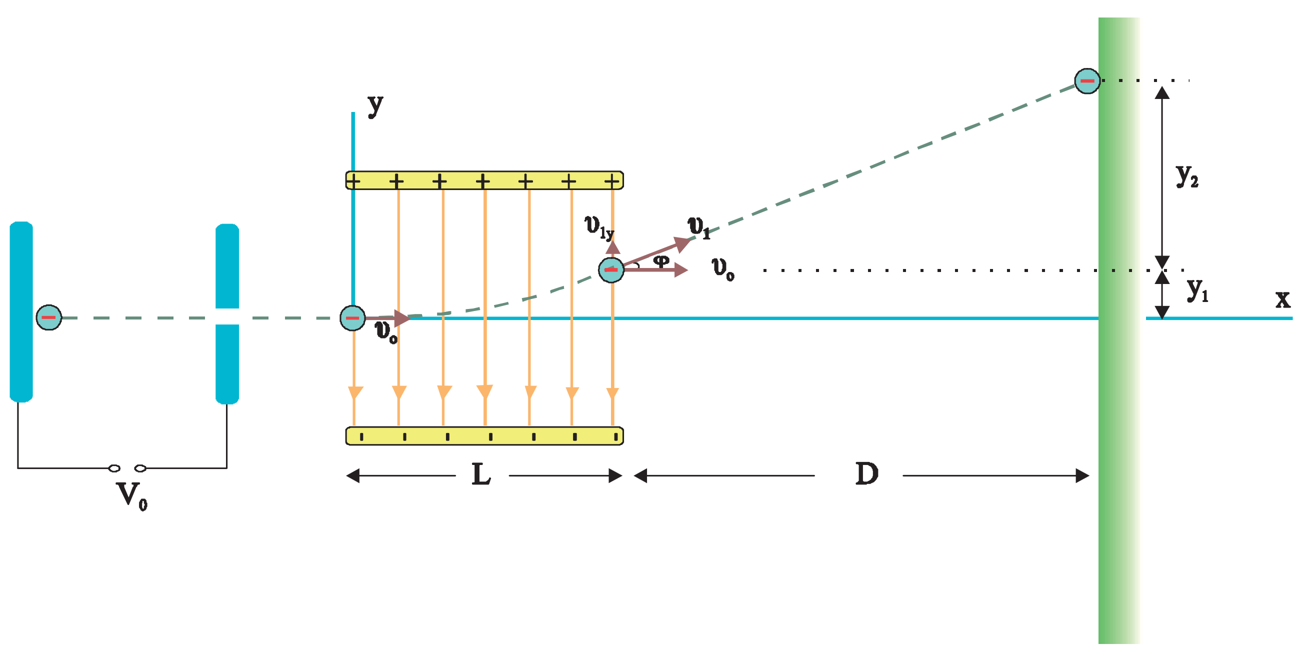
$$y=\frac{1}{2}\alpha_y t^2 \ \text{ή}\ y=\frac{1}{2}\frac{Ve}{dm_e}\frac{x^2}{\upsilon_0^2} \ \text{ή}\ y=\frac{Ve}{2dm_e\upsilon_0^2}x^2$$

Πρόκειται για μια σχέση της μορφής $y = \alpha x^2$, άρα η τροχιά του ηλεκτρονίου είναι παραβολική.

Στη μελέτη της κίνησης του ηλεκτρονίου μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δε λάβαμε καθόλου υπόψη το βάρος του. Αυτό έγινε γιατί το βάρος είναι αμελητέο συγκριτικά με την F. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι το βάρος ενός ηλεκτρονίου είναι $w_e = 8{,}9\times10^{-30}$ N ενώ η ηλεκτρική δύναμη που δέχεται ένα ηλεκτρόνιο στο εσωτερικό ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου σαν αυτό που περιγράψαμε με διαφορά δυναμικού V = 1 kV και απόσταση μεταξύ των πλακών d = 5 mm είναι $F = 3{,}2\times10^{-14}$ N, δηλαδή 36×10^{14} φορές μεγαλύτερη του βάρους. Το συμπέρασμα αυτό, ότι το βάρος είναι αμελητέο συγκρινόμενο με την ηλεκτρική δύναμη, ισχύει και για τα άλλα στοιχειώδη σωματίδια -πρωτόνια, πυρήνες, ιόντα- όταν κινούνται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.7

Δέσμη ηλεκτρονίων επιταχύνεται από την ηρεμία από διαφορά δυναμικού V_0. Στη συνέχεια μπαίνει σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζεται ανάμεσα σε δυο φορτισμένες πλάκες (πλακίδια απόκλισης) κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες είναι V και η μεταξύ τους απόσταση d. Το μήκος των πλακών είναι L. Τα ηλεκτρόνια βγαίνοντας από το ομογενές πεδίο προσκρούουν σε φθορίζουσα οθόνη που είναι τοποθετημένη κάθετα στην αρχική διεύθυνση κίνησης. Η οθόνη απέχει απόσταση D από τα πλακίδια απόκλισης. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σ' ένα σωλήνα υψηλού κενού ώστε να αποφεύγονται οι συγκρούσεις των ηλεκτρονίων με τα μόρια του αέρα. Να βρεθεί η θέση στην οποία θα πέσει η δέσμη πάνω στη φθορίζουσα οθόνη. Δίνονται το στοιχειώδες φορτίο e και η μάζα του ηλεκτρονίου m_e.



Σχ. 5.28

Απάντηση:

Τα ηλεκτρόνια επιταχυνόμενα από τη διαφορά δυναμικού V_0 αποκτούν κινητική ενέργεια που δίνεται από το θεώρημα έργου - ενέργειας.

$$\frac{1}{2}m_e\upsilon_0^2 = eV_0 \ \text{ οπότε } \ \upsilon_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m_e}} \tag{5.38}$$

Η κίνηση των ηλεκτρονίων μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα πλακίδια απόκλισης, μελετήθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Όταν τα ηλεκτρόνια εξέλθουν από τα πλακίδια απόκλισης θα έχουν εκτραπεί από την αρχική τους πορεία κατά y_1. Η απόκλιση αυτή υπολογίστηκε στην (5.36) επομένως

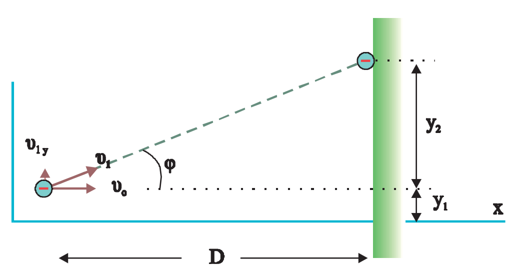
$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{Ve}{dm_e}\left(\frac{L}{\upsilon_0}\right)^2 \tag{5.39}$$

Η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα εξόδου των ηλεκτρονίων με την αρχική διεύθυνση κίνησης, επίσης υπολογίστηκε από τη σχέση

$$\varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{VeL}{dm_e\upsilon_0^2} \tag{5.40}$$

Τα ηλεκτρόνια βγαίνοντας από το ομογενές πεδίο των πλακιδίων κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με υ_1. Μεγεθύνοντας την περιοχή εξόδου (σχ. 5.29) βλέπουμε ότι σχηματίζεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές τις D και y_2 και υποτείνουσα την τροχιά των ηλεκτρονίων. Ισχύει

$$\varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{y_2}{D} \ \text{ οπότε } \ y_2 = D\varepsilon\varphi\,\varphi$$



Σχ. 5.29

Αντικαθιστώντας την (5.40) βρίσκουμε

$$y_2 = \frac{DVeL}{dm_e\upsilon_0^2} \tag{5.41}$$

Η θέση της δέσμης στην οθόνη απέχει απόσταση y_1+y_2 από την αρχική διεύθυνση της δέσμης. Από τις (5.38), (5.39) και (5.41) βρίσκουμε:

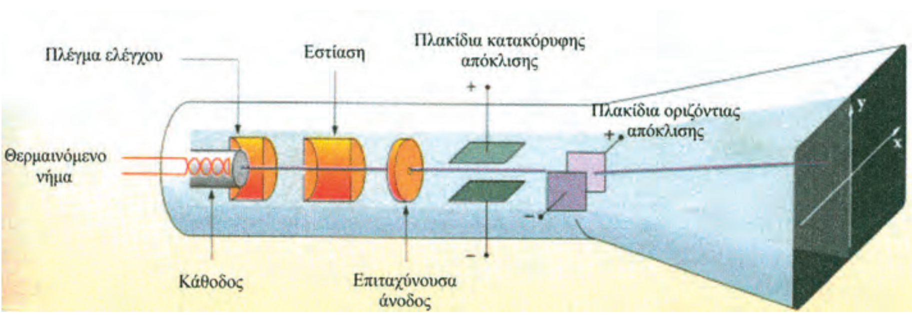
$$y_1 + y_2 = \frac{VL}{2V_0 d}\left(D + \frac{L}{2}\right)$$

Ο καθοδικός σωλήνας (σχ. 5.30) είναι ένας γυάλινος «σωλήνας» το εσωτερικό του οποίου βρίσκεται σε υψηλό κενό. Η λειτουργία του στηρίζεται σε τρεις διαδοχικές διατάξεις.

Η πρώτη ονομάζεται τηλεβόλο ηλεκτρονίων και είναι υπεύθυνη για την παραγωγή, επιτάχυνση και εστίαση μιας δέσμης ηλεκτρονίων.

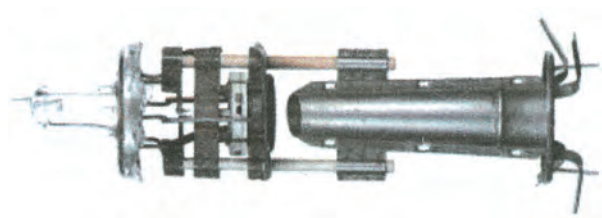
Η δεύτερη είναι ένας συνδυασμός ομογενών πεδίων. Μεταβάλλοντας την ένταση των πεδίων κατευθύνουμε τη δέσμη των ηλεκτρονίων.

Η τρίτη είναι η οθόνη στην οποία παρατηρούμε τη θέση όπου προσπίπτουν τα ηλεκτρόνια. Ο σωλήνας απέναντι από το τηλεβόλο είναι επιστρωμένος με ειδικό υλικό που έχει την ιδιότητα να **φθορίζει**, δηλαδή να εκπέμπει φως, όταν πάνω του προσπίπτουν σωματίδια με μεγάλη ταχύτητα. Πάνω σ' αυτό το τμήμα του σωλήνα, που αποτελεί την οθόνη, πέφτουν με μεγάλη ταχύτητα τα ηλεκτρόνια της δέσμης. Στο σημείο στο οποίο πέφτουν τα ηλεκτρόνια η οθόνη φθορίζει έντονα και δημιουργείται μια φωτεινή κηλίδα.



Σχ. 5.30

Στο αριστερό άκρο του σχήματος 5.30 φαίνεται το τηλεβόλο. Τα ηλεκτρόνια παράγονται εκεί με τη θέρμανση ενός μεταλλικού νήματος (κάθοδος). Θερμαίνοντας ένα μέταλλο δίνουμε σε κάποια από τα ελεύθερα ηλεκτρόνιά του κινητική ενέργεια αρκετή για να το εγκαταλείψουν. Στη συνέχεια τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στην κάθοδο και σε ένα άλλο ηλεκτρόδιο (άνοδος). Η άνοδος βρίσκεται σε δυναμικό υψηλότερο από το δυναμικό της καθόδου και φέρει οπή. Τα περισσότερα ηλεκτρόνια που επιταχύνονται προς την άνοδο προσκρούουν σ' αυτή. Όσα από αυτά περνάνε από την οπή σχηματίζουν δέσμη και κινούνται προς την οθόνη με την οριζόντια ταχύτητα που απέκτησαν. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ ανόδου και καθόδου είναι μερικά kV. Έτσι, η ταχύτητα που αποκτούν τα ηλεκτρόνια είναι της τάξεως των 10^7 m / s.



Εικ. 5.3 Τηλεβόλο ηλεκτρονίων.

Στο τηλεβόλο, υπάρχουν διατάξεις που επιτρέπουν τον έλεγχο του αριθμού των ηλεκτρονίων που κατευθύνονται προς την οθόνη και την εστίαση της δέσμης.

Το εσωτερικό του καθοδικού σωλήνα βρίσκεται σε υψηλό κενό (περίπου 10^{-7} atm). Έτσι ελαχιστοποιούνται οι κρούσεις των ηλεκτρονίων της δέσμης με τα μόρια του αέρα που περιέχονται σ' αυτόν.

Η δέσμη των ηλεκτρονίων διέρχεται στη συνέχεια ανάμεσα από δύο ζεύγη μεταλλικών πλακιδίων (πλακίδια απόκλισης). Στο ένα ζεύγος τα μεταλλικά πλακίδια είναι οριζόντια και το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται ανάμεσά τους εκτρέπει τη δέσμη των ηλεκτρονίων κατακόρυφα. Το άλλο ζεύγος πλακιδίων είναι κατακόρυφο και εκτρέπει τη δέσμη των ηλεκτρονίων οριζόντια. Οι σχέσεις (5.39), (5.41) δείχνουν ότι η απόκλιση είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού που εφαρμόζεται μεταξύ των πλακιδίων. Έτσι το σημείο της οθόνης στο οποίο προσπίπτει η δέσμη εξαρτάται από τις τάσεις που εφαρμόζουμε σε κάθε χρονική στιγμή στα δύο ζεύγη πλακιδίων. Εάν η διαφορά δυναμικού και στα δύο ζεύγη πλακιδίων απόκλισης είναι μηδενική τα ηλεκτρόνια της δέσμης κινούνται χωρίς να αποκλίνουν από την ευθύγραμμη τροχιά τους και προσκρούουν στο κέντρο της οθόνης.

Μετά την έξοδο από τα πεδία των πλακιδίων απόκλισης και μέχρι την πρόσκρουση στη φθορίζουσα οθόνη τα ηλεκτρόνια κινούνται ευθύγραμμα ομαλά.

Ο καθοδικός σωλήνας αποτελεί το βασικό στοιχείο του παλμογράφου. Πιο σύνθετες παραλλαγές του, πάνω όμως στην ίδια αρχή λειτουργίας, αποτελούν οι οθόνες της τηλεόρασης και του υπολογιστή.

Εικ. 5.4 Παλμογράφος.

ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟΣ

Μια ειδική εφαρμογή του καθοδικού σωλήνα είναι ο παλμογράφος. Το κύριο στοιχείο ενός παλμογράφου είναι ένας καθοδικός σωλήνας του οποίου η οθόνη είναι βαθμολογημένη ώστε να μας επιτρέπει να κάνουμε μετρήσεις.

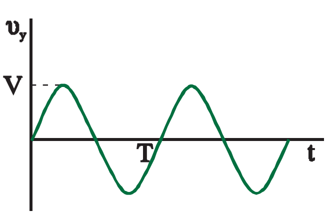
Εξωτερικά ο παλμογράφος είναι ένα κουτί με μια οθόνη στην μπροστινή πλευρά και διάφορους ρυθμιστές (κουμπιά). Με τους ρυθμιστές υπάρχει η δυνατότητα:

α) Να ρυθμίζεται η φωτεινότητα της κηλίδας. Η ρύθμιση αυτή αντιστοιχεί σε μεταβολή της τάσης που επιταχύνει τα ηλεκτρόνια στο τηλεβόλο.

β) Να ρυθμίζεται η τάση «σάρωσης» για την οποία θα μιλήσουμε πιο κάτω.

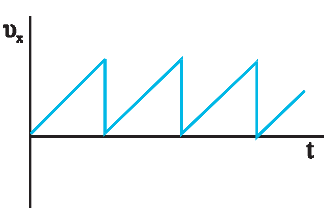
γ) Να εφαρμόζεται εξωτερικά τάση στα πλακίδια οριζόντιας και κατακόρυφης απόκλισης.

δ) Να εστιάζεται η δέσμη ώστε η κηλίδα να γίνεται όσο το δυνατό μικρότερη και να ξεχωρίζει καθαρά.



Σχ. 5.31 Εναλλασόμενη τάση.

Εάν μεταξύ των πλακιδίων κατακόρυφης εκτροπής εφαρμόσουμε μια τάση που μεταβάλλεται με τον χρόνο, έστω μια τάση της μορφής $\upsilon_y = V$ ημωt (εναλλασσόμενη τάση) (σχ. 5.31) και στα πλακίδια οριζόντιας εκτροπής δεν εφαρμόζεται τάση η φωτεινή κηλίδα θα κινείται πάνω - κάτω σύμφωνα με τις αυξομειώσεις της υ_y. Για εναλλασσόμενες τάσεις όπως αυτή του δικτύου της ΔΕΗ η κηλίδα κινείται τόσο γρήγορα (50 φορές το δευτερόλεπτο) ώστε το μάτι να τη βλέπει σαν μια κατακόρυφη γραμμή.



Σχ. 5.32 Πριονωτή τάση.

Τάση σάρωσης

Εάν μεταξύ των πλακιδίων οριζόντιας εκτροπής εφαρμόσουμε τάση υ_x η οποία αυξάνεται γραμμικά και στη συνέχεια ελαττώνεται απότομα (**πριονωτή τάση** σχ. 5.32) η κηλίδα στην οθόνη θα κινείται οριζόντια και ισοταχώς από τα αριστερά προς τα δεξιά και θα επιστρέφει απότομα πίσω, για να ξαναρχίσει πάλι την ίδια κίνηση. Αυτή η παλινδρομική οριζόντια κίνηση της κηλίδας ονομάζεται σάρωση της οθόνης. Την τάση σάρωσης την εφαρμόζει ο ίδιος ο παλμογράφος και υπάρχει δυνατότητα ρύθμισης της συχνότητα της υ_x ώστε να επιτυγχάνουμε γρήγορη ή αργή σάρωση.

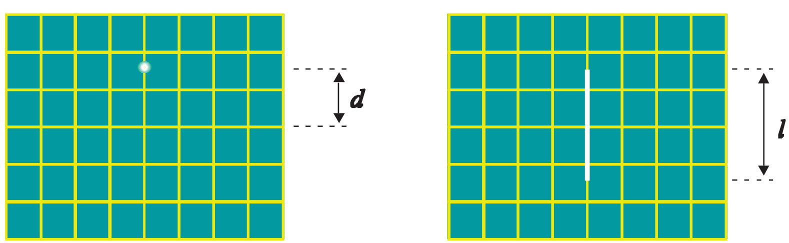
Μερικές από τις πιο απλές χρήσεις του παλμογράφου είναι:

α) Μέτρηση συνεχούς τάσεως

Απενεργοποιούμε την τάση σάρωσης και εφαρμόζουμε την τάση V που θέλουμε να μετρήσουμε στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης. Η κηλίδα αποκλίνει κατακόρυφα (σχ. 5.33α). Από την απόσταση της κηλίδας από το κέντρο της οθόνης μπορούμε να βρούμε την εφαρμοζόμενη συνεχή τάση V.

β) Μέτρηση εναλλασσόμενης τάσης

Απενεργοποιούμε την τάση σάρωσης και στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης εφαρμόζουμε τάση της μορφής $\upsilon_y = V\eta\mu\omega t$ (εναλλασσόμενη τάση) (σχ. 5.31). Η κηλίδα θα ανεβοκατεβαίνει γρήγορα κατακόρυφα και στην οθόνη του παλμογράφου θα σχηματιστεί μια κατακόρυφη γραμμή (σχ. 5.33β). Από το μήκος της γραμμής μπορούμε να υπολογίσουμε το V (πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης). Συγκεκριμένα το μήκος της γραμμής είναι ανάλογο του 2V.



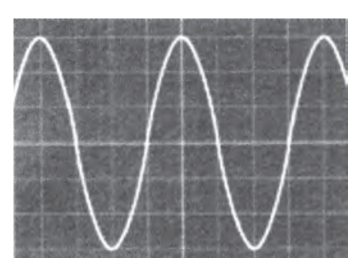
(α) (β)

Σχ. 5.33 (α) Συνεχής τάση V εφαρμόζεται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης, η απόσταση d της κηλίδας από το κέντρο της οθόνης είναι ανάλογη της τάσης V. (β) Εναλλασσόμενη τάση εφαρμόζεται στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης, το μήκος της γραμμής στην οθόνη είναι ανάλογο του διπλάσιου πλάτους της εναλλασσόμενης τάσης.

γ) Μελέτη κυματομορφών

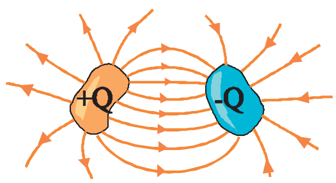
Εφαρμόζουμε ταυτόχρονα τη υ_x (τάση σάρωσης), στα πλακίδια οριζόντιας απόκλισης και τη υ_y (εναλλασσόμενη) στα πλακίδια κατακόρυφης απόκλισης. Αυτό που προκύπτει στην οθόνη είναι μια κυματοειδής γραμμή (εικ. 5.5) που ονομάζεται κυματομορφή της τάσης υ_y. Μπορούμε έτσι να παρακολουθήσουμε στην οθόνη του παλμογράφου και να μελετήσουμε τάσεις που μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως η εναλλασσόμενη αλλά και πιο σύνθετες.

Επειδή τα ηλεκτρόνια έχουν πολύ μικρή μάζα, η απόκλιση της δέσμης των ηλεκτρονίων στον καθοδικό σωλήνα συμβαίνει σχεδόν ακαριαία και ο παλμογράφος έχει τη δυνατότητα να δείξει πολύ γρήγορες μεταβολές στην τάση.



Εικ. 5.5 Η κυματομορφή μιας εναλλασσόμενης τάσης όπως φαίνεται στην οθόνη του παλμογράφου.

5-9 ΠΥΚΝΩΤΗΣ ΚΑΙ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ



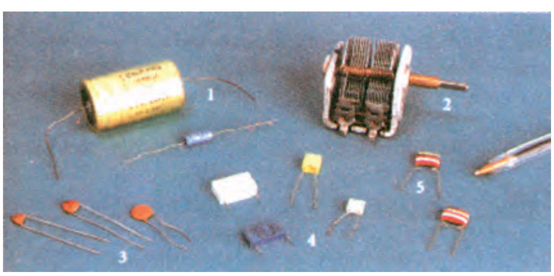
Σχ. 5.34 Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο γειτονικούς αγωγούς φορτισμένους. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +Q και -Q.

Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη που αποθηκεύει ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δυναμική ενέργεια. Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο αγωγούς που βρίσκονται κοντά και χωρίζονται μεταξύ τους από το κενό, τον αέρα, ή από άλλο μονωτή. Οι αγωγοί του σχήματος 5.34 αποτελούν έναν πυκνωτή. Οι δύο αγωγοί που αποτελούν τον πυκνωτή ονομάζονται οπλισμοί.

Πυκνωτής ονομάζεται σύστημα δύο γειτονικών αγωγών (οπλισμοί), που χωρίζονται μεταξύ τους με κάποιο μονωτικό υλικό. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +Q και -Q.

Φορτίο του πυκνωτή ονομάζεται το θετικό φορτίο του ενός από τους οπλισμούς του, ενώ τάση του πυκνωτή ονομάζεται η διαφορά δυναμικού V, μεταξύ των οπλισμών του. Σε έναν πυκνωτή αποθηκεύεται πολύ πιο εύκολα φορτίο, από ό,τι σε κάθε ένα μεμονωμένο αγωγό από αυτούς που αποτελούν τον πυκνωτή.

Σε κάθε πυκνωτή η τάση του είναι ανάλογη του φορτίου του, δηλαδή το πηλίκο του φορτίου προς την τάση είναι σταθερό. Το πηλίκο αυτό το ονομάζουμε χωρητικότητα του πυκνωτή.



Εικ. 5.6 Τύποι πυκνωτών.

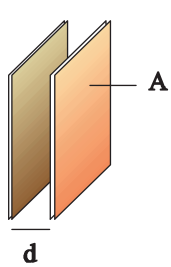
Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου του (Q) προς την τάση του (V).

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

Μονάδα χωρητικότητας είναι το Farad, που συμβολίζεται με το F. 1 F = 1 C/V.

Ονομάζεται έτσι προς τιμήν του Michael Faraday, ο οποίος μεταξύ των άλλων, ερεύνησε και το θέμα της χωρητικότητας. Το 1 Farad είναι πολύ μεγάλη χωρητικότητα. Οι χωρητικότητες των πυκνωτών που χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι της τάξης του μικροφαράντ, (1 μF = 10^{-6} F), του νανοφαράντ, (1 nF = 10^{-9} F) και του πικοφαράντ, (1 pF = 10^{-12} F).

Οι πυκνωτές παριστάνονται με δύο μικρές παράλληλες ισοϋψείς γραμμές, με ακροδέκτες συνδεδεμένους στο μέσον τους. —| |—



Σχ. 5.35 Επίπεδος πυκνωτής.

Υπάρχουν πολλοί τύποι πυκνωτών. Στην εικόνα 5.6 φαίνονται μερικοί από αυτούς. Συνήθως παίρνουν το όνομά τους από το σχήμα των οπλισμών τους. Ο σφαιρικός πυκνωτής αποτελείται από δύο ομόκεντρους σφαιρικούς αγωγούς και ο κυλινδρικός από δύο ομοαξονικούς κυλινδρικούς αγωγούς. Ο **επίπεδος πυκνωτής** αποτελείται από δύο επίπεδες παράλληλες, μεταλλικές πλάκες, ίδιας επιφάνειας A, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και βρίσκονται η μια απέναντι στην άλλη.

Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη της επιφάνειας A των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη της απόστασης d μεταξύ των οπλισμών.

$$\boxed{C = \varepsilon_o \frac{A}{d}}$$

Γενικότερα **η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται** από τα γεωμετρικά στοιχεία της διάταξης (δηλαδή από το μέγεθος, το σχήμα, τις σχετικές θέσεις των δύο αγωγών) και από το είδος του μονωτικού υλικού (ονομάζεται και διηλεκτρικό) ανάμεσα στους οπλισμούς του.

Οι πυκνωτές αποτελούν βασικά στοιχεία των ηλεκτρικών και ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Όταν γυρίζουμε το κουμπί του ραδιοφώνου για να επιλέξουμε σταθμό μεταβάλλουμε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή. Το φως που εκπέμπει το φλας της φωτογραφικής μηχανής προέρχεται από την εκφόρτιση ενός πυκνωτή. Οι πυκνωτές χρησιμοποιούνται ακόμα στους καθοδικούς σωλήνες, στα τσιπ των υπολογιστών και σε χιλιάδες άλλες εφαρμογές.

Εικ. 5.7 Η λειτουργία του φλας της φωτογραφικής μηχανής στηρίζεται στην εκφόρτιση ενός πυκνωτή δια μέσου μιας λυχνίας ξένου. Καθώς εκφορτίζεται ο πυκνωτής το αέριο ξένο ιονίζεται με αποτέλεσμα την έντονη αναλαμπή μικρής διάρκειας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.8

Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν επιφάνεια $A = 4\ cm^2$ και η απόστασή τους είναι $d = 2$ mm. Υπολογίστε:

α) Τη χωρητικότητά του.

β) Το φορτίο που θα αποκτήσει ο πυκνωτής αν συνδεθεί σε πηγή τάσης V = 12 V. Δίνεται $\varepsilon_o = 8,85 \times 10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$

Απάντηση:

Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή δίνεται από τη σχέση:

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{d},$$

από την οποία, με αντικατάσταση, βρίσκουμε:

$$C = (8,85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}) \frac{4 \times 10^{-4} m^2}{2 \times 10^{-3} m} = 17,7 \times 10^{-13}\ F = 1,77\ pF$$

Το φορτίο του πυκνωτή, όταν συνδεθεί με την πηγή, θα είναι:

$$Q = CV = 1,77\ pF\ 12\ V = 21,24\ pC = 21,24 \times 10^{-12}\ C$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.9

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα 10 μF και φορτίζεται σε πηγή με τάση V = 100 V. Στη συνέχεια, αφού αποσυνδεθεί από την πηγή, οι οπλισμοί του απομακρύνονται έως ότου η απόσταση μεταξύ τους διπλασιαστεί. Να υπολογιστούν:

α) η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή και

β) η τάση του μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.

Απάντηση:

Η αρχική χωρητικότητα του πυκνωτή υπολογίζεται από τη σχέση

$$C_o = \varepsilon_o \frac{A}{d} \tag{5.42}$$

Όταν διπλασιάσουμε την απόσταση των οπλισμών του, η χωρητικότητά του γίνεται

$$C = \varepsilon_o \frac{A}{2d} \tag{5.43}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (5.43) και (5.42) παίρνουμε:

$$C = \frac{C_o}{2} = 5\ \mu F$$

Το φορτίο στους οπλισμούς του θα παραμείνει ίδιο και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών. Εφόσον ο πυκνωτής δε συνδέεται με κάποιο κύκλωμα οι οπλισμοί του είναι απομονωμένοι αγωγοί και θα διατηρήσουν το φορτίο τους. Αφού με την απομάκρυνση των οπλισμών η χωρητικότητα μεταβάλλεται, αλλά το φορτίο μένει το ίδιο, θα αλλάξει η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή. Αν η νέα τάση του πυκνωτή είναι V΄ μπορούμε να γράψουμε

$$C = \frac{Q}{V'} \tag{5.44}$$

Πριν την απομάκρυνση των οπλισμών του, η χωρητικότητα του πυκνωτή ήταν:

$$C_o = \frac{Q}{V} \tag{5.45}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (5.45) και (5.44) παίρνουμε:

$$\frac{C_o}{C} = \frac{V'}{V} \quad \text{ή} \quad V' = \frac{C_o}{C} V \quad \text{επομένως } V' = 200\ V$$

5-10 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΑΠΟΘΗΚΕΥΜΕΝΗ ΣΕ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟ ΠΥΚΝΩΤΗ

Σε προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι όλες οι διατάξεις φορτίου έχουν ορισμένη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U, ίση με το έργο που απαιτείται για να τοποθετηθούν τα φορτία στις θέσεις τους. Ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει δυναμική ενέργεια U η οποία δίνεται από τη σχέση

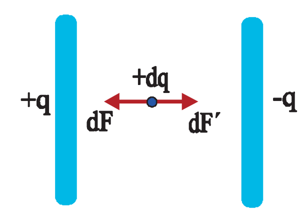
$$\boxed{U = \frac{1}{2} C V^2} \tag{5.46}$$

Η ενέργεια του φορτισμένου πυκνωτή αποδίδεται κατά την εκφόρτισή του. Αν ενώσουμε τους δύο οπλισμούς του πυκνωτή με έναν αγωγό θα μετακινηθούν φορτία από τον έναν οπλισμό στον άλλο μέχρι οι δύο οπλισμοί να αποκτήσουν το ίδιο δυναμικό. Τότε λέμε ότι ο πυκνωτής εκφορτίστηκε. Κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή η αποθηκευμένη ηλεκτρική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα στον αγωγό που συνδέει τους οπλισμούς.

Υπολογισμός της ενέργειας φορτισμένου πυκνωτή

Για να υπολογίσουμε τη δυναμική ενέργεια που έχει αποθηκευμένη ένας φορτισμένος πυκνωτής, ας φανταστούμε μια υποθετική διαδικασία φόρτισης: Σε έναν αρχικά αφόρτιστο πυκνωτή παίρνουμε μικρές ποσότητες φορτίου +dq από τον έναν οπλισμό και τις τοποθετούμε στον άλλο. Ο οπλισμός από τον οποίο αφαιρείται θετικό φορτίο θα φορτιστεί αρνητικά ενώ ο οπλισμός στον οποίο προσθέτουμε θετικό φορτίο, θα φορτιστεί θετικά. Έστω q_o, και V_o οι τελικές τιμές για το φορτίο και την τάση του πυκνωτή.

Η μεταφορά του πρώτου φορτίου dq από τον έναν οπλισμό στον άλλο γίνεται χωρίς να καταναλώσουμε έργο. Με την απόσπαση όμως του πρώτου φορτίου +dq από τον έναν οπλισμό και την εγκατάστασή του στον άλλο, ο πρώτος οπλισμός θα έχει φορτίο -dq και ο δεύτερος +dq. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία πεδίου. Τώρα πια, η μεταφορά νέου φορτίου dq απαιτεί προσπάθεια (έργο), εξ αιτίας της δύναμης $d\mathbf{F}' = \mathbf{E}dq$ που ασκεί το πεδίο στο φορτίο. Η δύναμη $d\mathbf{F}$ που μετακινεί το φορτίο πρέπει να εξουδετερώσει τη δύναμη $d\mathbf{F}'$ του πεδίου. Όσο προχωράει η φόρτιση του πυκνωτή, το ηλεκτρικό του πεδίο θα γίνεται πιο ισχυρό και θα απαιτείται ολοένα και μεγαλύτερο έργο για τη μετακίνηση φορτίου dq. Το έργο της δύναμης $d\mathbf{F}$ είναι θετικό και ίσο απολύτως με το έργο της δύναμης $d\mathbf{F}'$ του πεδίου.



Σχ. 5.36 Ο πυκνωτής φορτίζεται με τη μεταφορά απειροστά μικρών φορτίων dq από τον έναν οπλισμό στον άλλο.

Αν κάποια στιγμή η τάση του πυκνωτή είναι V, το έργο της δύναμης που απαιτείται για τη μετακίνηση φορτίου dq, από τον έναν οπλισμό στον άλλο είναι

$$dW = V\,dq\,.$$

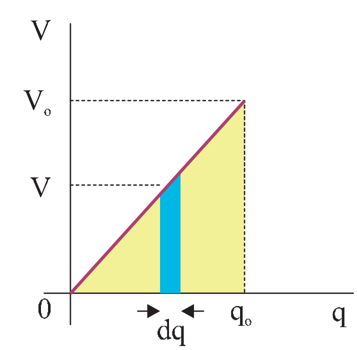
$$\text{Ισχύει } C = \frac{q}{V} \text{ ή } V = \frac{1}{C}q$$

Η γραφική παράσταση της σχέσης V = f(q) από τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν μέχρι να αποκτήσει την τελική του τιμή q_o, είναι ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων (σχ. 5.37). Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι αν το σχήμα με το μπλε χρώμα μπορεί να θεωρηθεί παραλληλόγραμμο -και μπορεί να θεωρηθεί αν το dq είναι απειροστά μικρό- το εμβαδόν του θα είναι ίσο με V·dq και θα δίνει το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά του φορτίου dq. Το συνολικό έργο που απαιτείται για να φορτιστεί ο πυκνωτής θα είναι ίσο με το εμβαδόν του τριγώνου από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα q, δηλαδή

$$W = \frac{1}{2}q_o V_o \text{ ή } W = \frac{1}{2}CV_o^2$$

Επομένως η δυναμική ενέργεια του φορτισμένου πυκνωτή είναι

$$U = \frac{1}{2}CV_o^2$$



Σχ. 5.37 Από τη γραφική παράσταση της σχέσης V = q/C μπορούμε να υπολογίσουμε την ενέργεια του πυκνωτή.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.10

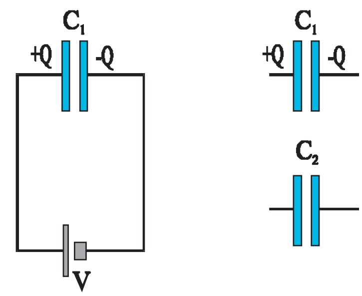
Πυκνωτής χωρητικότητας $C_1 = 4\ \mu F$, φορτίζεται από την πηγή, τάσης $V = 20\ V$, με φορτίο Q. Στη συνέχεια ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή και συνδέεται με αφόρτιστο πυκνωτή χωρητικότητας $C_2 = 12\ \mu F$ όπως στο σχήμα 5.39:

α) Να υπολογιστεί η κοινή τάση V΄ που θα αποκτήσουν οι πυκνωτές μετά τη σύνδεσή τους.

β) Το φορτίο που θα αποκτήσει κάθε πυκνωτής μετά τη σύνδεση.

γ) Με τη σύνδεση των δυο πυκνωτών μεταβάλλεται η ενέργεια του συστήματος. Πόσο μεταβλήθηκε η ενέργεια; Πού οφείλεται η μεταβολή αυτή;

Απάντηση:



Σχ. 5.38

Ο πυκνωτής χωρητικότητας C_1, κατά τη σύνδεσή του με την πηγή απέκτησε φορτίο

$$Q = C_1 V = 80\ \mu C$$

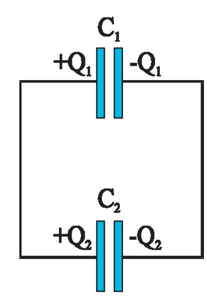
Μετά την αποσύνδεση της πηγής και τη σύνδεση των δύο πυκνωτών μεταξύ τους, ένα μέρος του φορτίου Q μετακινείται ώστε να φορτιστεί και ο πυκνωτής C_2. Οι πυκνωτές C_1 και C_2 αποκτούν φορτία Q_1 και Q_2, αντίστοιχα και η (κοινή) διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς γίνεται V΄.

α) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης του φορτίου:

$$Q = Q_1 + Q_2 \qquad (5.47)$$

Για κάθε ένα από τους πυκνωτές ισχύει:

$$Q_1 = C_1 V' \text{ και } Q_2 = C_2 V' \qquad (5.48)$$



Σχ. 5.39

Αντικαθιστώντας τις (5.48) στην (5.47) έχουμε:

$$Q = C_1 V' + C_2 V' \text{ ή } Q = \left(C_1 + C_2\right) V' \text{ επομένως } V' = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 5\ V$$

β) Αντικαθιστώντας την τιμή του V΄ στις σχέσεις (5.48) υπολογίζουμε τα φορτία που απέκτησαν οι πυκνωτές:

$$Q_1 = 20\ \mu C \text{ και } Q_2 = 60\ \mu C$$

Παρατηρούμε ότι ο πυκνωτής με τη μεγαλύτερη χωρητικότητα «κρατάει» και το περισσότερο φορτίο.

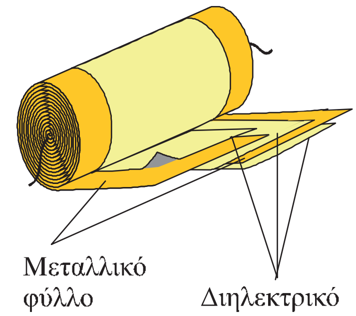
γ) Η ενέργεια του συστήματος μεταβλήθηκε κατά

$$\Delta U = U_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - U_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2} C_1 V'^2 + \frac{1}{2} C_2 V'^2 - \frac{1}{2} C_1 V^2 = -6 \times 10^{-4}\ J$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η ενέργεια του συστήματος ελαττώθηκε. Η ηλεκτρική ενέργεια που χάθηκε από το σύστημα έγινε θερμότητα στους αγωγούς κατά τη μετακίνηση φορτίου από τον έναν πυκνωτή στον άλλο.

5-11 ΠΥΚΝΩΤΕΣ ΚΑΙ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΑ

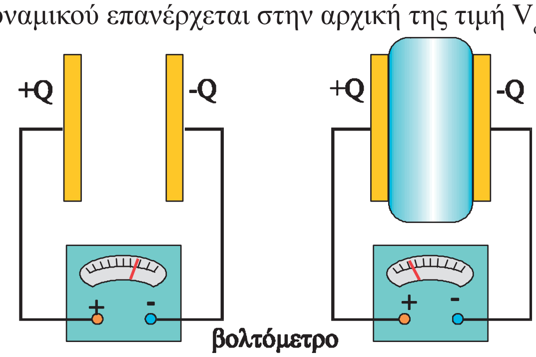
Διηλεκτρικά ή μονωτές ονομάζονται τα υλικά όπως το λάδι, το γυαλί, το λαδόχαρτο κ.ά., που δεν επιτρέπουν την κίνηση ηλεκτρικών φορτίων στο εσωτερικό τους. Οι περισσότεροι πυκνωτές έχουν ένα διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς τους. Ένας συνηθισμένος τύπος πυκνωτή αποτελείται από δύο μακριές λουρίδες μεταλλικών φύλλων, που είναι οι οπλισμοί, ανάμεσα στις οποίες βρίσκεται ένα φύλλο πλαστικού. Ένα τέτοιο σύστημα «σάντουιτς» (σχ. 5.40) τυλίγεται σε μορφή ρολού και ο πυκνωτής που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο μπορεί να έχει χωρητικότητα αρκετά μικροφαράντ.



Σχ. 5.40 Πυκνωτής «σάντουιτς». Αποτελείται από δυο μεταλλικά φύλλα που διαχωρίζονται από διηλεκτρικό.

Η τοποθέτηση διηλεκτρικού μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή εξυπηρετεί τρεις λειτουργίες. **α)** λύνει το πρόβλημα της συγκράτησης των οπλισμών του πυκνωτή σε μικρή απόσταση μεταξύ τους χωρίς να έρχονται σε επαφή (οι οπλισμοί του πυκνωτή επειδή έχουν αντίθετα φορτία, έλκονται και έχουν την τάση να ακουμπήσουν). **β)** πολλές φορές τα ηλεκτρικά πεδία που δημιουργούνται ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι πολύ ισχυρά και υπάρχει ο κίνδυνος να δημιουργηθεί σπινθήρας, ο οποίος καταστρέφει τον πυκνωτή. Επειδή πολλοί μονωτές αντέχουν σε ισχυρότερα πεδία από τα πεδία που αντέχει ο αέρας είναι προτιμότερη η χρήση τους. **Η μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται διηλεκτρική αντοχή.** **γ)** με τη χρήση διηλεκτρικού αυξάνεται η χωρητικότητα ενός πυκνωτή.

Το τελευταίο μπορούμε να το παρατηρήσουμε εύκολα ως εξής. Με ένα βολτόμετρο μετράμε τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς ενός φορτισμένου πυκνωτή που έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Έστω ότι μας δείχνει τιμή V_o. Αν ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή βάλουμε ένα φύλλο διηλεκτρικού -γυαλί, χαρτί, πλαστικό- η διαφορά δυναμικού παίρνει τιμή V μικρότερη από την αρχική. Όταν απομακρύνουμε το διηλεκτρικό η διαφορά δυναμικού επανέρχεται στην αρχική της τιμή V_o.



Σχ. 5.41 Εάν τοποθετήσουμε διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς φορτισμένου πυκνωτή το βολτόμετρο δείχνει ότι η διαφορά δυναμικού μειώνεται.

Αφού με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η τάση ελαττώνεται ενώ το φορτίο παραμένει αμετάβλητο, η χωρητικότητα του πυκνωτή αυξάνεται.

Αν η χωρητικότητα του πυκνωτή με το διηλεκτρικό είναι C ενώ χωρίς το διηλεκτρικό είναι C_o, **ο λόγος**

$$\boxed{K = \frac{C}{C_o}} \qquad (5.49)$$

λέγεται διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Η διηλεκτρική σταθερά K είναι καθαρός αριθμός, μεγαλύτερος της μονάδας και χαρακτηρίζει το υλικό.

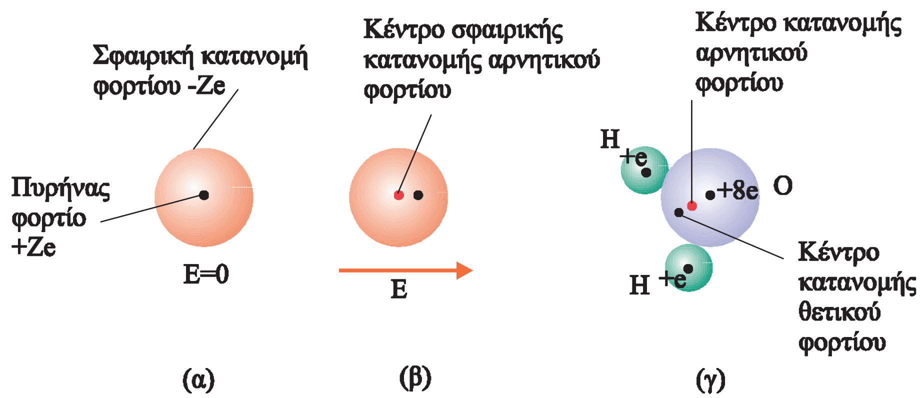
Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή με διηλεκτρικό είναι:

$$C = K\,C_o \qquad \text{ή} \qquad C = K\,\varepsilon_o \frac{A}{d}$$

Ας δούμε όμως πού οφείλεται η αύξηση της χωρητικότητας ενός πυκνωτή όταν ανάμεσα στους οπλισμούς του τοποθετηθεί διηλεκτρικό.

