

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x + \frac{1}{x} + 1$, $x \in A$ με $A = (0, +\infty)$

α. Να αποδείξετε ότι: i) Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα

$$\text{ii) } f(A) = \mathbb{R}$$

β. Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της f

γ. Να αποδείξετε ότι $f^{-1}(1) = f(1)$

δ) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση C της f^{-1} είναι: πάνω από την ευθεία (ε) για κάθε $x \in (1, +\infty)$ και κάτω από την (ε) για κάθε $x \in (-\infty, 1)$, όπου $\varepsilon: y=x$

ε) Να υπολογίσετε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2f^{-1}(x) + x}{x + \eta \mu x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f^{-1}(x) + x}{x + \eta \mu \frac{1}{x}}$