

άσκηση

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$, $x \in \mathbb{R}$

α. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

β. Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τα κοίλα και να βρείτε το σημείο καμπής της, καθώς και την εφαπτομένη της στο σημείο καμπής.

γ. Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα: i) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$ ii) $\int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} dx$.

δ₁. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τον άξονα $x'x$, τη γραφική παράσταση της f και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=1$.

δ₂. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από τον άξονα $x'x$, τη γραφική παράσταση της f^{-1} και τις ευθείες με εξισώσεις $x=0$ και $x=\ln(1+\sqrt{2})$.