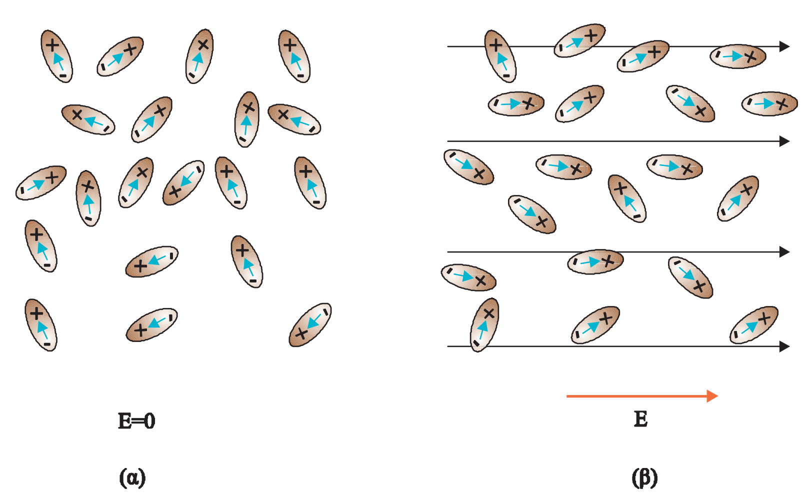
Από τη σχέση C = Q/V προκύπτει ότι εφ' όσον το φορτίο παραμένει αμετάβλητο και η χωρητικότητα αυξάνεται κατά τον παράγοντα K, με την εισαγωγή του διηλεκτρικού η τάση του πυκνωτή ελαττώνεται κατά τον ίδιο παράγοντα (K). Γνωρίζουμε ότι στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ή ένταση είναι E = V/d. Αφού η τάση του πυκνωτή ελαττώνεται κατά τον παράγοντα K και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του γίνεται K φορές μικρότερη. Επομένως τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο πρέπει να έχουν μειωθεί. Αν και το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή παραμένει αμετάβλητο, το ηλεκτρικό του πεδίο προκαλεί ανακατανομή στα φορτία του διηλεκτρικού. Το φαινόμενο ονομάζεται **πόλωση**.

Τα μόρια του διηλεκτρικού ή είναι δίπολα ή γίνονται δίπολα όταν εισάγονται σε ηλεκτρικό πεδίο (σχ. 5.42).



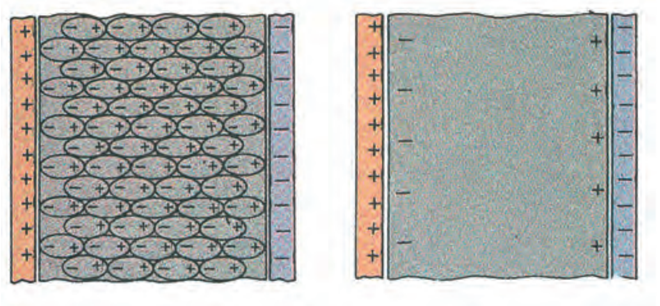
Σχ. 5.42 (α) Ένα απλό μονοατομικό μόριο εκτός ηλεκτρικού πεδίου δεν είναι δίπολο. Το κέντρο της κατανομής του αρνητικού φορτίου συμπίπτει με τον πυρήνα όπου είναι συγκεντρωμένο το θετικό φορτίο. (β) Το ίδιο μόριο όταν βρίσκεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο μετατρέπεται σε δίπολο. (γ) Κάποια μόρια, όπως αυτό του νερού, είναι δίπολα από την κατασκευή τους, είτε βρίσκονται σε ηλεκτρικό πεδίο είτε όχι.

Τα δίπολα αυτά προσανατολίζονται όταν βρεθούν στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή (σχ. 5.43).



Σχ. 5.43 (α) Όταν τα δίπολα βρίσκονται εκτός ηλεκτρικού πεδίου είναι τυχαία προσανατολισμένα. (β) Τα δίπολα που βρίσκονται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο τείνουν να ευθυγραμμισθούν με αυτό. Η ευθυγράμμιση δεν είναι απόλυτη, λόγω της θερμικής κίνησης των μορίων.

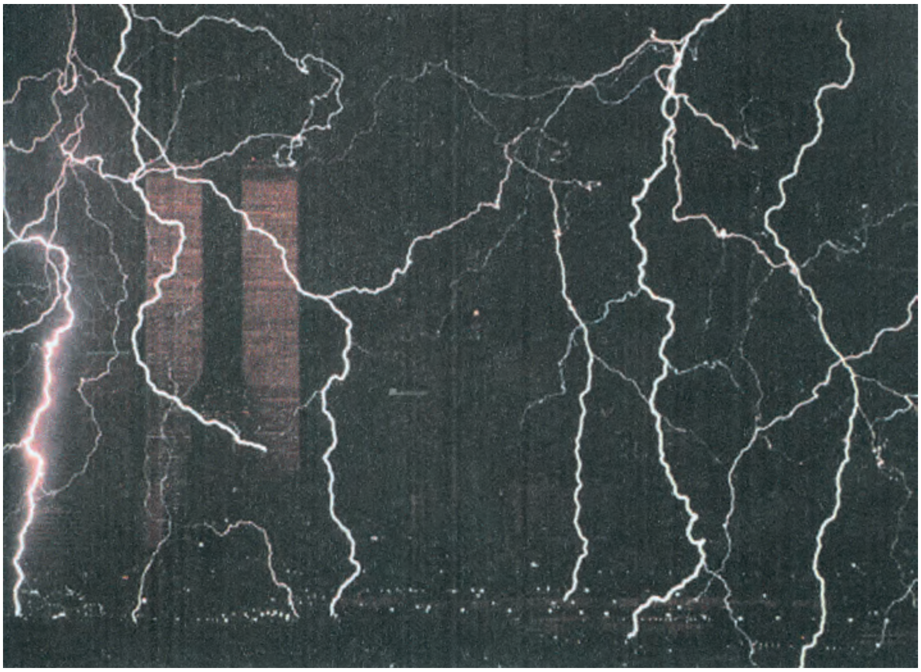
Ο προσανατολισμός των διπόλων έχει ως αποτέλεσμα η επιφάνεια του διηλεκτρικού που βρίσκεται σε επαφή με τον θετικό οπλισμό να εμφανίζει αρνητικό φορτίο και η επιφάνεια που βρίσκεται σε επαφή με τον αρνητικό οπλισμό, θετικό φορτίο (σχ. 5.44). Έτσι το συνολικό φορτίο που δημιουργεί το πεδίο είναι μικρότερο από το φορτίο που φέρουν οι οπλισμοί.



Σχ. 5.44 Το διηλεκτρικό μέσα στο ομογενές πεδίο του πυκνωτή πολώνεται. Τα επαγόμενα φορτία στις επιφάνειες του διηλεκτρικού ελαττώνουν το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του πυκνωτή.

Η διηλεκτρική σταθερά και η διηλεκτρική αντοχή διαφόρων υλικών

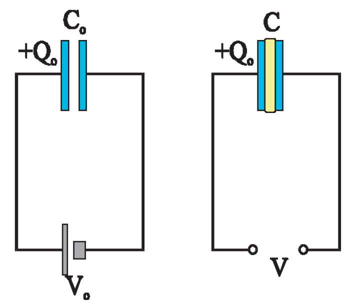
Υλικό	Διηλεκτρική σταθερά K	Διηλεκτρική αντοχή (V/m)
Κενό	1	Άπειρη
Αέρας	1,00059	$3\ 10^6$
Γυαλί	5,6	$14\ 10^6$
Νάιλον	3,4	$14\ 10^6$
Χαρτί	3,7	$16\ 10^6$
Λάδι σιλικόνης	2,5	$15\ 10^6$



Εικ. 5.8 Καταιγίδα πάνω από το Manhattan. Όταν η ένταση του πεδίου ανάμεσα στα σύννεφα και την επιφάνεια της Γης γίνει μεγαλύτερη από τη διηλεκτρική αντοχή του αέρα ο αέρας γίνεται αγώγιμος. Με τους κεραυνούς μεγάλες ποσότητες φορτίου μεταφέρονται, μέσω του αέρα, στη Γη. Κάθε κεραυνός φέρει περίπου 10^{20} ηλεκτρόνια.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.11

Φορτίζουμε πυκνωτή χωρητικότητας C_o, σε τάση V_o. Στη συνέχεια αποσυνδέουμε την πηγή και εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή διηλεκτρικό με διηλεκτρική σταθερά K. Βρείτε την τάση του πυκνωτή μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού.



Σχ. 5.45

Απάντηση:

Το φορτίο που απέκτησε ο πυκνωτής κατά τη φόρτισή του είναι

$$Q_o = C_o V_o \qquad (5.50)$$

Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, το φορτίο του παραμένει το ίδιο, αφού ο πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή, όμως η χωρητικότητά του έγινε

$$C = KC_o \qquad (5.51)$$

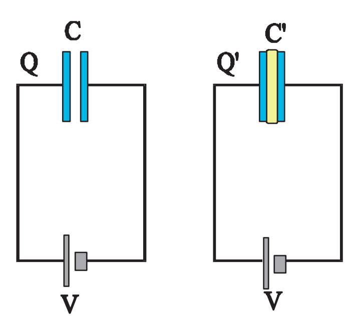
Αν V η τάση του πυκνωτή μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού είναι

$$V = \frac{Q_o}{C} \text{ και λόγω των (5.50) και (5.51) } V = \frac{C_o V_o}{KC_o} = \frac{V_o}{K}$$

Παρατηρούμε ότι η τάση του πυκνωτή είναι K φορές μικρότερη από την αρχική.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.12

Επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C = 5 μF, συνδέεται με πηγή τάσης V = 10 V. Χωρίς να αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την πηγή, εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του μια πλάκα διηλεκτρικού, διηλεκτρικής σταθεράς K = 5, που καταλαμβάνει ολόκληρο το χώρο μεταξύ των οπλισμών του. Να υπολογιστεί η αύξηση του φορτίου, που προκάλεσε η εισαγωγή του διηλεκτρικού.



Σχ. 5.46

Απάντηση:

Το φορτίο του πυκνωτή, πριν εισαχθεί το διηλεκτρικό, ήταν:

$$Q = C\,V = 50\ \mu C$$

Μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού η χωρητικότητα του πυκνωτή έγινε C΄:

$$C' = K\,C = 25\ \mu F$$

Εφ' όσον ο πυκνωτής παρέμεινε συνδεδεμένος με την πηγή, η τάση στους οπλισμούς του έμεινε σταθερή, ίση με την τάση V της πηγής.

Το φορτίο του, μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού, είναι:

$$Q' = C'\,V = 250\ \mu C$$

Επομένως η αύξηση φορτίου που προκάλεσε η εισαγωγή του διηλεκτρικού στον πυκνωτή είναι:

$$Q' - Q = 200\ \mu C$$

5-12 ΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Δύο σώματα με πολύ μικρές διαστάσεις (σημειακές μάζες), που έχουν μάζες m_1 και m_2 και βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, έλκονται με δύναμη που έχει μέτρο

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

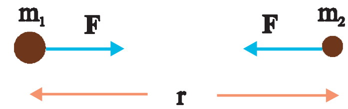
όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης, $G = 6,673 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$. Η δύναμη αυτή, όπως και η δύναμη Coulomb, είναι **διατηρητική και κεντρική**[1].

Η παραπάνω σχέση δίνει και τη δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ δύο ομογενών σφαιρικών μαζών m_1 και m_2. Στην περίπτωση αυτή απόσταση r είναι η απόσταση μεταξύ των κέντρων των σφαιρών και οι ελκτικές δυνάμεις έχουν σημεία εφαρμογής τα κέντρα των σφαιρών.

Η έλξη ανάμεσα σε δύο σώματα, με αίτιο το ότι έχουν μάζα, είναι δύναμη από απόσταση. Η αλληλεπίδραση μεταξύ μαζών περιγράφεται με την έννοια του πεδίου. Κάθε μάζα δημιουργεί γύρω της πεδίο. Αν κάποια μάζα βρεθεί μέσα στο πεδίο, το πεδίο τής ασκεί δύναμη.

Το πεδίο που δημιουργείται από μάζες ονομάζεται βαρυτικό πεδίο ή πεδίο βαρύτητας.

Βαρυτικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο κάθε μάζα δέχεται δύναμη.

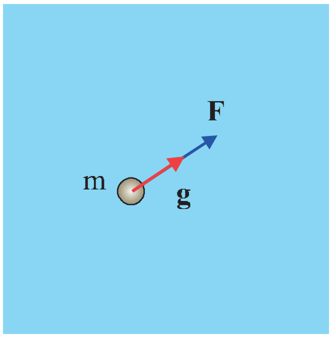


Σχ. 5.47 Δυο σημειακές μάζες που απέχουν απόσταση r έλκονται με δύναμη που είναι ανάλογη του γινομένου των μαζών και αντίστροφα ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους.

Εικ. 5.9 Τμήμα του γαλαξία μας. Η συγκρότηση και η κίνηση των γαλαξιών οφείλεται σε βαρυτικές δυνάμεις. Η φωτεινή γραμμή που φαίνεται στη φωτογραφία είναι η τροχιά ενός μετεωρίτη που διασχίζει τη γήινη ατμόσφαιρα.

---

[1] Κεντρικές λέγονται οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ δύο σωμάτων και των οποίων ο φορέας συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα κέντρα μάζας των σωμάτων.



Σχ. 5.48 Εάν σ' ένα σημείο του χώρου που καταλαμβάνει το βαρυτικό πεδίο βρεθεί μια μάζα m θα δεχθεί δύναμη. Η δύναμη είναι πάντα ομόρροπη της έντασης.

Για την περιγραφή του βαρυτικού πεδίου χρησιμοποιούμε τα μεγέθη ένταση και δυναμικό.

Ένταση (g) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο της δύναμης (F) που θα δεχτεί μια μάζα (m) αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο, προς τη μάζα αυτή

$$\boxed{\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m}} \qquad (5.52)$$

Η ένταση έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα της έντασης είναι το 1 N / kg ή 1 m / s², δηλαδή μετριέται σε μονάδες επιτάχυνσης.

Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο στο πεδίο βαρύτητας είναι $\boldsymbol{\alpha} = \frac{\mathbf{F}}{m}$ και από τη (5.52) προκύπτει ότι $\mathbf{g} = \boldsymbol{\alpha}$, επομένως:

Στο πεδίο βαρύτητας, η ένταση του πεδίου σε ένα σημείο ταυτίζεται με την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ένα σώμα αν αφεθεί ελεύθερο σε εκείνο το σημείο.

Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτροστατικό πεδίο, **είναι διατηρητικό**. Επομένως για την περιγραφή του είναι χρήσιμο το μέγεθος δυναμικό που ορίζεται με τρόπο ανάλογο. Συγκεκριμένα:

Δυναμικό (V) του πεδίου βαρύτητας, σε ένα του σημείο Α, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, όταν μεταφέρεται μάζα m από το σημείο Α στο άπειρο, προς τη μάζα αυτή.

$$\boxed{V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{m}}$$

Μονάδα δυναμικού του βαρυτικού πεδίου είναι το 1 J / kg

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β του πεδίου βαρύτητας ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου, κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, προς τη μάζα αυτή.

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{m}}$$

Η διαφορά δυναμικού εκφράζει το έργο της δύναμης του πεδίου ανά μονάδα μάζας κατά τη μετακίνηση μιας μάζας από το σημείο Α στο σημείο Β.

Το πεδίο που δημιουργείται από σημειακή μάζα

Η ένταση βαρυτικού πεδίου

Έστω μια σημειακή μάζα M. Για να βρούμε την ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί η μάζα M σε σημείο Α που απέχει απόσταση r απ' αυτήν, τοποθετούμε στο σημείο αυτό μάζα m.

Η μάζα m δέχεται από τη μάζα M δύναμη

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \tag{5.53}$$

Η ένταση του πεδίου στο σημείο Α είναι

$$g = \frac{F}{m} \tag{5.54}$$

Αντικαθιστώντας την (5.53) στην (5.54) έχουμε

$$\boxed{g = G\frac{M}{r^2}} \tag{5.55}$$

Το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργεί η σημειακή μάζα M σε σημείο Α, που απέχει απόσταση r από το υλικό σημείο, έχει τιμή

$$\boxed{V_A = -G\frac{M}{r}} \tag{5.56}$$

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο υλικών σημείων με μάζες m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r, είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να μεταφερθούν οι μάζες από πολύ μακριά και να τοποθετηθούν στις θέσεις τους και είναι

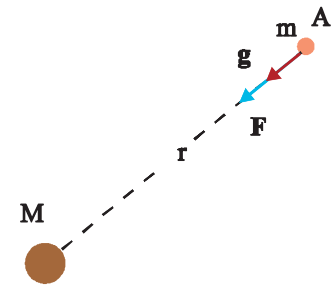
$$\boxed{U = -G\frac{m_1 m_2}{r}} \tag{5.57}$$

Η δυναμική ενέργεια συστήματος τριών υλικών σημείων (σχ. 5.50) υπολογίζεται με τρόπο ίδιο με αυτόν που ακολουθήσαμε στην παράγραφο 5-5. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{\gamma} - G\frac{m_1 m_3}{\beta} - G\frac{m_2 m_3}{\alpha}$$

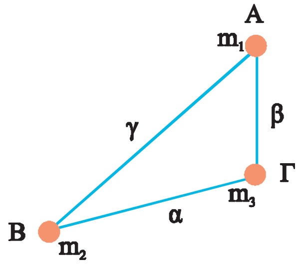
Παρατηρήσεις

1. Μια σφαιρική ομογενής μάζα M συμπεριφέρεται εξωτερικά σαν όλη η μάζα της να είναι συγκεντρωμένη στο κέντρο. Επομένως οι παραπάνω σχέσεις ισχύουν πανομοιότυπα και για την περιγραφή του βαρυτικού πεδίου ομογενούς σφαιρικού σώματος μάζας M ακτίνας R, υπό την προϋπόθεση ότι εξετάζουμε το πεδίο στο χώρο έξω από τη μάζα του σώματος ($r \geq R$). Εδώ τις αποστάσεις τις μετράμε από το κέντρο του σφαιρικού σώματος.
2. Το αρνητικό πρόσημο στη σχέση (5.57) υποδηλώνει ότι για να κάνουμε άπειρη την απόσταση δυο μαζών που βρίσκονται αρχικά σε απόσταση r πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια στο σύστημα.



Σχ. 5.49 Η ένταση του πεδίου που δημιουργεί η σημειακή μάζα M έχει σε κάθε σημείο κατεύθυνση προς τη μάζα.

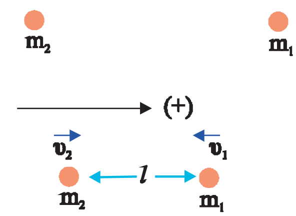

Εικ. 5.10 Το σύστημα Γη-Σελήνη.



Σχ. 5.50 Σύστημα τριών υλικών σημείων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.13

Δυο σφαιρικές μάζες m_1 και m_2 ηρεμούν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί η μια στην άλλη αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησής τους δεν ασκείται σε αυτές άλλη δύναμη, να βρείτε τις ταχύτητες των μαζών τη στιγμή που βρίσκονται σε απόσταση *l* μεταξύ τους. Δίνεται το G.



Σχ. 5.51

Απάντηση:

Εφόσον οι μάζες δε δέχονται άλλες δυνάμεις εκτός από τη μεταξύ τους ελκτική δύναμη, το σύστημά τους είναι απομονωμένο και η ορμή του διατηρείται.
Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση όπου οι μάζες ηρεμούν και ως τελική αυτή όπου οι μάζες απέχουν μεταξύ τους απόσταση *l* θα ισχύει:

$$\mathbf{P}_{\alpha\rho\chi} = \mathbf{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση προς τα δεξιά, η παραπάνω σχέση γράφεται

$$0 = m_2 \upsilon_2 - m_1 \upsilon_1$$

Λύνοντας ως προς υ_1 έχουμε

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{m_2}{m_1} \qquad (5.58)$$

Το πεδίο βαρύτητας είναι διατηρητικό, δηλαδή η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda}$$

οπότε

$$0 = -G\frac{m_1 m_2}{l} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

αντικαθιστώντας τη υ_1 από την (5.58) βρίσκουμε

$$0 = -G\frac{m_1 m_2}{l} + \frac{1}{2}\frac{m_2^2}{m_1}\upsilon_2^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει

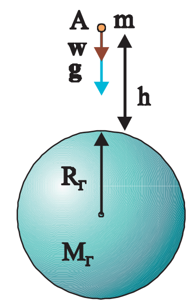
$$\upsilon_2 = m_1\sqrt{\frac{2G}{l(m_1+m_2)}}$$

και από την (5.58) βρίσκουμε

$$\upsilon_1 = m_2\sqrt{\frac{2G}{l(m_1+m_2)}}$$

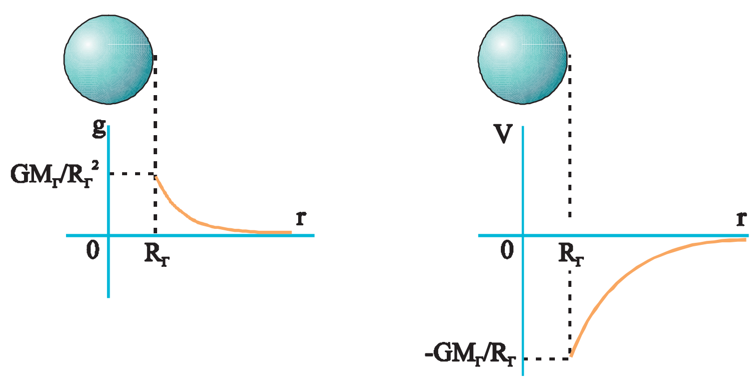
5-13 ΤΟ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΤΗΣ ΓΗΣ

Με ικανοποιητική προσέγγιση, μπορούμε να θεωρήσουμε τη Γη σαν μια ομογενή σφαίρα ακτίνας $R_\Gamma = 6{,}38 \times 10^6$ m και μάζας $M_\Gamma = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg. Το βαρυτικό πεδίο της Γης σε ένα σημείο Α, στο εξωτερικό της θα περιγράφεται από τις σχέσεις (5.55) και (5.56) του πεδίου που δημιουργεί μια σημειακή μάζα. Επειδή συνήθως η θέση ενός σημείου στο πεδίο βαρύτητας της Γης προσδιορίζεται από το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σημείο, είναι σκόπιμο στις σχέσεις αυτές να αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$ όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης. Έτσι οι σχέσεις που δίνουν την ένταση και το δυναμικό στο πεδίο βαρύτητας της Γης -πάντα αναφερόμαστε στον εξωτερικό της χώρο- είναι

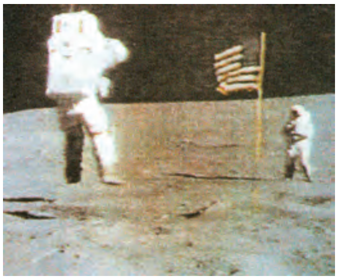


Σχ. 5.52 Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος h, πάνω από την επιφάνεια της Γης.

$$\boxed{g = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}} \quad (5.59) \qquad \text{και} \qquad \boxed{V = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \quad (5.60)$$



Σχ. 5.53 Γραφικές παραστάσεις του μέτρου της έντασης και του δυναμικού σε συνάρτηση με την απόσταση από το κέντρο της Γης, για σημεία που βρίσκονται έξω από αυτή.



