

Φύλλο εργασίας**Η νιοστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού.**

1. Να συμπληρώσετε τις ισότητες: α) $3^3 = \dots\dots\dots$ β) $2^4 = \dots\dots\dots$ γ) $1^5 = \dots\dots\dots$ δ) $0^6 = \dots\dots\dots$
ε) $4^3 = \dots\dots\dots$ στ) $10^4 = \dots\dots\dots$ ζ) $0,2^4 = \dots\dots\dots$ η) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \dots\dots\dots$ θ) $0.1^4 = \dots\dots\dots$
2. Μερικές φορές την παραπάνω εργασία πρέπει να την κάνουμε αντίστροφα! Για παράδειγμα, μπορείτε να βρείτε ποιος αριθμός (θετικός ή μηδέν) πρέπει να τοποθετηθεί στη θέση των κενών στις παρακάτω ισότητες; α) $(\dots\dots)^3 = 27$ β) $(\dots\dots)^4 = 16$ γ) $(\dots\dots)^5 = 1$ δ) $(\dots\dots)^6 = 0$ ε) $(\dots\dots)^3 = 64$ στ) $(\dots\dots)^4 = 10000$ ζ) $(\dots\dots)^4 = 0.0016$ η) $(\dots\dots)^3 = \frac{27}{8}$ θ) $(\dots\dots)^4 = 0.0001$
3. Από τα παραπάνω παραδείγματα μπορούμε να έχουμε: $\sqrt[3]{\dots\dots} = 3$, $\sqrt[4]{16} = \dots\dots$,
 $\sqrt[5]{\dots\dots} = 1$, $\sqrt[6]{0} = \dots\dots$, $\sqrt[3]{\dots\dots} = 4$, $\sqrt[4]{10000} = \dots\dots$, $\sqrt[4]{\dots\dots} = 0.2$, $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \dots\dots$, $\sqrt[4]{\dots\dots} = 0.1$

Νιοστή ρίζα ενός **μη αρνητικού αριθμού α** λέγεται ο **μη αρνητικός αριθμός** που αν υψωθεί στη ν δίνει τον αριθμό $\dots\dots\dots$. Συμβολίζουμε την νιοστή ρίζα ενός **μη αρνητικού αριθμού α** με $\sqrt[n]{\alpha}$.

Έστω κύβος με όγκο 8 m^3 . Να βρείτε το μήκος της πλευρά του.

ΛΥΣΗ: Η εξίσωση που λύνει το πρόβλημα είναι: $\dots\dots\dots$ Με δοκιμές μπορείτε να βρείτε ότι: $x = \dots\dots\dots$ Ο αριθμός 2 εδώ λέγεται τρίτη ρίζα του 8 και γράφουμε:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

Αν $\alpha \geq 0$, η $\sqrt[n]{\alpha}$ είναι η μη αρνητική λύση της εξίσωσης $\dots\dots\dots$

άσκηση 1 σελ 74, 2^η, 3^η, 4^η στήλη.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΡΙΖΩΝ

Ισχύουν από τον ορισμό της νιοστής ρίζας:

- Αν $\alpha \geq 0$, $(\sqrt[n]{\alpha})^n = \dots\dots\dots \sqrt[n]{\alpha^n} = \dots\dots\dots$, ενώ αν $\sqrt[n]{\alpha} > 0$ τότε $\alpha > 0$.
- Αν $\alpha \leq 0$ και n άρτιος φυσικός αριθμός, τότε $\sqrt[n]{\alpha^n} = \dots\dots\dots$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ: $\sqrt[2021]{3^{2021}} = \dots\dots\dots$, $\sqrt[2022]{(-2)^{2022}} = \dots\dots\dots$

ΝΙΟΣΤΕΣ ΡΙΖΕΣ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ

• **Γινόμενο ριζών:** $\sqrt[n]{\alpha} \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha\beta}$ αν $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$. Πολλαπλασιάζουμε ρίζες ΜΟΝΟ με ίδιο δείκτη.

Απόδειξη:

.....
.....

άσκηση 6 υ) σελ 74.

• **Πηλίκο ριζών:** $\frac{\sqrt[n]{\alpha}}{\sqrt[n]{\beta}} = \sqrt[n]{\frac{\alpha}{\beta}}$ $\alpha \geq 0, \beta > 0$. Διαιρούμε ρίζες ΜΟΝΟ με ίδιο δείκτη.

• **Άθροισμα – διαφορά ριζών:** Μπορούμε να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε μόνο όμοιες ρίζες, δηλαδή ρίζες με τον ίδιο δείκτη και το ίδιο υπόριζο.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:.....

• **Διπλή ρίζα:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{\alpha}} = \sqrt[mn]{\alpha}$. Για να υπολογίσουμε την ρίζα μιας ρίζας πολλαπλασιάζουμε τους δείκτες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}} = \dots\dots\dots$

άσκηση 7 σελ 74.

• **Απλοποίηση δείκτη και εκθέτη:** $\sqrt[m]{\alpha^{mp}} = \sqrt[m]{\alpha^p}$. Μπορούμε να διαιρέσουμε τον δείκτη και τον εκθέτη με τον ίδιο αριθμό.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: $\sqrt[12]{3^6} = \dots\dots\dots$

• Δύναμη ρίζας: $(\sqrt[n]{\alpha})^k = \sqrt[n]{\alpha^k}, \alpha \geq 0$

Γιατί ισχύει το παραπάνω;.....

• Εξαγωγή-εισαγωγή παράγοντα σε ρίζα: $\sqrt[n]{\alpha^v \beta} = \alpha \sqrt[n]{\beta}, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$. Ένας αριθμός βγαίνει έξω από την ρίζα, αν έχει εκθέτη ίδιο με τον δείκτη. Αντίστροφα για να μπει μέσα σε ρίζα, τον υψώνουμε σε εκθέτη όσος ο δείκτης.

Γιατί ισχύει το παραπάνω;.....

ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕ ΡΗΤΟ ΕΚΘΕΤΗ

Ας εξηγήσουμε εδώ τι σημαίνει: $2^{\frac{1}{5}}$.

Υπολόγισε το $(2^{\frac{1}{5}})^5 = \dots\dots\dots$

Τότε μπορούμε να πούμε ότι το $2^{\frac{1}{5}}$ είναι η λύση της εξίσωσης: $x^5 = \dots\dots\dots$, άρα $x = \dots\dots\dots$

Επομένως: $2^{\frac{1}{5}} = \dots\dots\dots$

Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε: $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$.

Επειδή πολλοίτα μπερδεύουν, να θυμόσαστε: Ο εκθέτης στο υπόριζο μπαίνει αριθμητής στο κλάσμα.

Επίσης ορίζουμε: $0^{\frac{\mu}{\nu}} = 0$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{8} = \dots\dots\dots$

$\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3^3} = \dots\dots\dots$

άσκηση 8 σελ 74.