

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ - ΜΑΪΟΣ 2022

2ο ΚΕΦ: ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- 1) Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί x και y , για τους οποίους ισχύει: $3 \leq x \leq 4$ και $1 \leq y \leq 2$.
- α) Να δείξετε ότι: $|x-3|=x-3$ και $|1-y|=y-1$.
- β) Να δείξετε ότι: $-1 \leq x-2y \leq 2$
- γ) Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης: $2|x-3|-|1-y|-2|3-x|+|y-1|$ είναι 0.
- 2) Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x - 2}$
- α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
- β) Αν $x=2$, να αποδείξετε ότι: $A^2 - A = 2(4 - \sqrt{2})$.

3ο ΚΕΦ: ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

- 3) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - \lambda x - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Να δείξετε ότι έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.
- β) Να βρείτε τα S και P ως συνάρτηση του αριθμού λ .
- γ) Αν $\lambda=1$:
i) Να βρείτε τις λύσεις x_1, x_2 της παραπάνω εξίσωσης.
ii) Είναι οι x_1, x_2 αντίστροφοι αριθμοί; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- 4) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + \lambda x + \lambda - 1 = 0$, με $\lambda \neq 2$.
- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πάντοτε δύο ρίζες πραγματικές και άνισες: x_1, x_2 .
- β) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: i) $x_1 + x_2$ ii) $x_1 \cdot x_2$ iii) $x_1 \cdot x_2^2 + x_1^2 \cdot x_2$.
- γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η σχέση: $3x_1 + 3x_2 = x_1^2 \cdot x_2^2 - 2\lambda - 3$.

4ο ΚΕΦ: ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- 5) Δίνεται το τριώνυμο: $x^2 - x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρεθεί το πρόσημό του για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- β) Να λυθεί η ανίσωση: $x^2 < x + 2$
- γ) Είναι ο αριθμός $\frac{-2021}{2022}$ λύση της ανίσωσης του προηγούμενου ερωτήματος;
Αιτιολογήστε.
- δ) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $A = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x}$. απλοποιήστε την.

- 6) Δίνεται η εξίσωση (E): $x^2 - \lambda x + \lambda + 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσά της Δ είναι: $\Delta = \lambda^2 - 4\lambda - 12$.
- β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες:
- (i) η εξίσωση (E) έχει δύο άνισες ρίζες
 - (ii) η εξίσωση (E) έχει μία (διπλή) ρίζα και να την υπολογίσετε
 - (iii) η εξίσωση (E) είναι αδύνατη
- γ) Για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (E) έχει ρίζα το -2 ;

5ο ΚΕΦ: ΠΡΟΟΔΟΙ

- 7) Δίνεται η αριθμητική πρόοδος (α_n) , για την οποία ισχύει ότι: $\alpha_1 = 19$ και $\alpha_{10} - \alpha_6 = 24$.
- α) Να αποδείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι $\omega = 6$.
- β) Να βρείτε τον α_{20} .
- γ) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου.
- 8) Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος (α_n) με θετικό λόγο λ , για την οποία ισχύει ότι: $\alpha_3 = 1$ και $\alpha_5 = 4$.
- α) Να βρείτε τον λόγο και τον πρώτο όρο της.
- β) Να αποδείξετε ότι ο νιοστός όρος της προόδου είναι $\alpha_n = 2^{n-3}$.

[ΑΠ: α) $\lambda = 2$, $\alpha_1 = \frac{1}{4}$]

6ο ΚΕΦ: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

- 9) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1}$.
- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f.
- β) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(-1, \frac{9}{2})$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f.
- γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
- 10) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (x-1)^2 - 4$ και $g(x) = |x-1| + 2$, με $x \in \mathbb{R}$.
- α) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- β) Να δείξετε ότι για κάθε τιμή του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης g βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- γ) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g.