Εικ. 5.11 Αστροναύτες στην επιφάνεια της Σελήνης. Παρά τον βαρύ εξοπλισμό τους (180 kg), μπορούν να κάνουν εντυπωσιακά άλματα. Στην επιφάνεια της Σελήνης η ένταση του βαρυτικού πεδίου είναι έξι φορές μικρότερη από αυτή στην επιφάνεια της Γης.

Παρατήρηση

Εάν στη σχέση της έντασης (5.59) θέσουμε h = 0 προκύπτει η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης

$$\boxed{g_o = G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}}$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών βρίσκουμε $g_o = 9{,}8 \text{ m} / \text{s}^2$.

5-14 ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΦΥΓΗΣ - ΜΑΥΡΕΣ ΤΡΥΠΕΣ

Εικ. 5.12 Το διαστημόπλοιο Pioneer εγκαταλείπει το βαρυτικό πεδίο της Γης. Εκτοξεύθηκε το 1973 και τώρα βρίσκεται έξω από τα όρια του ηλιακού μας συστήματος.

Με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ένα αντικείμενο μάζας m, από την επιφάνεια της Γης ώστε να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης;

Για να απλουστεύσουμε το πρόβλημα θα θεωρήσουμε ότι η Γη δεν κινείται, θα αγνοήσουμε τις βαρυτικές επιδράσεις από τα άλλα ουράνια σώματα και θα αγνοήσουμε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται. Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \tag{5.61}$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση αυτή για ένα σημείο πάνω στην επιφάνεια της Γης και για το άπειρο (εκεί όπου δεν υπάρχει πλέον βαρυτική επίδραση και η δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα - Γη είναι μηδέν $U_2 = 0$). Η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε το σώμα είναι εκείνη για την οποία το σώμα θα φτάνει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_2 = 0$.

Από την (5.61) έχουμε

$$K_1 + U_1 = 0 + 0 \qquad \text{οπότε} \qquad \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 + \left(-G\frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma}\right) = 0$$

Λύνοντας ως προς υ_δ βρίσκουμε

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = 11{,}2\ \text{km/s} = 40320\ \text{km/h}$$

Την ταχύτητα υ_δ την ονομάζουμε **ταχύτητα διαφυγής** από την επιφάνεια της Γης.

Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης με τον ίδιο τρόπο προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\boxed{\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}}$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια άλλων ουράνιων σωμάτων. Έτσι για παράδειγμα για τη Σελήνη βρίσκουμε 2,37 km / s, για τον Άρη 4,97 km / s, για το Δία 59,1 km / s και για τον Ήλιο 618 km / s.

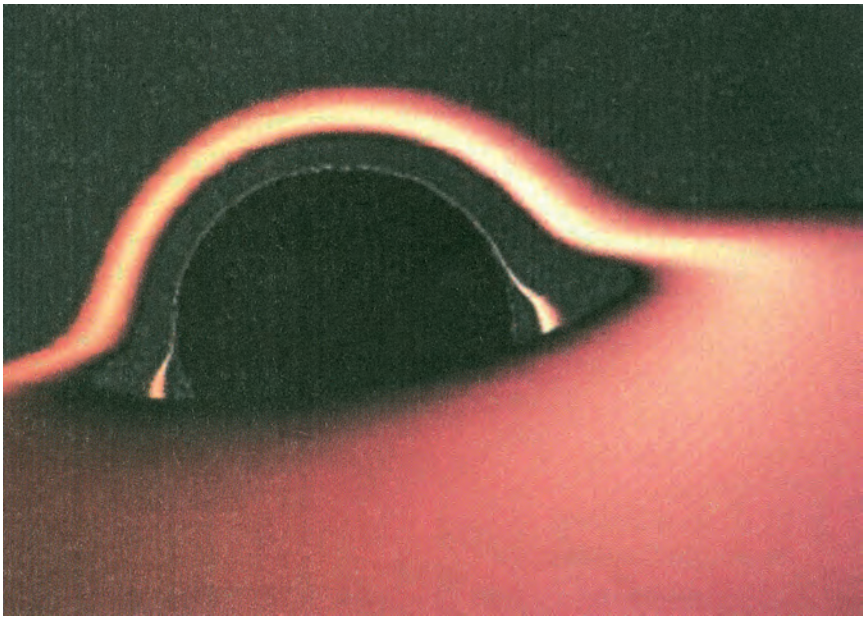
Ας δούμε τώρα το πρόβλημα της ταχύτητας διαφυγής με άλλο τρόπο. Αντί να ψάξουμε να βρούμε με ποια ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα από την επιφάνεια ενός ουράνιου σώματος μάζας M και ακτίνας R ώστε να διαφύγει από τη βαρυτική του έλξη θα βρούμε τι ακτίνα πρέπει να έχει ένα ουράνιο σώμα μάζας M ώστε να μην επιτρέπει σε τίποτα να διαφύγει από την επιφάνειά του.

Η μεγαλύτερη ταχύτητα στη φύση είναι η ταχύτητα του φωτός $c = 3\times10^8 m/s$.

Αν στη σχέση $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ που δίνει την ταχύτητα διαφυγής θέσουμε όπου $\upsilon_\delta = c$ και λύσουμε ως προς R βρίσκουμε $R_S = \frac{2GM}{c^2}$. Η ακτίνα αυτή είναι γνωστή ως **ακτίνα Schwarzschild**. Ένα ουράνιο σώμα μάζας Μ με ακτίνα μικρότερη από αυτή την ακτίνα δεν επιτρέπει σε τίποτε, ούτε καν στο φως, να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητάς του. Ένα τέτοιο σώμα δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμο κάνει όμως αντιληπτή την παρουσία του από τις ισχυρότατες βαρυτικές έλξεις που ασκεί στον περίγυρό του. Τέτοια σώματα στη σύγχρονη φυσική χαρακτηρίζονται **μαύρες τρύπες.**

Οι συνθήκες που επικρατούν στην περιοχή μιας μαύρης τρύπας και οι ταχύτητες διαφυγής για τις οποίες μιλάμε είναι πολύ μακριά από αυτό που ο καθένας μας αντιλαμβάνεται σαν πραγματικότητα και δεν περιγράφονται από τους νόμους της νευτώνειας μηχανικής. Η σχέση που δίνει την ακτίνα Schwarzschild παράγεται λαμβάνοντας υπόψη τις διορθώσεις που επέφερε η θεωρία της σχετικότητας στην κλασική μηχανική. Το γεγονός όμως ότι συμπίπτει με τη σχέση που βρήκαμε για την ταχύτητα διαφυγής χρησιμοποιώντας το νόμο διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μάς επιτρέπει μια πρώτη προσέγγιση στο φαινόμενο.

Για να αποκτήσουμε ένα μέτρο της πυκνότητας στην οποία βρίσκεται η ύλη σε μια μαύρη τρύπα αναφέρουμε ότι για να περιπέσει σε κατάσταση μαύρης τρύπας ο Ήλιος πρέπει να συμπιεσθεί σε μια σφαίρα ακτίνας 3 km, από $6{,}96\times10^5$ km που είναι σήμερα. Όσο για τη Γη θα έπρεπε να συμπιεσθεί σε μια σφαίρα ακτίνας 9 mm. Δηλαδή όλη η μάζα της θα έπρεπε να συγκεντρωθεί σ' ένα μπαλάκι μεγέθους ίσου με αυτό του πινγκ πονγκ.



Εικ. 5.13 Προσομοίωση μαύρης τρύπας σε υπολογιστή. Η ύλη έλκεται από μια μαύρη τρύπα σχηματίζοντας γύρω της έναν περιστρεφόμενο δίσκο. Τα άτομα των αερίων που σχηματίζουν το δίσκο επιταχυνόμενα αποκτούν τόση ενέργεια ώστε μετατρέπονται σε ισχυρότατες πηγές ακτίνων X. Σε περιοχές του σύμπαντος όπου ανιχνεύουμε ασυνήθιστα μεγάλης έντασης εκπομπή ακτινοβολίας X υποπτευόμαστε την ύπαρξη μιας μαύρης τρύπας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5.14

Από το σημείο Α του πεδίου βαρύτητας της Γης, που βρίσκεται σε ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης ($R_Γ$ η ακτίνα της Γης), βάλλεται προς το Διάστημα ένα σώμα με ταχύτητα $υ_o = 16 \times 10^3 \ m/s$. Να εξετάσετε αν το σώμα θα διαφύγει από τη βαρυτική έλξη της Γης. Αν θα διαφύγει να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάσει σε πολύ μεγάλη απόσταση από τη Γη. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400 \ km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_o = 10 \ m/s^2$.

Απάντηση: α) Η ταχύτητα διαφυγής, σε ύψος h, δίνεται από τη σχέση $υ_δ = \sqrt{\dfrac{2GM_Γ}{R_Γ + h}}$.

Αν στη θέση του h βάλουμε την ακτίνα της Γης

έχουμε
$$υ_δ = \sqrt{\frac{2GM_Γ}{2R_Γ}} = \sqrt{\frac{GM_Γ}{R_Γ}} \tag{5.62}$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι
$$g_o = \frac{GM_Γ}{R_Γ^2} \quad \text{οπότε} \quad GM_Γ = g_o R_Γ^2 \tag{5.63}$$

Αντικαθιστώντας την (5.63) στην (5.62) έχουμε $υ_δ = \sqrt{g_o R_Γ} = 8 \times 10^3 \, m/s$

Επειδή $υ_o > υ_δ$ το σώμα θα διαφύγει.

β) Έστω υ η ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο άπειρο. Για τον υπολογισμό της θα εφαρμόσουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α μέχρι το άπειρο.
$$W = K_\infty - K_A \quad \text{οπότε} \quad (V_A - V_\infty) m = \frac{1}{2} m υ^2 - \frac{1}{2} m υ_o^2 \tag{5.64}$$

Είναι $V_\infty = 0$ και $V_A = -\dfrac{GM_Γ}{2R_Γ}$ που λόγω της (5.63) γίνεται $V_A = -\dfrac{g_o R_Γ}{2}$

Αντικαθιστώντας στην (5.64) έχουμε
$$-g_o R_Γ = υ^2 - υ_o^2 \quad \text{επομένως} \quad υ = \sqrt{υ_o^2 - g_o R_Γ} = 8\sqrt{3} \times 10^3 \, m/s$$

5-15 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Η μαθηματική ομοιότητα ανάμεσα στο νόμο του Coulomb και το νόμο της παγκόσμιας έλξης (και οι δύο δυνάμεις είναι αντίστροφα ανάλογες με το τετράγωνο της απόστασης), καθώς και το γεγονός ότι και οι δυο είναι διατηρητικές και κεντρικές, οδηγεί σε σκέψεις ότι υπάρχουν και περαιτέρω αναλογίες ανάμεσα στα δύο πεδία.

Στην πραγματικότητα όμως πρόκειται για δύο πεδία στα οποία οι διαφορές είναι περισσότερες από τις ομοιότητες.

Ενδεικτικά αναφέρουμε κάποιες διαφορές.

- Υπάρχουν δύο ειδών ηλεκτρικά φορτία ενώ υπάρχει ένα είδος μάζας.
- Οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις είναι είτε απωστικές είτε ελκτικές ενώ οι βαρυτικές μόνο ελκτικές.
- Οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις εξαρτώνται από το είδος του υλικού που υπάρχει ανάμεσα στα φορτία, ενώ οι βαρυτικές δυνάμεις δεν εξαρτώνται από το υλικό που υπάρχει ανάμεσα στις μάζες.

ΣΥΝΟΨΗ

Πεδίο ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο αν βρεθεί το κατάλληλο κάθε φορά υπόθεμα δέχεται δύναμη.

Ένταση σ' ένα σημείο Α ενός ηλεκτροστατικού πεδίου είναι το σταθερό πηλίκο της δύναμης που ασκείται από το πεδίο σ' ένα φορτίο q που θα βρεθεί στο σημείο Α προς το φορτίο αυτό.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q}$$

Η φορά της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου συμπίπτει με τη φορά της δύναμης που ασκείται σε θετικά φορτία. Το μέτρο της **έντασης πεδίου σημειακού φορτίου** q είναι $E = K_c \frac{|Q|}{r^2}$

Η ηλεκτρική ροή Φ_E που διέρχεται από μια επίπεδη επιφάνεια, εμβαδού Α, η οποία βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε, είναι $\Phi_E = EA\sigma\upsilon\nu\theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει το κάθετο στην επιφάνεια διάνυσμα **Α** με τη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Η ηλεκτρική ροή μετριέται σε μονάδες $N\ m^2/C$.

Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια ισούται με το πηλίκο του ολικού φορτίου που περικλείει η επιφάνεια, προς τη σταθερά ε_o. (**νόμος του Gauss**)

$$\Phi_E = \frac{Q_{\varepsilon\gamma\kappa}}{\varepsilon_o}$$

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα του σημείο Α (συμβολίζεται V_A), ονομάζεται το σταθερό πηλίκο, του έργου της δύναμης του πεδίου που ασκείται σε φορτίο q κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο Α στο άπειρο, προς το φορτίο που μετακινείται.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{q}$$

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος και στο σύστημα SI έχει μονάδα το 1 V = 1 J/C.

Η διαφορά δυναμικού, V_A-V_B, ανάμεσα σε δύο σημεία Α και Β του ηλεκτρικού πεδίου είναι ίση με το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός φορτίου από το σημείο Α στο σημείο Β, προς το φορτίο q.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{q}$$

Το δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ένα σημειακό φορτίο Q σε ένα σημείο του που απέχει από το Q απόσταση r, έχει τιμή

$$V = K_c \frac{Q}{r}$$

Ένας **ηλεκτροστατικά φορτισμένος αγωγός** έχει παντού το ίδιο δυναμικό.

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων q_1 και q_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r είναι

$$U = K_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την μεταξύ τους απόσταση x, μετρημένης κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

$$E = \frac{V}{x}$$

Πυκνωτής ονομάζεται το σύστημα δύο γειτονικών αγωγών (οπλισμοί) που χωρίζονται μεταξύ τους με κάποιο μονωτικό υλικό. Οι αγωγοί φορτίζονται με φορτία +Q και -Q.
Χωρητικότητα C ενός πυκνωτή ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του φορτίου του προς την τάση του.

$$C = \frac{Q}{V}$$

Μονάδα χωρητικότητας είναι το Farad (F). 1 F = 1 C/V.
Η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη με την επιφάνεια A των οπλισμών και αντίστροφα ανάλογη με την απόσταση d μεταξύ των οπλισμών $C = \varepsilon_o \frac{A}{d}$

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται από τα γεωμετρικά στοιχεία της διάταξης (δηλαδή από το μέγεθος, το σχήμα, τις σχετικές θέσεις των δύο αγωγών) και από το είδος του μονωτικού υλικού (ονομάζεται και διηλεκτρικό) ανάμεσα στους οπλισμούς του.

Η ενέργεια που έχει αποθηκευμένη ένας φορτισμένος πυκνωτής είναι

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

Η μέγιστη ένταση ηλεκτρικού πεδίου στην οποία αντέχει ένας μονωτής ονομάζεται **διηλεκτρική αντοχή**. Ένας μονωτής (διηλεκτρικό) μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή απομονώνει τους οπλισμούς, έχει μεγαλύτερη διηλεκτρική αντοχή από τον αέρα, αυξάνει τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Ονομάζουμε **διηλεκτρική σταθερά K ενός υλικού**, το λόγο της χωρητικότητας του πυκνωτή με το διηλεκτρικό προς τη χωρητικότητα του πυκνωτή χωρίς το διηλεκτρικό.

$$K = \frac{C}{C_o}$$

Η βαρυτική έλξη ανάμεσα σε δύο σώματα με πολύ μικρές διαστάσεις (σημειακές μάζες) που έχουν μάζες m_1 και m_2 και βρίσκονται σε απόσταση r μεταξύ τους, έχει μέτρο ίσο με

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G η σταθερά παγκοσμίου έλξεως, $G = 6,673 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$. Η δύναμη αυτή είναι διατηρητική και κεντρική.

Πεδίο βαρύτητας ονομάζεται ο χώρος εκείνος στον οποίο αν βρεθεί κάποια μάζα θα δεχτεί δύναμη.
Ένταση (g) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο της δύναμης (F) που θα δεχτεί μια μάζα (m) αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο, προς τη μάζα αυτή

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

Μονάδα της έντασης του βαρυτικού πεδίου είναι το 1 N / kg ή 1 m / s^2.

Δυναμικό (V) του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο A, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μάζας m από το σημείο A στο άπειρο, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A = \frac{W_{A\to\infty}}{m}$$

Μονάδα δυναμικού του βαρυτικού πεδίου είναι το 1 J / kg.

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων A και B του πεδίου βαρύτητας ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο A στο σημείο B, προς τη μάζα αυτή.

$$V_A - V_B = \frac{W_{A\to B}}{m}$$

Η ένταση σε ένα σημείο Α βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από μια σημειακή μάζα Μ είναι

$$g_A = G\frac{M}{r^2}$$

Το δυναμικό βαρυτικού πεδίου σημειακής μάζας Μ σε σημείο Α που απέχει απόσταση r από αυτήν είναι

$$V_A = -G\frac{M}{r}$$

Η δυναμική ενέργεια συστήματος δύο σημειακών μαζών m_1, m_2, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση r είναι

$$U = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Ταχύτητα διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης είναι η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί ένα σώμα από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, για να διαφύγει από το βαρυτικό της πεδίο.

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Το φαινόμενο της παλίρροιας

Αποτέλεσμα των βαρυτικών έλξεων της Σελήνης και του Ήλιου, σε μερικές περιοχές το φαινόμενο της παλίρροιας μπορεί να είναι θεαματικό, όπως συμβαίνει στον κόλπο του Fundy, που δείχνει η φωτογραφία. Αναζητήστε, με τη βοήθεια του καθηγητή σας σχετική βιβλιογραφία για το φαινόμενο.

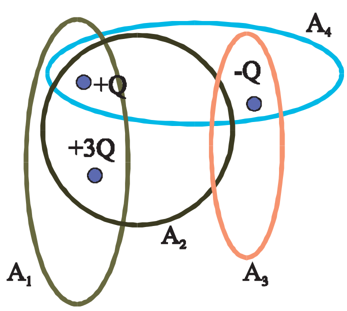
Το θέμα προσφέρεται για μια σύντομη εργασία.

Εικ. 5.14 Το φαινόμενο της άμπωτης και της πλημμυρίδας στον κόλπο του Fundy στον Καναδά.

Ηλεκτρική ροή - Νόμος του Gauss

1 Η ηλεκτρική ροή που περνάει από μια κλειστή επιφάνεια εξαρτάται:
α) Μόνο από το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.
β) Από το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια και από το σχήμα της.
γ) Από το συνολικό φορτίο που δημιουργεί το πεδίο, δηλαδή από φορτία που βρίσκονται εντός ή εκτός της επιφάνειας.
δ) Από το συνολικό φορτίο που υπάρχει μέσα και έξω από την επιφάνεια και από το σχήμα της.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

2 Σε μια κλειστή επιφάνεια εισέρχονται περισσότερες δυναμικές γραμμές από όσες εξέρχονται. Τι συμπεραίνετε για το είδος του φορτίου που περικλείει η επιφάνεια;



Σχ. 5.54

3 Στο σχήμα 5.54 απεικονίζονται τέσσερις κλειστές επιφάνειες A_1, A_2, A_3, A_4 καθώς και τα φορτία +Q, -Q και +3Q. Αν $Φ_1$, $Φ_2$, $Φ_3$ και $Φ_4$ είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την αντίστοιχη επιφάνεια. Αντιστοιχίστε στα στοιχεία της πρώτης στήλης στοιχεία της δεύτερης.

	$-Q/ε_o$
$Φ_1$	$2Q/ε_o$
$Φ_2$	$3Q/ε_o$
$Φ_3$	0
$Φ_4$	$4Q/ε_o$
	-Q

4 Στο εσωτερικό μιας σφαίρας υπάρχουν τα φορτία +Q και -Q. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές;
α) Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από τη σφαίρα είναι μηδέν.
β) Την επιφάνεια της σφαίρας δεν τη διαπερνούν δυναμικές γραμμές.
γ) Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στην επιφάνεια της σφαίρας είναι μηδέν.
δ) Ο αριθμός των δυναμικών γραμμών που εισέρχονται στη σφαίρα είναι ίσος με τον αριθμό των δυναμικών γραμμών που εξέρχονται από αυτήν.

5 Ένα σημειακό φορτίο βρίσκεται στο κέντρο σφαιρικής επιφάνειας. Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια μεταβάλλεται όταν:
α) το φορτίο μετακινηθεί από το κέντρο αλλά παραμένει μέσα στην σφαίρα.
β) το φορτίο μετακινηθεί έξω από τη σφαίρα.
γ) τοποθετηθεί δεύτερο φορτίο κοντά, αλλά έξω από τη σφαίρα.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

6 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν και αφορούν στο φορτίο και το ηλεκτρικό πεδίο φορτισμένου σφαιρικού αγωγού είναι σωστές;
α) Το φορτίο του αγωγού κατανέμεται ομοιόμορφα σε όλο το χώρο που καταλαμβάνει.
β) Στο εσωτερικό του ο αγωγός δεν είναι φορτισμένος.

γ) Το πεδίο έξω από τον αγωγό είναι όμοιο με το πεδίο που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο.

δ) Στο εσωτερικό του αγωγού, το μέτρο της έντασης είναι αντίστροφα ανάλογο της απόστασης από το κέντρο του σφαιρικού αγωγού.

