# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

**ΕΠΩΝΥΜΟ: ……………………………..……ΟΝΟΜΑ: …………………………………………**

**ΤΑΞΗ : Γ΄ - ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ : ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝ/ΚΗ - ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 18 – 04 – 2013**

**ΒΑΘΜΟΣ: …………………………………………………………………………………..………..**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Έστω **** μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α , β]. Αν G είναι μια παράγουσα

 της **** στο [α , β], τότε να αποδείξετε ότι:

  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)**

**Α2.** Έστω μια συνάρτηση  με πεδίο ορισμού Α. Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο

  **** τοπικό ελάχιστο ;  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές, ή με (Λ), αν

 είναι λανθασμένες.

 **α)** Οι εικόνες των μιγαδικών  και  στο μιγαδικό επίπεδο είναι συμμετρικές

 ως προς τον άξονα 

 **β)** Υπάρχουν συναρτήσεις που είναι « 1 – 1 », αλλά δεν είναι γνησίως μονότονες.

 **γ)** Κάθε συνάρτηση  ορισμένη και συνεχής σε ανοικτό διάστημα , έχει

 σύνολο τιμών ανοικτό διάστημα.

 **δ)** Έστω συνάρτηση  ορισμένη και παραγωγίσιμη στο  και σημείο ,

 στο οποίο η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο , τότε πάντα ισχύει ****

 **ε)** Αν f , g είναι δύο συναρτήσεις συνεχείς σε ένα διάστημα Δ με ****

 για κάθε , τότε ισχύει ****, για κάθε 

 **(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται

από το σημείο . Δίνονται επίσης οι μιγαδικοί  και  με  (1)

**Β1.**  Nα αποδείξετε ότι  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

**Β2.**  Nα αποδείξετε ότι το σύνολο τιμών της f είναι το  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)**

**Β3.**  Nα βρείτε το είδος της γραμμής που διαγράφουν οι εικόνες των μιγαδικών αριθμών

 z στο μιγαδικό επίπεδο. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

**Β4.**  Nα αποδείξετε ότι η συνάρτηση g με  δεν έχει τοπικά ακρότατα.

 **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση , η οποία ικανοποιεί τη σχέση 

για κάθε 

**Γ1.**  Να αποδείξετε ότι  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

**Γ2.**  Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης  της συνάρτησης f

 **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

**Γ3.**  Να υπολογίσετε το εμβαδό Ε(t) του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική

 παράσταση της συνάρτησης f , την εφαπτομένη της στην αρχή των αξόνων

 και την ευθεία με εξίσωση  όπου  και στη συνέχεια να βρείτε το

  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

**Γ4.**  Να αποδείξετε ότι: , όπου  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση , η οποία ικανοποιεί τις σχέσεις:

 

  για κάθε 

  για κάθε 

**Δ1.**  Να αποδείξετε ότι  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

**Δ2.**  Να βρείτε τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης 

 **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι  για κάθε  με  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 6)**

**Δ4.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση

 της συνάρτησης f , την παραβολή  και την ευθεία  **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

* Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα.
* Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
* Διάρκεια διαγωνίσματος τρεις ώρες.

##  ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

 Πέμπτη 18 – 04 – 2013

######  Ο ι Μ α θ η μ α τ ι κ ο ί

 **1ου ΓΕ.Λ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ & 1ου ΓΕ.Λ ΠΑΛΑΙΟΥ ΦΑΛΗΡΟΥ**