

Ελάχιστο – Μέγιστο μέτρου

1. Έστω ο μιγαδικός $z = \lambda + (\lambda-1)i$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η εικόνα $M(z)$ κινείται σε ευθεία με εξίσωση $y=x+1$

ii) Να βρείτε το ελάχιστο του $|z|$

iii) Να βρείτε τον μιγαδικό z για τον οποίο έχω $|z|_{\min}$

2. Έστω ο μιγαδικός $z = (\lambda - 1) + (\lambda+4)i$, $\lambda \in \mathbb{R}$ και $z_1=1+2i$.

i) Να δείξετε ότι η εικόνα $M(z)$ κινείται σε ευθεία με εξίσωση $y=x+5$

ii) Να βρείτε το ελάχιστο του $|z-z_1|$

iii) Να βρείτε τον μιγαδικό z για τον οποίο έχω $|z-z_1|_{\min}$

3. Δίνεται μιγαδικός αριθμός z του οποίου η εικόνα κινείται σε κύκλο με κέντρο $K(-1,1)$ και ακτίνα $\rho=2$.

i) Να βρείτε το $|z|_{\min}$, $|z|_{\max}$

ii) να βρείτε τους μιγαδικούς για τους οποίους έχω $|z|_{\min}$, $|z|_{\max}$

4. Δίνεται μιγαδικός αριθμός z με $|z-1+i|=1$ και $z_1=4+3i$. Να βρείτε το $|z-z_1|_{\min}$, $|z-z_1|_{\max}$

5. Δίνεται μιγαδικός αριθμός z με $|z-2|=1$ και $z_1=\lambda+(\lambda+1)i$.

i) Να δείξετε ότι η εικόνα $T(z_1)$ κινείται σε ευθεία με εξίσωση $y=x+1$

ii) Να βρείτε το $|z-z_1|_{\min}$

6. Δίνονται μιγαδικοί αριθμοί z_1, z_2 για τους οποίους ισχύει $|z_1-1+3i|=1$ και $|z_2-3-5i|=2$. Να βρείτε το ελάχιστο και το μέγιστο του $|z_1-z_2|$