7 Να παρασταθεί γραφικά το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί σφαιρικός φορτισμένος αγωγός ακτίνας R, σε συνάρτηση με την απόσταση x από το κέντρο του αγωγού, για $x < R$ και $x > R$.

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου - ενέργεια συστήματος σημειακών φορτίων

8 Φορτίο q, μετακινείται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, από το σημείο Α στο σημείο Β. Το έργο της δύναμης του πεδίου:

α) Είναι μικρότερο αν το φορτίο ακολουθήσει την πιο σύντομη διαδρομή.

β) Είναι ίδιο σε όλες τις δυνατές διαδρομές.

γ) Εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία μετακινείται το φορτίο.

δ) Εξαρτάται από το πόσο χρόνο διαρκεί η μετακίνηση.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

9 Συμπληρώστε τα κενά.

Εάν μετακινηθεί ένα σημειακό φορτίο q από σημείο Α σε σημείο Β, μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ίσο με το γινόμενο …. ………. ………. των δύο σημείων επί το φορτίο q που μετακινείται. Το έργο αυτό είναι ανεξάρτητο …………….. που ακολουθεί το φορτίο κατά τη μετακίνησή του από το Α στο Β. Τέτοια πεδία, όπως το ηλεκτρικό, που το έργο τους εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση του σώματος που μετακινείται ονομάζονται ……………..

10 Το ηλεκτρονιοβόλτ (eV) είναι

α) Το φορτίο του ηλεκτρονίου;

β) Μονάδα δυναμικού;

γ) Μονάδα έντασης ηλεκτρικού πεδίου;

δ) Μονάδα έργου ή ενέργειας;

11 Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο που απέχει απόσταση r από το σημειακό φορτίο στο οποίο οφείλεται το πεδίο είναι -200 V. Ένα άλλο σημείο που απέχει απόσταση 2r από το σημειακό φορτίο έχει δυναμικό α) -100 V; β) -50 V; γ) -200 V; δ) -400 V;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

12 Δύο σημειακά φορτία +Q και -Q είναι τοποθετημένα στα σημεία Α και Β ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. Ποια από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστή;

α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο Μ του τμήματος ΑΒ είναι μηδέν.

β) Το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου στο μέσο Μ του τμήματος ΑΒ είναι μηδέν.

γ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι μηδέν.
δ) Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι θετική.

13 Διατρέχοντας μια δυναμική γραμμή κατά τη φορά της έντασης, τα δυναμικά
α) Αυξάνονται.
β) Ελαττώνονται.
γ) Έχουν την ίδια τιμή.
δ) Τίποτα από τα παραπάνω.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

14 Ένα αρνητικό φορτίο, αφήνεται μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Το φορτίο θα κινηθεί:
α) Προς τα εκεί που τα δυναμικά αυξάνονται.
β) Προς τα εκεί που τα δυναμικά μειώνονται.
γ) Προς την κατεύθυνση που το δυναμικό έχει την ίδια τιμή.
δ) Η κατεύθυνση στην οποία θα κινηθεί δεν έχει να κάνει με το δυναμικό.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

15 Δικαιολογήστε την πρόταση: «Το δυναμικό ενός ηλεκτροστατικά φορτισμένου αγωγού είναι ίδιο σε όλα του τα σημεία».

16 Να παρασταθεί γραφικά το δυναμικό σφαιρικού αγωγού ακτίνας R, φορτισμένου με θετικό φορτίο Q, σε συνάρτηση με την απόσταση x από το κέντρο του, για $x < R$ και $x > R$.

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

17 Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, που βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο
α) δεν εξαρτάται από την απόσταση των σημείων Α και Β.
β) είναι ανάλογη με την απόστασή τους.
γ) είναι ανάλογη με το τετράγωνο της απόστασής τους.
δ) είναι αντίστροφα ανάλογη με την απόστασή τους.
Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

18 Ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με ταχύτητα $υ_ο$ παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, στην κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών. Η κίνηση που θα κάνει είναι:
α) Ευθύγραμμη ομαλή.
β) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

19 Ένα ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με ταχύτητα $υ_ο$ κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου. Η κίνηση που θα κάνει
α) είναι ευθύγραμμη ομαλή.
β) είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
γ) έχει σταθερή επιτάχυνση.
δ) είναι κυκλική.
Ποια πρόταση είναι σωστή;

20 Η επιτάχυνση που αποκτάει φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

α) Μένει σταθερή.
β) Έχει σταθερό μέτρο αλλά η κατεύθυνσή της εξαρτάται από την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του σωματιδίου.
γ) Είναι ανάλογη με τη μάζα του.
δ) Είναι αντίστροφα ανάλογη με το φορτίο του.
ε) Είναι ανάλογη με την ένταση του πεδίου.

Επιλέξτε τις σωστές προτάσεις.

21 Πρωτόνια και πυρήνες He (He: ήλιον, ατομικός αριθμός 2, μαζικός αριθμός 4) βάλλονται με την ίδια ταχύτητα κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ζεύγος φορτισμένων πλακιδίων. Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Ο χρόνος κίνησης όλων των σωματιδίων μέσα στο πεδίο είναι ίδιος.
β) Η δύναμη που δέχονται οι πυρήνες ηλίου είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη που δέχονται τα πρωτόνια.
γ) Τα πρωτόνια αποκτούν μεγαλύτερη επιτάχυνση από τους πυρήνες ηλίου.
δ) Οι πυρήνες του ηλίου υφίστανται τη μεγαλύτερη εκτροπή.

22 Δέσμη ηλεκτρονίων, με την ίδια ταχύτητα, εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από ζεύγος φορτισμένων πλακιδίων. Αν αυξηθεί η τάση ανάμεσα στα φορτισμένα πλακίδια που δημιουργούν το πεδίο:

1) Ο χρόνος εξόδου των ηλεκτρονίων από το πεδίο:
α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει ίδιος;
2) Η εκτροπή που υφίσταται η δέσμη από το πεδίο:
α) αυξάνεται; β) μειώνεται; γ) παραμένει ίδια;

Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις.

23 Με ποιο τρόπο παράγονται και επιταχύνονται τα ηλεκτρόνια στον καθοδικό σωλήνα; Σε τι χρησιμεύουν τα πλακίδια απόκλισης στον καθοδικό σωλήνα; Γιατί είναι απαραίτητο στο εσωτερικό του να υπάρχει κενό αέρα;

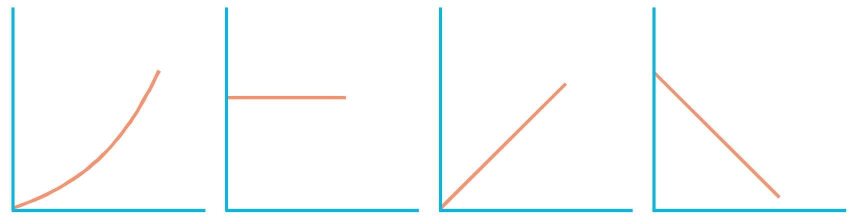
Πυκνωτής και διηλεκτρικά

24 Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται:

α) από το υλικό των οπλισμών του.
β) από την τάση των οπλισμών του.
γ) από το φορτίο του.
δ) από τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά.

Ποια πρόταση είναι σωστή;

25 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει 1) τη χωρητικότητα του πυκνωτή σε συνάρτηση με την τάση του; 2) το φορτίο του πυκνωτή σε συνάρτηση με την τάση του; 3) την ενέργεια του πυκνωτή συναρτήσει της τάσης του;



(α) (β) (γ) (δ)

26 Φορτισμένος πυκνωτής έχει ενέργεια 0,2 J. Αν διπλασιάσουμε την τάση στους οπλισμούς του η ενέργειά του:

α) θα παραμείνει ίδια.
β) θα γίνει 0,4 J.
γ) θα γίνει 0,8 J.
δ) θα γίνει 1,6 J.

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

27 Επίπεδος πυκνωτής χωρητικότητας C φορτίζεται και στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή που τον φόρτισε. Αν μετά την αποσύνδεσή του από την πηγή διπλασιάσουμε την απόσταση των οπλισμών του, τι θα συμβεί με

1) τη χωρητικότητά του;
2) το φορτίο του;
3) την τάση του;

Σε κάθε περίπτωση δώστε μία από τις τρεις απαντήσεις:
α) αυξάνεται β) μειώνεται γ) δεν μεταβάλλεται.

28 Πυκνωτής χωρητικότητας C_o φορτίζεται σε πηγή τάσης V και αποκτά φορτίο q. Αν, χωρίς να αποσυνδέσουμε τον πυκνωτή από την τάση που τον φόρτισε, βάλουμε ανάμεσα στους οπλισμούς του διηλεκτρικό σταθεράς K, τι θα συμβεί με

1) τη χωρητικότητά του;
2) το φορτίο του;
3) την τάση του;

Σε κάθε περίπτωση δώστε μία από τις απαντήσεις:
α) δεν μεταβάλλεται β) αυξάνεται K φορές γ) μειώνεται K φορές.

29 Ένας φορτισμένος πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Γεμίζουμε το χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του με διηλεκτρικό. Ποια από τα παρακάτω μεγέθη μειώνονται;

α) Η χωρητικότητα.
β) Το φορτίο του.
γ) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ανάμεσα στους οπλισμούς.
δ) Η τάση των οπλισμών.
ε) Κανένα από τα παραπάνω.

30 Εξηγήστε γιατί αυξάνεται η χωρητικότητα ενός πυκνωτή όταν μεταξύ των οπλισμών του τοποθετηθεί διηλεκτρικό.

31 Συμπληρώστε τα κενά:
Αν ένας μονωτής τοποθετηθεί μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο πολύ μεγάλης έντασης είναι πιθανό να καταστραφούν οι μονωτικές του ιδιότητες και να γίνει αγωγός. Η χαρακτηριστική τιμή της έντασης στην οποία αντέ-

χει ένας μονωτής ονομάζεται ………….. ………….. και μετριέται σε …………..

32 Για ποιους λόγους χρησιμοποιούνται τα διηλεκτρικά στους πυκνωτές;

33 Ποιο φαινόμενο ονομάζεται πόλωση του διηλεκτρικού;

34 Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της πρώτης στήλης στις μονάδες της δεύτερης.

1.	Ένταση	Α)	F
2.	Δυναμικό	Β)	V/m
3.	Ενέργεια	Γ)	eV
4.	Διηλεκτρική αντοχή	Δ)	V
5.	Χωρητικότητα		

Πεδίο βαρύτητας της Γης

35 Συμπληρώστε τις προτάσεις:
Ένταση του πεδίου βαρύτητας, σε ένα σημείο του, ονομάζεται το σταθερό πηλίκο ………….. ………….., που θα ασκηθεί σε μια μάζα m αν βρεθεί στο σημείο αυτό, προς τη μάζα. Η ένταση είναι ………….. μέγεθος και έχει την ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη. Μονάδα έντασης του πεδίου βαρύτητας είναι το …………..

36 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;
α) Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ένα του σημείο έχει πάντα την κατεύθυνση της δύναμης που θα ασκηθεί σε μια μάζα αν βρεθεί σε εκείνο το σημείο.
β) Σε κάθε σημείο του πεδίου βαρύτητας η ένταση ταυτίζεται με την επιτάχυνση της βαρύτητας.
γ) Το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές.
δ) Το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ακτινικό και η έντασή του έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της.
ε) Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης μειώνεται αντίστροφα ανάλογα με την απόσταση από το κέντρο της Γης.

37 Συμπληρώστε τις προτάσεις:
Όταν μια μάζα κινείται στο πεδίο βαρύτητας το έργο της δύναμης του πεδίου είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που ακολουθεί το σώμα, εξαρτάται μόνο από ………….. …. ………….. θέση του σώματος. Το πεδίο βαρύτητας, όπως και το ηλεκτρικό πεδίο, είναι πεδίο ………….. Την ιδιότητα αυτή του πεδίου βαρύτητας την εκμεταλλευόμαστε για να ορίσουμε το μέγεθος δυναμικό. Ονομάζουμε δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του το σταθερό πηλίκο ………….. της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το σημείο αυτό στο άπειρο προς …………..

38 Σώμα που βρίσκεται στο Διάστημα, μακριά από τη Γη, κατευθύνεται προς αυτή. Η Γη θεωρείται ακίνητη και χωρίς ατμόσφαιρα και το σώμα, μέχρι να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, κινείται ευθύγραμμα.

Τι είδους κίνηση θα κάνει, από τη στιγμή που θα μπει στο πεδίο βαρύτητας της Γης μέχρι να φτάσει στην επιφάνειά της;

α) Ευθύγραμμη ομαλή;
β) Ομαλά επιταχυνόμενη;
γ) Επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που διαρκώς αυξάνεται;
δ) Επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που διαρκώς μικραίνει;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

39 Ποιες από τις προτάσεις που ακολουθούν είναι σωστές;

α) Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης αυξάνεται όταν απομακρυνόμαστε από τη Γη.
β) Αν μια μάζα αφεθεί ελεύθερη στο πεδίο βαρύτητας κινείται προς σημεία όπου τα δυναμικά αυξάνονται.
γ) Για να μεγαλώσουμε την απόσταση δύο μαζών απαιτείται ενέργεια.
δ) Η δυναμική ενέργεια συστήματος σημειακών μαζών είναι πάντα αρνητική.

40 Η ταχύτητα διαφυγής:

α) Είναι ίδια για όλα τα σώματα που εκτοξεύονται από το ίδιο ύψος.
β) Είναι ανάλογη της μάζας του σώματος που εκτοξεύεται.
γ) Είναι αντίστροφα ανάλογη με τη μάζα του σώματος που εκτοξεύεται.
δ) Εξαρτάται από την κατεύθυνση στην οποία ρίχνεται το σώμα (δηλαδή, από το εάν ρίχνεται κατακόρυφα ή πλάγια).
ε) Είναι μικρότερη σε μεγαλύτερα ύψη.

Ποιες προτάσεις είναι ορθές;

41 Να γραφούν οι σχέσεις που δίνουν την ένταση, το δυναμικό και την ταχύτητα διαφυγής, σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, σε συνάρτηση με την ακτίνα της ($R_Γ$), την ένταση του πεδίου στην επιφάνειά της (g_o) και το ύψος h από την επιφάνεια της Γης.

42 Η Γη περιστρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Η μηχανική ενέργειά της διατηρείται ή όχι κατά την περιστροφή της; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ηλεκτρική ροή - νόμος του Gauss

43 Ένας δίσκος ακτίνας r = 0,2 m βρίσκεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε = 500 N / C. Υπολογίστε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από το δίσκο, αν:

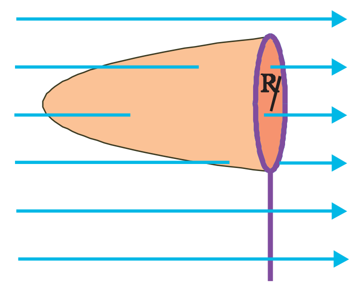
α) Είναι τοποθετημένος με το επίπεδό του κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.
β) Το επίπεδό του είναι παράλληλο στις δυναμικές γραμμές.
γ) Η κάθετη στο επίπεδό του σχηματίζει με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου γωνία 60°.

[Απ: α) $62{,}8\ Nm^2/C$, β) 0, γ) $31{,}4\ Nm^2/C$]

44 Μια κλειστή επιφάνεια περικλείει φορτίο 10 μC. Ποια είναι η ηλεκτρική ροή που περνάει από την επιφάνεια;
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: $1{,}13 \times 10^6\ Nm^2/C$]

45 Η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια κλειστή επιφάνεια είναι $\Phi = 2\ Nm^2/C$. Υπολογίστε το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια.
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: $17{,}7 \times 10^{-12}\ C$]

46 Μια απόχη είναι τοποθετημένη μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε με τρόπο ώστε η κυκλική στεφάνη της να είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του (σχ. 5.55). Υπολογίστε την ηλεκτρική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια που ορίζει το δίχτυ της απόχης. Δίνονται η ένταση Ε του πεδίου και η ακτίνα R της κυκλικής στεφάνης της απόχης.
[Απ: $-E\pi R^2$]



Σχ. 5.55

47 Όπως γνωρίζετε, στην ατμόσφαιρα υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο. Τις ημέρες με καλοκαιρία το πεδίο είναι ασθενές. Αν μια τέτοια μέρα το πεδίο, κοντά στην επιφάνεια της Γης, έχει μέτρο E = 100 N / C, κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω, και υποθέσουμε ότι είναι παντού (σε όλη την επιφάνεια της Γης) το ίδιο, υπολογίστε το φορτίο που φέρει η Γη. Δίνεται η ακτίνα της Γης R_Γ = 6400 km και η σταθερά $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: -455,295 C]

48 Ένας λεπτός σφαιρικός φλοιός ακτίνας R = 20 cm φέρει ηλεκτρικό φορτίο Q = 24 μC, ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του. Να υπολογιστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία που απέχουν από το κέντρο του
α) r_1 = 40 cm, και
β) r_2 = 10 cm.
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: α) $1{,}35 \times 10^6\ N/C$ β) μηδέν]

49 Μια σφαίρα ακτίνας R = 1 m, από μονωτικό υλικό, φέρει φορτίο Q = 12 μC, ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της. Πόση είναι η ηλεκτρική ροή που διέρχεται από μια σφαιρική επιφάνεια, ομόκεντρη με τη φορτισμένη σφαίρα, ακτίνας
α) 20 cm β) 60 cm γ) 80 cm δ) 1,2 m ε) 2 m;
Ο όγκος σφαίρας ακτίνας r υπολογίζεται από τη σχέση $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: α) $10{,}8 \times 10^3\ Nm^2/C$ β) $29{,}2 \times 10^4\ Nm^2/C$ γ) $69{,}4 \times 10^4\ Nm^2/C$ δ) $135 \times 10^4\ Nm^2/C$ ε) $135 \times 10^4\ Nm^2/C$]

50 Ένα σύρμα πολύ μεγάλου μήκους έχει φορτίο 4 μC ανά μέτρο μήκους του. Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί το σύρμα σε απόσταση α) 10 cm και β) 20 cm από το σύρμα.
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(Nm^2)$.
[Απ: $720 \times 10^3\ N/C$, $360 \times 10^3\ N/C$]

Δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου - ενέργεια συστήματος φορτίων

51 Σημειακό φορτίο $Q = 2\times10^{-7}$ C δημιουργεί πεδίο που σε ένα σημείο του Α έχει δυναμικό V = 300 V. Να υπολογιστεί η απόσταση του σημείου Α από το φορτίο. Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: 6 m]

52 Σημειακό φορτίο $q = 2\times10^{-8}$ C βρίσκεται τοποθετημένο στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ, μήκους 3 m σε απόσταση 2 m από το Α (μεταξύ των Α και Β). Υπολογίστε τη διαφορά δυναμικού V_A-V_B.
Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: -90 V]

53 Το πεδίο που δημιουργεί ένα σημειακό φορτίο Q σε ένα σημείο Α έχει ένταση E = 60 N/C και δυναμικό V = 180 V. Να υπολογίσετε το φορτίο και την απόσταση του σημείου Α από το σημειακό φορτίο Q. Δίνεται η σταθερά $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: 6×10^{-8} C, 3 m]

54 Σημειακό φορτίο $Q = 2\times10^{-6}$ C, βρίσκεται στο σημείο Α. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου κατά τη μετακίνηση φορτίου $q = 10^{-8}$ C από ένα σημείο Β, το οποίο απέχει r_1 = (ΑΒ) = 1 cm από το φορτίο Q, σε σημείο Γ, το οποίο απέχει r_2= (ΑΓ) = 4 cm από το Q. Δίνεται: $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: $13,5\times10^{-3}$ J]

55 Στις κορυφές Β και Γ, ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ, με $\hat{A} = 90°$, βρίσκονται τα φορτία $Q_1 = 4\times10^{-8}$ C και $Q_2 = 5\times10^{-8}$ C. Αν ΑΒ = 3 cm και ΑΓ = 4 cm, να υπολογιστούν:
α) Τα δυναμικά στα σημεία Α και Μ, όπου Μ το μέσον της ΒΓ.
β) Το έργο που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά τη μετακίνηση φορτίου 2×10^{-10} C από το σημείο Α στο Μ.
Δίνεται: $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: 23250 V, 32400 V, -183×10^{-8} J]

56 Σε κάθε κορυφή ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ, πλευράς α = 30 cm, βρίσκεται φορτίο q = 2 μC. Να υπολογιστεί η ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων. Δίνεται: $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: 36×10^{-2} J]

57 Ακίνητο σημειακό φορτίο Q = 100 μC, βρίσκεται στο σημείο Α. Μικρή σφαίρα με μάζα m = 10 g και φορτίο q = 20 nC βρίσκεται στο σημείο Β, στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με το Α και σε απόσταση r_1 = 30 cm από αυτό. Αν η σφαίρα που βρίσκεται στο σημείο Β αφεθεί ελεύθερη, λόγω της απωστικής δύναμης που δέχεται, κινείται χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε την ταχύτητά της:
α) Όταν βρίσκεται σε απόσταση r_2 = 60 cm από το Α.
β) Όταν βρίσκεται σε πολύ μεγάλη απόσταση από το σημείο Α.
Δίνεται: $K_c = 9\times10^{9}$ N m^2/C^2.
[Απ: α) $\sqrt{6}$ m / s, β) $2\sqrt{3}$ m / s]

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

58 Σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής, βρίσκονται, διαδοχικά, τα σημεία Α, Β και Γ. Εάν V_A-V_B = 5 V και οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων είναι ΑΒ = x και ΒΓ = x, ποια είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία Α-Γ και Β-Γ;
[Απ: 10 V, 5 V]

59 Ο αέρας είναι μονωτής, αλλά για ηλεκτρικό πεδίο έντασης μεγαλύτερης από 3×10^6 V / m γίνεται αγωγός (δημιουργείται ηλεκτρικός σπινθήρας). Η απόσταση μεταξύ των ηλεκτροδίων σε ένα μπουζί είναι περίπου 0,5 mm. Πόση είναι η ελάχιστη διαφορά δυναμικού που πρέπει να εφαρμοστεί στα ηλεκτρόδια, ώστε να παραχθεί ηλεκτρικός σπινθήρας; Θεωρήστε το πεδίο που δημιουργείται ανάμεσα στα ηλεκτρόδια ομογενές.
[Απ: 1500 V]

60 Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει ανάμεσα σε δυο οριζόντιες πλάκες με φορτία +Q και –Q, αιωρείται (ισορροπεί) σωματίδιο μάζας $m = 10^{-3}$ kg και φορτίου $q = 5\times10^{-7}$ C. Αν οι δύο πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση *l* = 2 cm, να υπολογιστεί η διαφορά δυναμικού που παρουσιάζουν. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.
[Απ: 400 V]

61 Ανάμεσα σε δύο παράλληλες κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες, που είναι φορτισμένες με φορτία +Q και –Q, ισορροπεί μια μικρή φορτισμένη σφαίρα εκκρεμούς, σε θέση τέτοια ώστε το νήμα του να σχηματίζει γωνία 6° με την κατακόρυφο. Οι δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες απέχουν απόσταση d = 10 cm και παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V = 200 V. Η σφαίρα του εκκρεμούς έχει μάζα m = 2 mg. Να υπολογιστεί το φορτίο της σφαίρας. Δίνονται $g = 10\ m/s^2$, εφ6° = 0,1.
[Απ: 10^{-9} C]

62 Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα $\upsilon_o = 2\times10^4$ m / s παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης Ε = 91 V / m.
α) Να υπολογιστεί η δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο και η επιτάχυνση που θα αποκτήσει.
β) Να γραφούν οι σχέσεις που περιγράφουν την κίνησή του μέσα στο πεδίο. Εξετάστε τις περιπτώσεις στις οποίες η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι Ι) ομόρροπη και ΙΙ) αντίρροπη προς τις δυναμικές γραμμές.
Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg και το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C.
[Απ: $1{,}456\times10^{-17}$ N, $16\times10^{12}\ m/s^2$]

63 Ηλεκτρόνιο βάλλεται με ταχύτητα υ_o ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης **Ε**. Να βρεθεί σε πόσο χρόνο θα μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του, σε πόσο χρόνο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση και τι ταχύτητα θα έχει τότε. Σχολιάστε το αποτέλεσμα. Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου m_e και το στοιχειώδες φορτίο e.
[Απ: $m\upsilon_o$ / E.e , 2 $m\upsilon_o$ / E.e , -υ_o]

64 Δέσμη ηλεκτρονίων εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που σχηματίζουν δύο παράλληλες φορτισμένες πλάκες. Αν η ταχύτητα των ηλεκτρονίων της δέσμης είναι υ_o να βρεθεί η απόκλιση που θα υποστεί η δέσμη από το πεδίο καθώς και η ταχύτητα με την οποία εξέρχονται τα ηλεκτρόνια από το πεδίο. Δίνονται η ταχύτητα υ_o, το μήκος l των φορτισμένων πλακών, η ένταση Ε του πεδίου, η μάζα του ηλεκτρονίου m_e και το στοιχειώδες φορτίο e.

[Απ: $y = \dfrac{Eel^2}{2m_e\upsilon_o^2}, \upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \dfrac{E^2e^2l^2}{m_e^2\upsilon_o^2}}$, $\varepsilon\varphi\ \varphi = \dfrac{Eel}{m_e\upsilon_o^2}$]

Χωρητικότητα - ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή

65 Πυκνωτής χωρητικότητας 6 pF, φορτίζεται σε διαφορά δυναμικού 12 V. Να υπολογιστεί το φορτίο του.

[Απ: 72 pC]

66 Οι οπλισμοί επίπεδου πυκνωτή έχουν σχήμα δίσκου ακτίνας 4 cm και απέχουν μεταξύ τους 1 mm. Τι φορτίο θα αποκτήσει ο πυκνωτής όταν συνδεθεί σε τάση V = 10 V; Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$.

[Απ: 444,6 pC]

67 Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν $A = 72\ cm^2$ και απέχουν μεταξύ τους d = 1,2 mm. Στον πυκνωτή εφαρμόζεται τάση V = 12 V. Υπολογίστε:

α) Την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του.

β) Τη χωρητικότητά του.

γ) Το φορτίο του.

Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$.

[Απ: 10^4 V / m, 53,1 pF, 637,2 pC]

68 Επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C = 10 μF συνδέεται με πηγή που τον φορτίζει σε τάση V = 100 V. Χωρίς να απομακρυνθεί ο πυκνωτής από την πηγή διπλασιάζουμε την απόσταση των οπλισμών του. Να υπολογιστούν:

α) Η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή.

β) Το φορτίο του πυκνωτή πριν και μετά την απομάκρυνση των οπλισμών του.

[Απ: 5 μF, 1000 μC, 500 μC]

69 Πυκνωτής χωρητικότητας C = 20 μF φορτίζεται σε τάση V = 500 V. Πόση ενέργεια μπορεί να δώσει ο πυκνωτής αν εκφορτιστεί;

[Απ: 2,5 J]

70 Πυκνωτής χωρητικότητας C_1 = 20 μF φορτίζεται σε τάση V_1 = 80 V. Ο πυκνωτής αποσυνδέεται από την πηγή που τον φόρτισε και συνδέεται με αφόρτιστο πυκνωτή χωρητικότητας C_2 = 5 μF. Να υπολογιστούν:

α) Η τάση που θα αποκτήσουν οι δύο πυκνωτές μετά τη σύνδεσή τους.

β) Το φορτίο κάθε πυκνωτή μετά τη σύνδεση.

γ) Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια που θα χαθεί με τη σύνδεση των δύο πυκνωτών.

[Απ: α) 64 V, β) 1280 μC, 320 μC γ) $12{,}8 \times 10^{-3}$ J]

Διηλεκτρικά

71 Ανάμεσα στους οπλισμούς πυκνωτή χωρητικότητας $C = 12\ \mu F$ τοποθετείται διηλεκτρικό με διηλεκτρική σταθερά 5. Να υπολογιστεί η νέα χωρητικότητα του πυκνωτή.
[Απ: 60 μF]

72 Ένας πυκνωτής, χωρίς διηλεκτρικό, φορτίζεται σε τάση 240 V. Στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή και ανάμεσα στους οπλισμούς του εισάγεται γυαλί, έτσι ώστε να γεμίσει όλος ο χώρος. Παρατηρούμε ότι η τάση του πυκνωτή μειώνεται σε 40 V. Να υπολογιστεί η διηλεκτρική σταθερά του γυαλιού.
[Απ: 6]

73 Πυκνωτής χωρητικότητας $C = 5\ \mu F$, χωρίς διηλεκτρικό, συνδέεται με πηγή τάσης $V = 10$ V. Διατηρώντας τον πυκνωτή συνδεμένο με την πηγή, γεμίζουμε το χώρο ανάμεσα στους οπλισμούς του με χαρτί. Παρατηρούμε ότι το φορτίο του αυξάνεται κατά $\Delta Q = 150\ \mu C$. Να υπολογίσετε τη διηλεκτρική σταθερά του χαρτιού.
[Απ: 4]

74 Θέλουμε να κατασκευάσουμε επίπεδο πυκνωτή με χωρητικότητα $C = 44$ nF και τάση λειτουργίας $V = 2000$ V. Ως διηλεκτρικό θα χρησιμοποιήσουμε βακελίτη, που έχει διηλεκτρική αντοχή $E = 24\times10^{6}\ V/m$ και διηλεκτρική σταθερά $K = 5$. Υπολογίστε το ελάχιστο εμβαδόν των οπλισμών του.
Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85\times10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$.
[Απ: $0{,}083\ m^2$]

75 Οι οπλισμοί ενός επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν $A = 3\ cm^2$. Ανάμεσα στους οπλισμούς του υπάρχει χαρτί, διηλεκτρικής σταθεράς $K = 4$. Να υπολογιστεί το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει ο πυκνωτής. Δίνονται: $\varepsilon_o = 8{,}85\times10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$ και η διηλεκτρική αντοχή του χαρτιού $E = 16\times10^{6}\ V/m$.
[Απ: 169,9 nC]

Πεδίο βαρύτητας

76 Να υπολογιστεί η ένταση και το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνειά της. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400$ km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$.
[Απ: $2{,}5\ m/s^2$, $-32\times10^{6}\ J/kg$]

77 Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $\upsilon_o = 10^3\ m/s$. Υπολογίστε πόσο ψηλά θα φτάσει το σώμα. Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400$ km και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$.
Η αντίσταση του αέρα δε λαμβάνεται υπόψη.
[Απ: 50 km]

78 Η μάζα της Γης είναι 81 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της Σελήνης και ο λόγος των ακτίνων τους είναι 11/3.

α) Αν η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι $g_o = 10\ N/kg$ να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

β) Ένα σώμα έχει στην επιφάνεια της Γης βάρος 700 N. Ποιο θα είναι το βάρος του στην επιφάνεια της Σελήνης;

[Απ: 1,66 N / kg , 116,2 N]

79 Από διαστημική εξέδρα που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης θέλουμε να εκτοξεύσουμε διαστημόπλοιο ώστε να εγκαταλείψει το πεδίο βαρύτητας της Γης. Να βρεθεί η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να δώσουμε στο διαστημόπλοιο. Αγνοήστε τις επιδράσεις των άλλων ουράνιων σωμάτων πλην της Γης και την κίνηση της εξέδρας. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της g_o.

[Απ: $υ_δ = \sqrt{\dfrac{2g_o R_Γ^2}{R_Γ + h}}$]

80 Να βρείτε την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια πλανήτη με μάζα $m = M_Γ/8$ και πυκνότητα ίση με αυτή της Γης. Η ταχύτητα διαφυγής από τη Γη είναι υ = 11,2 km / s. Η Γη και ο πλανήτης να θεωρηθούν ομογενείς ακίνητες σφαίρες. Ο όγκος μιας σφαίρας δίνεται από τη σχέση $V = \frac{4}{3}πR^3$.

[Απ: 5,6 km / s]

81 Η ταχύτητα με την οποία φτάνει ένας μετεωρίτης στη Γη μπορεί να εκτιμηθεί από το μέγεθος του κρατήρα που θα ανοίξει κατά την πρόσκρουσή του στην επιφάνεια της Γης. Από το μέγεθος ενός τέτοιου κρατήρα εκτιμάμε ότι ένας μετεωρίτης έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα υ = 65.000 km / h. Υπολογίστε την ταχύτητα που είχε ο μετεωρίτης όταν έμπαινε στα όρια της βαρυτικής επίδρασης της Γης. Θεωρήστε τις τριβές που αναπτύσσονται κατά την κίνηση του μετεωρίτη στην ατμόσφαιρα της Γης αμελητέες και αγνοήστε την επίδραση των άλλων ουράνιων σωμάτων, πλην της Γης, στην κίνησή του. Δίνονται $R_Γ = 6400\ km$, και $g_o = 10\ m/s^2$.

[Απ: $14 \times 10^3\ m/s$]

82 Δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται σε απόσταση *l* μεταξύ τους και έξω από οποιοδήποτε πεδίο βαρύτητας. Να βρεθεί το σημείο του χώρου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου που δημιουργούν οι σφαίρες είναι μηδέν και στη συνέχεια να υπολογισθεί γι' αυτό το σημείο το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου. Δίνεται η σταθερά παγκόσμιας έλξης G.

[Απ: $x = l\left(\sqrt{2} - 1\right)$ από την m_1, $-\dfrac{Gm}{l}\left(2\sqrt{2} + 3\right)$]

83 Στις κορυφές Α, Β, Γ ενός τριγώνου με πλευρές α, β, γ βρίσκονται οι σφαιρικές μάζες m_1, m_2, και m_3. Να υπολογιστεί η ενέργεια που απαιτείται για να τις απομακρύνουμε σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Δίνεται η σταθερά G.

[Απ: $G\dfrac{m_1 m_2}{γ} + G\dfrac{m_1 m_3}{β} + G\dfrac{m_2 m_3}{α}$]

84 Μια σφαίρα ακτίνας R από μονωτικό υλικό φέρει φορτίο, ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της. Το φορτίο ανά μονάδα όγκου είναι ρ. Βρείτε τη σχέση που δίνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου της σφαίρας τόσο στο εσωτερικό της όσο και στο εξωτερικό της. Παραστήστε γραφικά το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση r από το κέντρο της σφαίρας.

Ο όγκος σφαίρας ακτίνας r είναι $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

[Απ: για $r \prec R$ $E = \frac{\rho r}{3\varepsilon_o}$, για $r \geq R$ $E = \frac{R^3 \rho}{3\varepsilon_o r^2}$]

85 Ένας κύλινδρος, πολύ μεγάλου μήκους, έχει ακτίνα R και είναι ομοιόμορφα φορτισμένος σε όλο του τον όγκο. Το φορτίο του ανά μονάδα όγκου είναι ρ. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό και στο εξωτερικό του κυλίνδρου. Παραστήστε γραφικά το μέτρο της έντασης σε συνάρτηση με την απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου.

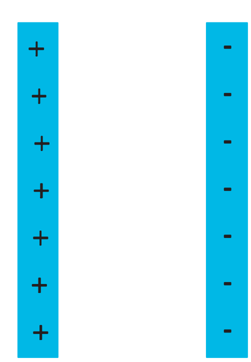
[Απ: για $r \prec R$ $E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_o}$, για $r \geq R$ $E = \frac{R^2 \rho}{2\varepsilon_o r}$]

86 Σφαιρικός αγωγός ακτίνας R = 10 cm είναι φορτισμένος με φορτίο Q = 20 nC. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί σε σημεία που απέχουν από το κέντρο του r_1 = 2 cm, r_2 = 8 cm και r_3 = 20 cm από το κέντρο του. Δίνεται: $\varepsilon_o = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/(N\ m^2)$.
[Απ: α) 0 β) 0 γ) 45×10^2 N / C]

87 Ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα περιβάλλεται από κοίλο μεταλλικό κύλινδρο ο άξονας του οποίου συμπίπτει με το σύρμα. Το σύρμα είναι ομοιόμορφα φορτισμένο με φορτίο +λ ανά μονάδα μήκους. Ο κυλινδρικός αγωγός είναι επίσης φορτισμένος με το φορτίο ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά του και με φορτίο -λ ανά μονάδα μήκους. Βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό και στο εξωτερικό του κυλινδρικού αγωγού.

[Απ: Στο εσωτερικό $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda}{r}$, στο εξωτερικό 0]

88 Δύο φορτισμένα μονωτικά φύλλα άπειρων διαστάσεων είναι παράλληλα μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.56. Το αριστερό φύλλο έχει ανά μονάδα επιφάνειας φορτίο +σ, ενώ το δεξιό έχει ανά μονάδα επιφάνειας φορτίο -σ. Να βρείτε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημεία που βρίσκονται α) αριστερά των δύο φύλλων β) ανάμεσα στα δύο φύλλα και γ) δεξιά των δύο φύλλων.
[Απ: α) 0, β) $E = \sigma / \varepsilon_o$ γ) 0]



Σχ. 5.56

89 Στο σωλήνα της τηλεόρασης, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη θερμαινόμενη κάθοδο με αμελητέα ταχύτητα επιταχύνονται, από ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και αφού διανύσουν απόσταση l = 1,5 cm με την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου αποκτούν ταχύτητα $\upsilon = 4\times10^7$ m / s, με την οποία και συνεχίζουν να κινούνται μέχρι να πέσουν στην οθόνη. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου.
Δίνονται: $e = 1,6\times10^{-19}$ C, $m_e = 9\times10^{-31}$ kg.
[Απ: 3×10^5 N / C]

90 Το άτομο του υδρογόνου αποτελείται από ένα πρωτόνιο (πυρήνας) και ένα ηλεκτρόνιο, που περιστρέφεται γύρω από τον πυρήνα. Να υπολογιστούν:
α) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου.
β) Η δυναμική ενέργεια του ατόμου.
γ) Η ολική ενέργεια του ατόμου.
δ) Η ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο ηλεκτρόνιο ώστε αυτό να ξεφύγει από την έλξη του πυρήνα (η ενέργεια αυτή ονομάζεται έργο ιονισμού).
Δίνονται: το στοιχειώδες φορτίο e, η ακτίνα περιστροφής του ηλεκτρονίου r και η σταθερά K_c.
[Απ: α) $\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$, β) $-K_c\frac{e^2}{r}$, γ) $-\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$, δ) $\frac{1}{2}K_c\frac{e^2}{r}$]

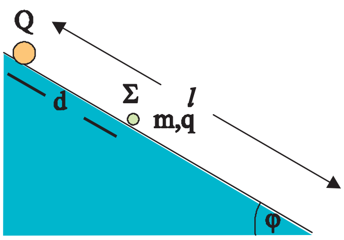
91 Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες, φορτισμένες με αντίθετα φορτία, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Ένα πρωτόνιο βάλλεται από την αρνητική προς τη θετική πλάκα με ταχύτητα $\upsilon_o = 5\times10^5$ m / s, παράλληλα προς τις δυναμικές γραμμές. Ποια πρέπει να είναι η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις δύο πλάκες, ώστε το πρωτόνιο μόλις να φτάσει στη θετική πλάκα;
Δίνονται: το στοιχειώδες φορτίο $e = 1,6\times10^{-19}$ C και η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1,6\times10^{-27}$ kg.
[Απ: 1250 V]

92 Φορτισμένο σφαιρίδιο μάζας m = 0,5 g και φορτίου $q = -10^{-8}$ C βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα υ_o = 85 cm / s από το θετικό προς τον αρνητικό οπλισμό πυκνωτή, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου του πυκνωτή. Εάν η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών είναι V = 4 kV και η μεταξύ τους απόσταση d = 4 cm, να βρεθεί η ελάχιστη απόσταση από τον αρνητικό οπλισμό στην οποία θα φτάσει το σφαιρίδιο. Μπορούμε στο πρόβλημα αυτό να θεωρήσουμε το βάρος του σφαιριδίου αμελητέο;
Δίνεται $g = 10$ m / s^2.
[Απ: 1 cm]

93 Λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων μπαίνει με ταχύτητα $\upsilon_o = 2\times10^7$ m / s στο πεδίο φορτισμένου επίπεδου πυκνωτή παράλληλα με τους οπλισμούς του. Η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι 80 V,

η απόστασή τους είναι d = 2 cm και το μήκος τους είναι l = 12 cm. Να βρεθεί η απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδό της από το πεδίο του καθώς και η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου. Δίνεται το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου $\frac{e}{m_e} = 1,75 \times 10^{11}\ C/kg$.
[Απ: 12,6 mm, 50,4 V]

94 Σφαιρικός αγωγός έχει ακτίνα $R = 10$ cm και φορτίο $Q = -\frac{1}{3} \times 10^{-9}\ C$. Κάποια στιγμή ένα ηλεκτρόνιο ξεφεύγει από την επιφάνειά της με μηδαμινή αρχική ταχύτητα.
α) Να υπολογιστεί η ταχύτητά του όταν έχει φτάσει σε απόσταση r = 30 cm από το κέντρο της σφαίρας.
β) Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το ηλεκτρόνιο.
Δίνονται: $e = 1,6 \times 10^{-19}\ C$, $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$, $K_c = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$
[Απ: $2,66 \times 10^6\ m/s$, $3,26 \times 10^6\ m/s$]

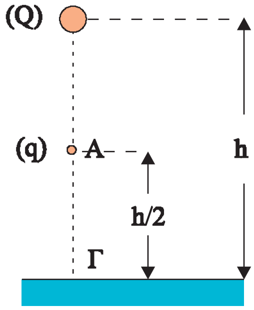


Σχ. 5.57

95 Σώμα που έχει φορτίο $Q = 2 \times 10^{-7}\ C$ είναι στερεωμένο στην κορυφή πλάγιου επιπέδου. Το σωματίδιο Σ έχει μάζα m = 1 mg και φορτίο $q = 3 \times 10^{-8}\ C$. Το σωματίδιο Σ αφήνεται ελεύθερο σε ένα σημείο του πλάγιου επιπέδου που απέχει απόσταση d από το φορτισμένο σώμα. Υπολογίστε την ταχύτητά του τη στιγμή που θα φτάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου. Θεωρήστε ότι η κίνηση του Σ γίνεται χωρίς τριβές. Εφαρμογή για l = 3 m, d = 1 m, φ = 30°.
Δίνονται: $g = 10\ m/s^2$ και $K_c = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$.
[Απ: 9,6 m / s]

96 Σφαιρικός αγωγός με ακτίνα $R = 10$ cm και φορτίο $Q = 2 \times 10^{-7}\ C$, έχει μια λεπτή οπή, κατά μήκος μιας διαμέτρου. Σε απόσταση d = 30 cm από το κέντρο της και στην προέκταση της ευθείας που ορίζει η οπή, αφήνεται σημειακό φορτίο, με μάζα $m = 0,5 \times 10^{-6}\ kg$ και φορτίο $q = -4 \times 10^{-9}\ C$, το οποίο κινείται προς τη σφαίρα. Το φορτίο μπαίνει στην οπή και διαπερνά τη σφαίρα. Να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της κίνησης του φορτίου μέσα στην οπή. Δίνεται $K_c = 9 \times 10^9\ Nm^2/C^2$.
[Απ: 14,4 ms]

97 Δυο μικρές φορτισμένες σφαίρες που έχουν ίσα φορτία q και μάζες m και 2m αντίστοιχα, είναι ενωμένες με λεπτό νήμα και ισορροπούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε απόσταση l μεταξύ τους. Κάποια στιγμή το νήμα σπάει και οι σφαίρες αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους. Να υπολογιστεί η ταχύτητα που θα έχει κάθε σφαίρα τη στιγμή που η απόσταση ανάμεσά τους θα έχει γίνει $2l$. Δίνεται η σταθερά K_c.
[Απ: $2q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}}$, $q\sqrt{\frac{K_c}{6lm}}$]



Σχ. 5.58

98 Ένα σημειακό φορτίο $Q = 7\times10^{-6}$ C είναι τοποθετημένο σε ύψος h = 3,6 m από το έδαφος. Από το σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h/2 από το έδαφος αφήνεται μια μικρή σφαίρα μάζας $m = 10^{-3}$ kg, που φτάνει στο έδαφος (στο σημείο Γ) με ταχύτητα υ = 8 m / s.

α) Είναι φορτισμένη η μικρή σφαίρα ή όχι;

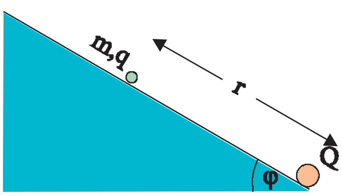
β) Αν αποδειχθεί ότι είναι φορτισμένη να υπολογιστεί το φορτίο της q.

Δίνονται: $K_c = 9\times10^9$ Nm^2/C^2, g = 10 m/s^2.

[Απ: $0{,}8\times10^{-6}$ C]

99 Η βάση ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι οριζόντια και στις άκρες της βρίσκονται τα φορτία $Q_1 = Q_2 = 5\times10^{-6}$ C. Από την κορυφή του τριγώνου που το επίπεδό του είναι κατακόρυφο αφήνεται σωμάτιο με μάζα m = 5 mg και φορτίο $q = -2\times10^{-10}$ C. Να υπολογιστεί η ταχύτητά του τη στιγμή που πέφτοντας διέρχεται από το μέσο της βάσης ΒΓ. Δίνονται: Μήκος βάσης *l* = 60 cm, ύψος τριγώνου h = 40 cm, g = 10 m/s^2, $K_c = 9\times10^9$ Nm^2/C^2.

[Απ: 4,2 m / s]



Σχ. 5.59

100 Στη βάση του πλάγιου επιπέδου του σχήματος βρίσκεται στερεωμένο το φορτίο $Q = 4\times10^{-6}$ C. Σε απόσταση r = 40 cm από το Q αφήνουμε ένα φορτισμένο σώμα με μάζα $m = 4\times10^{-4}$ kg και φορτίο $q = 2\times10^{-8}$ C (σχ. 5.59). Αν η κίνηση του σωματιδίου γίνεται χωρίς τριβές, να υπολογιστεί:

α) Η μέγιστη απόσταση από το Q στην οποία θα φτάσει το σωματίδιο.

β) Η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει όταν απομακρύνεται. Δίνονται: g = 10 m/s^2, φ = 30°, $K_c = 9\times10^9$ Nm^2/C^2.

[Απ: 0,9 m, 1 m / s]

101 Ένας πυκνωτής έχει αποσυνδεθεί από την πηγή που τον φόρτισε. Οι οπλισμοί του Α και Β, έχουν δυναμικά V_A = 50 V και V_B = -50 V, αντίστοιχα.

α) Ποια είναι η τάση του πυκνωτή;

β) Αν γειώσουμε τον οπλισμό Β, θα αλλάξει το φορτίο του πυκνωτή;

γ) Ποιο θα είναι το δυναμικό κάθε οπλισμού, μετά τη γείωση του οπλισμού Β;

[Απ: α) 100 V, β) ΟΧΙ, γ) 100 V, 0]

102 Το μέγιστο φορτίο επίπεδου πυκνωτή, όταν μεταξύ των οπλισμών του έχει αέρα, είναι 2 μC. Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο που μπορεί να φέρει ο πυκνωτής αν ανάμεσα στους οπλισμούς του τοποθετήσουμε γυαλί; Η διηλεκτρική αντοχή του αέρα είναι $E_\alpha = 3\times10^6$ V / m και του γυαλιού $E_\gamma = 14\times10^6$ V / m. Διηλεκτρική σταθερά του γυαλιού K = 5.

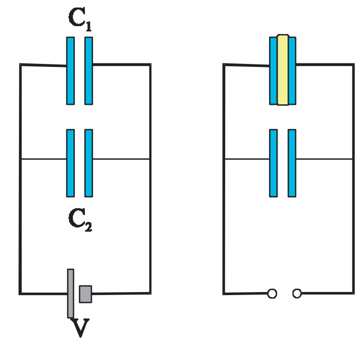
[Απ: 46,7 μC]

103 Σύστημα δύο πυκνωτών με χωρητικότητες $C_1 = C_2 = 4\ \mu F$ συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα. Το σύστημα των δύο πυκνωτών συνδέεται με πηγή τάσης $V = 30\ V$ (σχ. 5.60) και οι πυκνωτές φορτίζονται. Στη συνέχεια αφού αποσυνδέσουμε την πηγή ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή C_1 εισάγουμε διηλεκτρικό σταθεράς $K = 5$.

α) Να υπολογιστεί το φορτίο κάθε πυκνωτή όταν ήταν συνδεδεμένοι με την πηγή.

β) Να υπολογιστεί η τάση και το φορτίο κάθε πυκνωτή μετά την αποσύνδεσή τους από την πηγή και την εισαγωγή του διηλεκτρικού.

[Απ: α) $q_1 = q_2 = 120\ \mu C$, β) $V' = 10\ V$, $q_1' = 200\ \mu C$, $q_2' = 40\ \mu C$]



Σχ. 5.60

104 Διαστημικό όχημα με μάζα $m = 8000\ kg$ κατευθύνεται προς τη Γη. Τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h = R_Γ$ η ταχύτητά του είναι $υ_o = 8 \times 10^3\ m/s$.

α) Αν δεν λειτουργήσουν οι ανασχετικοί πύραυλοί του να υπολογιστεί η ταχύτητα με την οποία θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης.

β) Αν κατά τη διάρκεια της καθόδου του οχήματος, από το ύψος h μέχρι την επιφάνεια της Γης, λειτουργήσουν οι πύραυλοι, δημιουργώντας σταθερή ανασχετική δύναμη F, να υπολογιστεί η τιμή της ώστε το όχημα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα.

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπόψη.

[Απ: $8\sqrt{2} \times 10^3\ m/s$, $8 \times 10^4\ N$]

105 Διαστημικός σταθμός περιστρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τη Γη, με ελάχιστη και μέγιστη απόσταση από το κέντρο της $r_1 = 7 \times 10^6\ m$ και $r_2 = 9 \times 10^6\ m$, αντίστοιχα. Αν η ταχύτητά του όταν βρίσκεται σε απόσταση r_1 (ελάχιστη) είναι $υ_1 = 8 \times 10^3\ m/s$, να υπολογιστούν:

α) Η ταχύτητά του όταν βρίσκεται σε απόσταση r_2 (μέγιστη).

β) Η ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε μια συσκευή, μάζας $m = 140\ kg$, που βρίσκεται στο διαστημικό σταθμό, για να φτάσει στο άπειρο. Δικαιολογήστε γιατί η ενέργεια αυτή είναι ίδια από οποιοδήποτε σημείο της ελλειπτικής τροχιάς και αν πραγματοποιηθεί η βολή.

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$.

Σημειώσεις: Ι) Η περιστροφή του διαστημικού σταθμού γίνεται χωρίς οποιαδήποτε χρήση πυραύλων. ΙΙ) Η ελκτική δύναμη μεταξύ συσκευής και διαστημικού σταθμού είναι αμελητέα.

[Απ: $6{,}16 \times 10^3\ m/s$, $3{,}7 \times 10^9\ J$]

106 Ένα διαστημικό όχημα ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα από το έδαφος και κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 32\ m/s^2$. Τη στιγμή που η ταχύτητά του αποκτά τιμή τέτοια που του επιτρέπει να απομακρυνθεί από το πεδίο βαρύτητας της Γης σταματά η λειτουργία των πυραύλων και το όχημα συνεχίζει την πορεία του. Να υπολογιστεί το ύψος στο οποίο παύουν να λειτουργούν οι πύραυλοι. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$.
[Απ: $1{,}6\times10^6\ m$]

107 Θέλουμε να στείλουμε στο Διάστημα ένα σώμα μάζας m = 200 kg. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε πύραυλο που εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα προς τα πάνω. Ο πύραυλος ξεκινάει με ταχύτητα μηδέν. Θεωρούμε ότι το σώμα δέχεται από τον πύραυλο σταθερή προωστική δύναμη F = 4000 N και ότι τα καύσιμα του πυραύλου διαρκούν μέχρι να φτάσει σε ύψος 0,6 R_Γ από την επιφάνεια της Γης.
Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο το σώμα θα έχει αποκτήσει την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει στο Διάστημα και την ταχύτητα που θα έχει το σώμα όταν βγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$.
[Απ: $3{,}2\times10^6\ m$, $5{,}06\times10^3\ m/s$]

108 Ο λόγος των μαζών της Γης και της Σελήνης είναι $\frac{M_\Gamma}{M_\Sigma} = 81$ και η απόσταση των κέντρων τους είναι d = 60 R_Γ. Να βρεθεί σε ποιο σημείο της ευθείας που ενώνει τα κέντρα Γης και Σελήνης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι μηδενική. Δίνεται η ακτίνα της Γης R_Γ. Αγνοήστε οποιαδήποτε άλλη βαρυτική επίδραση εκτός από αυτές της Γης και της Σελήνης.
[Απ: x = 54 R_Γ από το κέντρο της Γης]

109 Διαστημικό όχημα ξεκινά από την επιφάνεια της Γης και κινείται κατακόρυφα. Η προωστική δύναμη των πυραύλων του είναι σε κάθε θέση, για όλη τη διάρκεια της κίνησης, διπλάσια κατά μέτρο και αντίθετης φοράς με το βάρος του. Υπολογίστε την ταχύτητά του όταν φτάσει σε ύψος $h = R_\Gamma$.
Δίνονται: $R_\Gamma = 6400\ km$, $g_o = 10\ m/s^2$.
[Απ: $8\times10^3\ m/s$]


Εικ. 5.15 Ο αστροναύτης στηρίζεται στο δορυφόρο που βρίσκεται σε τροχιά.

110 Ένας δορυφόρος με μάζα m = 100 kg περιστρέφεται, αρχικά σε ύψος R_Γ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Μετά από ορισμένο χρόνο, χάνοντας σιγά - σιγά ύψος, λόγω της αραιής ατμόσφαιρας, περιστρέφεται σε ύψος $7R_\Gamma/9$.

α) Να υπολογιστεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του δορυφόρου.

β) Αν η αραιή ατμόσφαιρα δημιουργεί στην περιοχή της περιστροφής αντίσταση A = 0,2 N, να υπολογιστεί το συνολικό μήκος της ελικοειδούς τροχιάς που διέγραψε ο δορυφόρος για να φτάσει από την αρχική στην τελική τροχιά.

Δίνονται: $R_Γ = 6400\ km$, $g_o = 10\ m/s^2$.

[Απ: α) $2\times10^8\ J$, β) $10^9\ m$]

111 Διαστημικό όχημα με μάζα M = 8 ton που μεταφέρει σεληνάκατο μάζας m = 1,5 ton, τίθεται σε τροχιά γύρω από τη Σελήνη σε ύψος h = R/20 από την επιφάνειά της (R: η ακτίνα της Σελήνης). Κατά τη διάρκεια της περιστροφής κάποια στιγμή το διαστημικό όχημα ελευθερώνει τη σεληνάκατο με τέτοιο τρόπο ώστε η ταχύτητα της να είναι μηδέν. Η σεληνάκατος αρχίζει τότε να κατεβαίνει προς τη Σελήνη εκτελώντας ευθύγραμμη κίνηση και φτάνει στην επιφάνειά της με την κατάλληλη χρήση των ανασχετικών πυραύλων έχοντας ταχύτητα μηδέν.

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος αμέσως μετά την αποβολή της σεληνακάτου.

β) Να υπολογιστεί το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης $g_o = 1{,}6\ m/s^2$ και η ακτίνα της Σελήνης R = 1680 km. Αγνοήστε την επίδραση άλλων σωμάτων, πλην της Σελήνης.

[Απ: 1900 m / s, $-192\times10^6\ J$]

112 Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη με ταχύτητα υ. Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από τα οποία το ένα, μάζας m_1, συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει από την έλξη της Γης. Υπολογίστε τις μάζες m_1 και m_2 στις οποίες χωρίστηκε ο δορυφόρος.

[Απ: $2m\left(\sqrt{2}-1\right)$, $m\left(3-2\sqrt{2}\right)$]

113 Δύο σφαιρικοί πλανήτες έχουν, ο πρώτος ακτίνα $R_1 = 1334\times10^3\ m$ και μάζα $m_1 = 1209\times10^{19}\ kg$ και ο δεύτερος μάζα $m_2 = 4m_1$. Οι πλανήτες περιστρέφονται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας τους, εκτελώντας κυκλικές κινήσεις χωρίς την επίδραση άλλων δυνάμεων εκτός από τη μεταξύ τους έλξη. Η απόσταση ανάμεσα στα κέντρα τους είναι $l = 40R_1$.

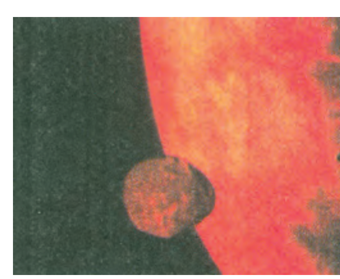
Δίνεται $G = 6{,}673\times10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.

α) Να υπολογιστούν οι ακτίνες περιστροφής τους.

β) Να υπολογιστεί η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να βληθεί ένα βλήμα από την επιφάνεια του πρώτου πλανήτη ώστε να φτάσει στο δεύτερο.

<u>Σημείωση</u>: Θα θεωρήσετε ότι οι πλανήτες δεν περιστρέφονται γύρω από τον άξονά τους και ότι δεν έχουν ατμόσφαιρα.

[Απ: $42{,}69\times10^6\ m$, $10{,}67\times10^6\ m$, 1025,8 m / s]



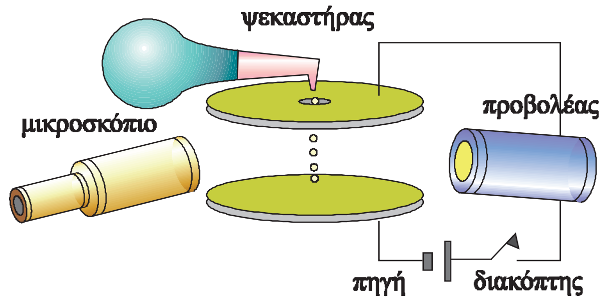
Εικ. 5.16 Ο Φόβος, δορυφόρος του Άρη.

ΕΝΘΕΤΟ

ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ MILLIKAN

Την περίοδο 1909-1913, ο Robert Millikan (Μίλικαν), με ένα εμπνευσμένα απλό πείραμα που πραγματοποίησε στο πανεπιστήμιο του Σικάγου, μέτρησε για πρώτη φορά το στοιχειώδες φορτίο e και απέδειξε ότι το ηλεκτρικό φορτίο είναι κβαντισμένο - υπάρχει δηλαδή μόνο σε διακριτές ποσότητες, που είναι ακέραια πολλαπλάσια του στοιχειώδους φορτίου e.

Στο σχήμα βλέπουμε το μοντέλο της πειραματικής συσκευής του Millikan. Αποτελείται από δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες. Η πάνω πλάκα έχει μια μικρή τρύπα από την οποία διέρχονται μικρά σταγονίδια λαδιού. Τα σταγονίδια αυτά είναι φορτισμένα λόγω της τριβής τους με το ακροφύσιο του ψεκαστήρα με το οποίο ψεκάζεται το λάδι. Μια οριζόντια δέσμη φωτός φωτίζει τα σταγονίδια λαδιού, τα οποία μπορούν να παρατηρηθούν με ένα μικροσκόπιο. Καθώς το φως πέφτει πάνω στα σταγονίδια αυτά φαίνονται σαν λαμπερά σημεία μέσα στο σκοτάδι.



Σχ. 5.61 Το μοντέλο της συσκευής του Millikan.

Έστω ένα σταγονίδιο μάζας m που είναι φορτισμένο με αρνητικό φορτίο q, λόγω της τριβής του με το ακροφύσιο του ψεκαστήρα. Εάν δεν υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στις πλάκες, στο σταγονίδιο δρουν δυο δυνάμεις: το βάρος του m**g** που κατευθύνεται προς τα κάτω, και η αντίσταση του αέρα **F**, που κατευθύνεται προς τα πάνω.

Εικ. 5.17 Robert Millikan (1868-1953). Ηνωμένες Πολιτείες.

Η αντίσταση (**F**) δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία πέφτει το σταγονίδιο. Για μικρές ταχύτητες, η αντίσταση που δέχεται στον αέρα μια μικρή σφαίρα, όπως οι σταγόνες του λαδιού, δίνεται από τη σχέση

$$F = C\upsilon = 6\pi\mu r\upsilon$$

όπου μ το ιξώδες του αέρα (ιξώδες: ένα μέγεθος που δείχνει πόσο παχύρρευστο είναι ένα ρευστό), r η ακτίνα της σταγόνας και υ η ταχύτητά της.

Όσο το βάρος m**g** είναι μεγαλύτερο από την αντίσταση, η σταγόνα επιταχύνεται. Καθώς όμως η ταχύτητά της αυξάνεται, μεγαλώνει η αντίσταση και σύντομα γίνεται αντίθετη με το βάρος. Τότε η σταγόνα αποκτά μια τελική, οριακή ταχύτητα.

$$mg = F \text{ άρα } mg = 6\pi\mu r\upsilon \qquad (5.65)$$

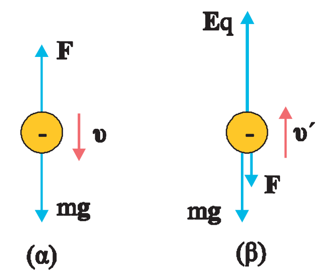
Η μάζα της σταγόνας μπορεί να γραφεί m = Vρ, όπου ρ η πυκνότητα και V ο όγκος της σταγόνας. Ο όγκος της σταγόνας είναι $\frac{4}{3}\pi r^3$ (όγκος σφαίρας).

Οπότε η σχέση (5.65) γίνεται

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g = 6\pi\mu r \upsilon \qquad \text{ή} \qquad \frac{4}{3}\pi r^2 \rho g = 6\pi\mu\upsilon \tag{5.66}$$

Η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα σταγονίδιο είναι μερικά εκατοστά του εκατοστού του μέτρου το δευτερόλεπτο και επομένως είναι δυνατόν να μετρηθεί, οπότε η σχέση (5.66) μας δίνει την ακτίνα της σταγόνας.

Έστω τώρα ότι συνδέουμε τις δύο πλάκες με τους πόλους μιας πηγής, έτσι ώστε η επάνω πλάκα να έχει το υψηλό δυναμικό. Τώρα εκτός από τις δύο δυνάμεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως, στο σταγονίδιο ασκείται και μια δύναμη από το πεδίο **E**q. Υποθέσαμε ότι το φορτίο q είναι αρνητικό, επομένως η ηλεκτρική δύναμη κατευθύνεται προς τα πάνω. Από το μέτρο της δύναμης θα εξαρτηθεί αν το σταγονίδιο θα συνεχίσει να κινείται προς τα κάτω, με μικρότερη ταχύτητα, ή θα αντιστρέψει την κίνησή του. Όπως και να ‘χει η συνισταμένη των τριών δυνάμεων γίνεται πάλι μηδέν και τότε η σταγόνα τελικά αποκτά μια νέα οριακή ταχύτητα.



Σχ. 5.62 (α) Οι δυνάμεις στην σταγόνα που πέφτει με την οριακή της ταχύτητα υ. (β) Οι δυνάμεις παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου.

Ας πάρουμε την περίπτωση όπου η ηλεκτρική δύναμη είναι αρκετά μεγάλη και το σταγονίδιο κινείται προς τα πάνω, τότε η αντίσταση **F**, κατευθύνεται προς τα κάτω. Αν υ΄ είναι η νέα οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η σταγόνα, ισχύει

$$\Sigma\mathbf{F} = 0 \text{ επομένως } qE - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - 6\pi\mu r\upsilon' = 0$$

Μετρώντας την υ΄ και έχοντας ήδη υπολογίσει την ακτίνα, από τη σχέση (5.66) μπορούμε να υπολογίσουμε το φορτίο q.

Με μια μεγάλη σειρά μετρήσεων ο Millikan βρήκε ότι το φορτίο κάθε σταγόνας ήταν ακέραιο πολλαπλάσιο μιας στοιχειώδους ποσότητας φορτίου e. Έκανε ακόμα την υπόθεση ότι, το φορτίο αυτό ήταν ίσο, σε απόλυτη τιμή, με το φορτίο ενός ηλεκτρονίου. Η υπόθεσή του επιβεβαιώθηκε. Για την εργασία του αυτή ο Millikan τιμήθηκε το 1923 με το βραβείο Νόμπελ.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΟΝΑΔΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ (S.I.)

Ποσότητα	**Όνομα μονάδας**	**Σύμβολο**	
	Θεμελιώδεις μονάδες του S.I.		
Μήκος	Meter	m	
Μάζα	Kilogram	Kg	
Χρόνος	Second	s	
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Ampere	A	
Θερμοδυναμική θερμοκρασία	Kelvin	K	
Ένταση φωτεινής ακτινοβολίας	Candela	cd	
Ποσότητα ύλης	Mole	mol	
	Παράγωγες μονάδες του S.I.	**Σύμβολο**	**Ισοδύναμες μονάδες**
Επιφάνεια	Τετραγωνικό μέτρο	m^2	
Όγκος	Κυβικό μέτρο	m^3	
Συχνότητα	Hertz	Hz	s^{-1}
Πυκνότητα	Kilogram ανά κυβικό μέτρο	Kg/m^3	
Ταχύτητα	Meter ανά second	m/s	
Γωνιακή ταχύτητα	Radian ανά second	rad/s	
Επιτάχυνση	Meter ανά second στο τετράγωνο	m/s^2	
Δύναμη	Newton	N	$Kg.m/s^2$
Πίεση	Pascal	Pa	N/m^2
Έργο, ενέργεια, ποσότητα θερμότητας	Joule	J	N.m
Ισχύς	Watt	W	J/s
Ηλεκτρικό φορτίο	Coulomb	C	A.s
Διαφορά δυναμικού, ηλεκτρεγερτική δύναμη	Volt	V	W/A, J/C
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	Volt ανά μέτρο	V/m	N/C
Ηλεκτρική αντίσταση	Ohm	Ω	V/A
Χωρητικότητα	Farad	F	A.s/V
Μαγνητική ροή	Weber	Wb	V.s
Συντελεστής αυτεπαγωγής, αμοιβαίας επαγωγής	Henry	H	V.s/A
Ένταση μαγνητικού πεδίου	Tesla	T	Wb/m^2
Ενεργότητα (ραδιενεργού πηγής)	Becquerel	Bq	s^{-1}
Απορροφηθείσα δόση ακτινοβολίας	Gray	Gy	J/Kg
Ισοδύναμη δόση ακτινοβολίας	Sievert	Sv	J/Kg
	Συμπληρωματικές μονάδες του S.I.		**Σύμβολο**
Ισοδύναμες μονάδες			
Επίπεδη γωνία	radian		rad

ΠΙΝΑΚΑΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

Όνομα	Σύμβολο	Τιμή
Ακτίνα Bohr	α_0	$5,29 \cdot 10^{-11}$ m
Γραμμομοριακός όγκος σε Κ.Σ.	V_m	22,4 ℓ /mol
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ $C^2/N.m^2$
Ηλεκτρική σταθερά (στο κενό)	K_C	$9 \cdot 10^9$ $N.m^2/C^2$
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2
Μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ Kg
Μάζα ηρεμίας του νετρονίου	m_n	$1,67 \cdot 10^{-27}$ Kg
Μάζα ηρεμίας του πρωτονίου	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27}$ Kg
Παγκόσμια σταθερά των αερίων	R	8,314 J/mol.K
Σταθερά της παγκόσμιας έλξης	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/Kg^2$
Σταθερά του Avogadro	N_A	$6,023 \cdot 10^{23}$ μόρια/mol
Σταθερά του Boltzmann	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K
Σταθερά του Planck	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ C
Ταχύτητα ήχου σε ξηρό αέρα	$\upsilon_{\eta\chi}$	331,4 m/s
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	c_o	$3 \cdot 10^8$ m/s

ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΗΙΝΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ακτίνα σφαίρας με τον ίδιο όγκο	$6,371.10^6$ m
Γωνιακή ταχύτητα	$7,29 \cdot 10^{-5}$ rad/s
Επιτάχυνση της βαρύτητας g (45ο, 0m)	9,81 m/s^2
Ισημερινή ακτίνα	$6,378 \cdot 10^6$ m
Μαγνητικό πεδίο (στην Washington)	$5,7 \cdot 10^{-5}$ T
Μάζα	$5,983 \cdot 10^{24}$ Kg
Μέση απόσταση Γης - Ηλίου	$1,496 \cdot 10^8$ Km
Μέση γραμμική ταχύτητα	29,770 m/s
Μέση πυκνότητα	5522 Kg/m^3
Όγκος	$1,087 \cdot 10^{21}$ m^3
Πολική ακτίνα	$6,357 \cdot 10^6$ m
Ταχύτητα διαφυγής	11,2 Km/s

ΠΙΝΑΚΑΣ ΗΛΙΑΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ακτίνα	$6,96.10^5$ Km
Επιτάχυνση της βαρύτητας g	274 m/s^2
Επιφανειακή θερμοκρασία	600 K
Μάζα	$1,99 \cdot 10^{30}$ Kg
Μέση πυκνότητα	1,41 Kg/m^3
Ταχύτητα διαφυγής	618 Km/s

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΕΛΗΝΙΑΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ακτίνα	1738 Km
Επιτάχυνση της βαρύτητας g	1,67 m/s^2
Μάζα	$7,36 \cdot 10^{22}$ Kg
Μέση απόσταση Γης - Σελήνης	$3,8 \cdot 10^5$ Km
Μέση πυκνότητα	3340 Kg/m^3
Ταχύτητα διαφυγής	2,38 Km/s

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΘΕΜΑΤΩΝ ΣΤΟ S.I.

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ

Σύμβολο	**Πρόθεμα**	**Πολλαπλασιάζω επί**
da	deca	$10^1=10$
h	hecto	$10^2=100$
K	kilo	$10^3=1000$
M	mega	$10^6=1000000$
G	giga	$10^9=1000000000$
T	tera	$10^{12}=1000000000000$

ΥΠΟΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ

Σύμβολο	**Πρόθεμα**	**Πολλαπλασιάζω επί**
d	deci	$10^{-1}=0,1$
c	centi	$10^{-2}=0,01$
m	milli	$10^{-3}=0,001$
μ	micro	$10^{-6}=0,000001$
n	nano	$10^{-9}=0,000000001$
p	pico	$10^{-12}=0,000000000001$

ΑΛΛΕΣ ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΤΑΘΕΡΕΣ

Μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας		4,186 J / cal
Κανονική ατμοσφαιρική πίεση	1 atm	$1{,}013\times10^{5}$ Pα $\left(N/m^{2}\right)$
Απόλυτο μηδέν	0 K	-273 °C
Ηλεκτρονιοβόλτ	1 eV	$1{,}6\times10^{-19}$ J
Ενέργεια ηρεμίας ηλεκτρονίου	mc^2	0,511 MeV
Γραμμομοριακός όγκος ιδανικού αερίου (s.t.p.)	V_{mol}	22,4 L / mol

ΛΕΞΙΛΟΓΙΟ ΟΡΩΝ

Α

αδιαβατική μεταβολή: μεταβολή στη διάρκεια της οποίας το σύστημα δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον.

αδιαβατικό τοίχωμα: τοίχωμα που δεν επιτρέπει την ανταλλαγή θερμότητας.

ακτίνα Schwarzschild: η μέγιστη ακτίνα που πρέπει να έχει ένα ουράνιο σώμα μάζας Μ για να είναι μαύρη τρύπα.

ακτινοβολία Cerenkov: ορατή ακτινοβολία που προέρχεται από τις κρούσεις φορτισμένων σωματιδίων με τα άτομα.

αμοιβαία επαγωγή: η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε ένα κύκλωμα εξαιτίας της μεταβολής του ρεύματος σε ένα άλλο κύκλωμα.

ανόρθωση εναλλασσόμενης τάσης: η μετατροπή της σε συνεχή τάση.

αντιστρεπτή μεταβολή: μεταβολή στην οποία υπάρχει δυνατότητα επαναφοράς του συστήματος και του περιβάλλοντος στην αρχική τους κατάσταση.

απόλυτη θερμοκρασία: η θερμοκρασία στην κλίμακα Kelvin. Το μηδέν της κλίμακας είναι το απόλυτο μηδέν.

απόλυτο μηδέν: η θερμοκρασία κάτω από την από την οποία δεν είναι δυνατό να φτάσουμε. Αντιστοιχεί στους -273 °C.

ατμομηχανή: είδος θερμικής μηχανής. Σε αυτή το «μέσον» είναι το νερό, δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας ο λέβητας όπου θερμαίνεται το νερό και δεξαμενή χαμηλής θερμοκρασίας ο συμπυκνωτής όπου ψύχεται το νερό.

αυτεπαγωγή: η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε ένα κύκλωμα όταν μεταβάλλεται το ρεύμα που το διαρρέει.

Β

βαρυτικό πεδίο: ο χώρος στον οποίο όταν βρεθεί μια μάζα θα δεχθεί δύναμη.

βόρειο σέλας: φωτεινό φαινόμενο που εκδηλώνεται κοντά στο βόρειο πόλο της Γης και οφείλεται στις κρούσεις φορτισμένων σωματιδίων με τα άτομα του αέρα.

βρασμός: φαινόμενο κατά το οποίο ένα υγρό μεταβαίνει στην αέρια φάση από όλη τη μάζα του.

Γ

γαλβανόμετρο: όργανο που δείχνει αν περνάει ρεύμα.

γραμμική πυκνότητα φορτίου: το πηλίκο του φορτίου Δq που αντιστοιχεί σε μήκος Δl ενός αγωγού προς το μήκος αυτό.

Δ

διατηρητικό πεδίο: πεδίο στο οποίο η δύναμη που ασκεί δεν παράγει έργο κατά τη μετακίνηση του υποθέματος σε κλειστή τροχιά.

διαφορά δυναμικού (μεταξύ δύο σημείων βαρυτικού πεδίου)**:** το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση μιας μάζας m από το ένα σημείο στο άλλο προς τη μάζα αυτή.

διαφορά δυναμικού (μεταξύ δύο σημείων ηλεκτρικού πεδίου)**:** το πηλίκο του έργου που παράγει ή καταναλώνει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση φορτίου q από το ένα σημείο στο άλλο προς το φορτίο αυτό.

διηλεκτρική αντοχή: η τιμή της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου πάνω από την οποία το διηλεκτρικό συμπεριφέρεται ως αγωγός.

διηλεκτρική σταθερά (διηλεκτρικού)**:** ο λόγος της χωρητικότητας ενός πυκνωτή με το διηλεκτρικό προς τη χωρητικότητα του ίδιου πυκνωτή στο κενό.

διηλεκτρικό: σώμα στο οποίο δεν μπορούν να κινηθούν ηλεκτρικά φορτία, ο μονωτής.

δίοδος: συσκευή που επιτρέπει την κίνηση των ηλεκτρονίων μόνο προς μία κατεύθυνση.

δύναμη Laplace: η δύναμη που δέχεται ρευματοφόρος αγωγός που βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο.

δύναμη Lorentz: η δύναμη που δέχεται ένα ηλεκτρικό φορτίο που κινείται σε μαγνητικό πεδίο.

δύναμη κεντρική: η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο μαζών ή δύο φορτίων που έχει τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζεται από τα κέντρα μάζας ή τα κέντρα φορτίων αντίστοιχα.

δυναμικό βαρυτικού πεδίου: το σταθερό πηλίκο του έργου που παράγει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση μάζας m από ένα σημείο του πεδίου μέχρι το άπειρο προς τη μάζα αυτή.

δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου: το σταθερό πηλίκο του έργου που παράγει η δύναμη του πεδίου κατά τη μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου μέχρι το άπειρο προς το φορτίο αυτό.

δυναμό: γεννήτρια.

Ε

ειδική γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερή πίεση (C_p): το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφέρουμε σε 1 mol αερίου, του οποίου η πίεση μένει σταθερή, για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1 °C.

ειδική γραμμομοριακή θερμότητα υπό σταθερό όγκο (C_V): το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφέρουμε σε 1 mol αερίου, του οποίου ο όγκος είναι σταθερός για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1 °C.

ειδική γραμμομοριακή θερμότητα: το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφέρουμε στη μονάδα μάζας του υλικού για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1 °C.

ειδική θερμότητα: το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφέρουμε σε 1 g του υλικού για να αυξήσουμε τη θερμοκρασία του κατά 1 °C.

εκτόνωση ελεύθερη: η αύξηση του όγκου του αερίου που γίνεται χωρίς παραγωγή έργου, η ανεμπόδιστη αύξηση του όγκου ενός αερίου.

εναλλακτήρας: η γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης.

εναλλασσόμενο ρεύμα: ρεύμα του οποίου η ένταση είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

ενεργός ένταση (εναλλασσόμενου ρεύματος): η ένταση ενός συνεχούς ρεύματος που έχει τα ίδια θερμικά αποτελέσματα με το εναλλασσόμενο.

ενεργός τάση (εναλλασσόμενης τάσης): η τιμή της συνεχούς τάσης που όταν εφαρμόζεται σε μια αντίσταση δίνει ρεύμα με ένταση ίση με την ενεργό τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος που προκαλεί η εναλλασσόμενη τάση.

ενεργός ταχύτητα: η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων των ταχυτήτων.

ένταση βαρυτικού πεδίου: το πηλίκο της δύναμης που δέχεται μάζα m σε ένα σημείο του πεδίου προς τη μάζα αυτή.

ένταση ηλεκτρικού πεδίου: το πηλίκο της δύναμης που δέχεται φορτίο q σε ένα σημείο του πεδίου προς το φορτίο αυτό. Η κατεύθυνσή της συμπίπτει με την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται σε θετικό φορτίο.

ένταση μαγνητικού πεδίου: το πηλίκο της μέγιστης δύναμης που δέχεται από μαγνητικό πεδίο ένας αγωγός μήκους l, που διαρρέεται από ρεύμα έντασης Ι, προς το γινόμενο Il.

εντροπία: μέγεθος που συνδέεται με την αταξία που επικρατεί στα δομικά συστατικά του συστήματος και με την ικανότητα του συστήματος να παράγει έργο.

εξαερίωση: η μετάβαση ενός σώματος από την υγρή στην αέρια φάση.

εξάτμιση: η εξαερίωση που γίνεται μόνο από την επιφάνεια του υγρού.

εξίσωση της τροχιάς: η συνάρτηση $y = f(x)$ των συντεταγμένων του σώματος.

επαγωγή: η εμφάνιση ηλεκτρεγερτικής δύναμης σε έναν αγωγό όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που περνάει από την επιφάνεια που ορίζει με το σχήμα του ή όταν διέρχεται μαγνητική ροή από την επιφάνεια που ορίζει με την κίνησή του.

επαγωγική σύζευξη δύο κυκλωμάτων: δύο κυκλώματα βρίσκονται σε επαγωγική σύζευξη όταν η μεταβολή του ρεύματος στο ένα δημιουργεί ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή στο άλλο.

επιλογέας ταχυτήτων: διάταξη που επιτρέπει να περάσουν μόνο φορτισμένα σωματίδια που έχουν ορισμένη ταχύτητα. Βασίζεται στο συνδυασμό μαγνητικού και ηλεκτρικού πεδίου με τις δυναμικές γραμμές τους κάθετες μεταξύ τους.

επίπεδος πυκνωτής: πυκνωτής του οποίου οι οπλισμοί είναι παράλληλες επίπεδες μεταλλικές επιφάνειες.

επιφάνεια Gauss: μια κλειστή επιφάνεια που επιλέγουμε για να εφαρμόσουμε το νόμο του Gauss.

επιφανειακή πυκνότητα φορτίου: το πηλίκο του φορτίου Δq που αντιστοιχεί σε επιφάνεια ΔΑ προς την επιφάνεια αυτή.

εσωτερική ενέργεια: ενέργεια που εμπεριέχει ένα σώμα και είναι το άθροισμα των ενεργειών των σωματιδίων που το απαρτίζουν, ως αποτέλεσμα της σχετικής τους κίνησης ως προς το κέντρο μάζας του σώματος και των αλληλεπιδράσεων μεταξύ τους. Εξαρτάται από τη θερμοκρασία.

Ζ

ζώνες Van Allen: ζώνες που περιβάλλουν τη Γη στις οποίες παρατηρήθηκε μεγάλη πυκνότητα φορτισμένων σωματιδίων.

Η

ηλεκτρική ροή από στοιχειώδη επιφάνεια ΔΑ: το γινόμενο του μέτρου της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου επί το εμβαδόν της επιφάνειας ΔΑ επί το συνημίτονο της γωνίας ανάμεσα στην ένταση και την κάθετη στην επιφάνεια.

ηλεκτρικό πεδίο: ο χώρος στον οποίο όταν βρεθεί ένα φορτίο θα δεχθεί δύναμη.

ηλεκτρονικό τηλεβόλο: τμήμα του καθοδικού σωλήνα που εξασφαλίζει την εκπομπή, επιτάχυνση και εστίαση των ηλεκτρονίων.

ηλεκτρονιοβόλτ: το έργο που παράγει η δύναμη του πεδίου όταν μετατοπίζεται το στοιχειώδες φορτίο μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 1 V. ($1\ \text{eV} = 1{,}6\times10^{-19}\ \text{Joule}$).

Θ

θερμικά μονωμένο σύστημα: σύστημα που δεν αλληλεπιδρά με το περιβάλλον του. Θερμικά μονωμένο αν δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον.

θερμική μηχανή: μηχανή που μετατρέπει τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.

θερμοδυναμική ισορροπία: η κατάσταση στην οποία οι θερμοδυναμικές μεταβλητές του συστήματος παραμένουν σταθερές.

θερμοδυναμική μεταβλητή: μέγεθος που χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε ένα θερμοδυναμικό σύστημα.

θερμοδυναμική: η επιστήμη που εξετάζει τις μετατροπές της θερμότητας σε μηχανικό έργο.

θερμότητα: μορφή ενέργειας που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο που έχει χαμηλότερη θερμοκρασία.

Ι

ιδανικά αέρια: Μακροσκοπικά, τα αέρια που υπακούουν στην καταστατική εξίσωση, σε όλες τις συνθήκες. Από μικροσκοπική άποψη τα αέρια των οποίων τα μόρια είναι τέλειες σφαίρες, δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους παρά μόνο όταν συγκρούονται και οι συγκρούσεις με τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο βρίσκονται είναι τελείως ελαστικές.

ισοβαρής μεταβολή: μεταβολή στη διάρκεια της οποίας η πίεση του αερίου μένει σταθερή.

ισόθερμη μεταβολή: μεταβολή στη διάρκεια της οποίας η θερμοκρασία του αερίου μένει σταθερή.

ισότοπα (άτομα): άτομα που έχουν τον ίδιο ατομικό αριθμό αλλά διαφορετικό μαζικό αριθμό - άτομα του ίδιου στοιχείου που έχουν διαφορετικό αριθμό νετρονίων, άρα διαφορετική μάζα.

ισόχωρη μεταβολή: μεταβολή στη διάρκεια της οποίας ο όγκος του αερίου μένει σταθερός.

Κ

κινητική θεωρία: θεωρία που διατυπώθηκε για να ερμηνευτεί η συμπεριφορά των αερίων. Βασική της παραδοχή ότι τα αέρια αποτελούνται από μεγάλο αριθμό σωματιδίων που κινούνται άτακτα.

κορεσμένοι ατμοί: Ατμοί που συνυπάρχουν σε ισορροπία με την υγρή φάση του σώματος.

κυκλική μεταβολή: κάθε μεταβολή στο τέλος της οποίας το αέριο επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση.

κύκλος Carnot: Κυκλική αντιστρεπτή μεταβολή ορισμένης ποσότητας αερίου που περιλαμβάνει ισόθερμη εκτόνωση, αδιαβατική εκτόνωση, ισόθερμη συμπίεση και αδιαβατική συμπίεση.

Μ

μαγνητική ροή από επιφάνεια ΔΑ: το γινόμενο του μέτρου της έντασης του μαγνητικού πεδίου επί το εμβαδόν της επιφάνειας ΔΑ επί το συνημίτονο της γωνίας ανάμεσα στην ένταση και την κάθετη στην επιφάνεια.

μαγνητική φιάλη: μαγνητικό πεδίο που εγκλωβίζει φορτισμένα σωματίδια. Είναι ισχυρό στα άκρα και ασθενές στο μέσο.

μαγνητικό πεδίο: ο χώρος στον οποίο δέχονται δυνάμεις κινούμενα ηλεκτρικά φορτία ή ρευματοφόροι αγωγοί.

μακροσκοπική μελέτη: η μελέτη ενός συστήματος κατά τη διάρκεια της οποίας αδιαφορούμε για τους δομικούς του λίθους (άτομα, μόρια, κ.λπ.).

μαύρη τρύπα: ουράνιο σώμα για το οποίο η ταχύτητα διαφυγής ισούται με την ταχύτητα του φωτός-που δεσμεύει στο βαρυτικό του πεδίο και τα φωτόνια.

μέση ισχύς (εναλλασσόμενου ρεύματος): το πηλίκο της ενέργειας που μεταφέρει το εναλλασσόμενο ρεύμα σε χρόνο μιας περιόδου προς το χρόνο αυτό.

μέση ταχύτητα μορίων: ο μέσος όρος των ταχυτήτων των μορίων.

μηχανή Carnot: Μια ιδανική θερμική μηχανή που έχει το μεγαλύτερο συντελεστή απόδοσης από όλες τις μηχανές που λειτουργούν ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_1 και T_2.

μικροσκοπική μελέτη: η μελέτη ενός συστήματος με βάση τη συμπεριφορά των δομικών του λίθων.

Π

παλμογράφος: ηλεκτρονική διάταξη που επιτρέπει να παρακολουθούμε και να μετράμε μεταβαλλόμενες τάσεις.

πεδίο δυνάμεων: χώρος στον οποίο ασκείται δύναμη στο κατάλληλο υπόθεμα που βρίσκεται σε αυτόν.

πιο πιθανή ταχύτητα (των μορίων ενός αερίου)**:** αν ομαδοποιήσουμε τα μόρια ενός αερίου με βάση την ταχύτητά τους, η ταχύτητα της πιο πολυπληθούς ομάδας.

πόλωση διηλεκτρικού: η ανακατανομή των ηλεκτρικών φορτίων του διηλεκτρικού όταν εισάγεται σε ηλεκτρικό πεδίο.

πυκνωτής: σύστημα δυο αγωγών που βρίσκονται σε μικρή απόσταση και χωρίζονται από το κενό ή από ένα διηλεκτρικό.

Ρ

ρότορας: το κινητό μέρος μιας γεννήτριας ή ενός ηλεκτροκινητήρα.

Σ

σημειακή μάζα: μάζα που είναι συγκεντρωμένη σε ένα σημείο- σώμα που έχει πολύ μικρές διαστάσεις.

σημείο βρασμού: το σημείο ζέσεως.

σημείο ζέσεως: η θερμοκρασία στην οποία βράζει ένα υγρό.

σταθερά του Boltzmann: το πηλίκο της παγκόσμιας σταθεράς των ιδανικών αερίων με τον αριθμό N_A.

στάτορας: το ακίνητο μέρος μιας γεννήτριας ή ενός ηλεκτροκινητήρα.

συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής δυο κυκλωμάτων: το πηλίκο της επαγωγικής ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται σε ένα κύκλωμα προς το ρυθμό μεταβολής του ρεύματος στο άλλο κύκλωμα.

συντελεστής αυτεπαγωγής ενός κυκλώματος: το πηλίκο της επαγωγικής ηλεκτρεγερτικής δύναμης που αναπτύσσεται στο κύκλωμα προς το ρυθμό μεταβολής του ρεύματος που το διαρρέει.

συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής: ο λόγος του έργου που αποδίδει σε έναν κύκλο η μηχανή προς τη θερμότητα που παίρνει από τη θερμή δεξαμενή στον ίδιο χρόνο.

συντελεστής απόδοσης θερμικής μηχανής: ο λόγος του ωφέλιμου έργου που αποδίδει μια θερμική μηχανή προς τη θερμότητα που προσλαμβάνει από το περιβάλλον.

Τ

τάση σάρωσης: η περιοδική τάση που εφαρμόζεται στα πλακίδια οριζόντιας εκτροπής ενός παλμογράφου. Χαρακτηριστικό της είναι ότι αυξάνεται γραμμικά και μηδενίζεται απότομα.

ταχύτητα διαφυγής: η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα σώμα για να εγκαταλείψει το βαρυτικό πεδίο ενός ουράνιου σώματος.

Φ

φασματογράφος μάζας: διάταξη που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση του πηλίκου m/q φορτισμένων σωματιδίων.

φθορισμός: η εκπομπή ακτινοβολίας από ένα σώμα στο οποίο προσπίπτουν φωτόνια ή φορτισμένα σωματίδια που έχουν ενέργεια μεγαλύτερη από ορισμένη τιμή.

Χ

χωρητικότητα πυκνωτή: το σταθερό πηλίκο του φορτίου του πυκνωτή προς τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του.

ISBN 978-960-06-4827-0
Κωδικός βιβλίου: 0-22-0223

ΙΤΥΕ
"ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"
ινστιτουτο
τεχνολογιας
υπολογιστων & εκδοσεων

(01) 000000 0 22 0223 5