

ΑΣΚΗΣΗ 1

Μια μεταβλητή παίρνει 4 διακεκριμένες τιμές, $x_1=3$, $x_2=4$, $x_3=5$ και $x_4=6$.

Αν οι αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, v_3 και v_4 είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 1, 3, 4 και 2 και το σύνολο των παρατηρήσεων είναι 50, τότε:

- i) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- ii) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων

ΑΣΚΗΣΗ 2

Σε μια εταιρεία ρωτήθηκαν οι 30 υπάλληλοί της ως προς τον αριθμό των παιδιών που έχουν και βρέθηκε ότι 3 υπάλληλοι δεν έχουν παιδιά, 1 παιδί έχουν 6 υπάλληλοι και οι υπάλληλοι που έχουν 2 παιδιά είναι εξαπλάσιοι από τους υπαλλήλους που έχουν 3 παιδιά. (Επίσης δεν υπάρχουν υπάλληλοι που να έχουν περισσότερα από 3 παιδιά.)

- i) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- ii) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.
- iii) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δίνεται ο ελλιπής πίνακας συχνοτήτων μιας μεταβλητής X

x_i	v_i	$f_i \%$
1		
2		
3		
4		10
ΣΥΝΟΛΟ	40	

Αν η γωνία του κυκλικού τομέα στο κυκλικό διάγραμμα που αντιστοιχεί στην τιμή $x_3=3$ είναι 72° και $4v_1=3v_2$, τότε:

- i) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- ii) Να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Σε ένα κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων μιας μεταβλητής, οι γωνίες των κυκλικών τομέων $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ και α_4 που αντιστοιχούν στις τέσσερις διακεκριμένες τιμές της μεταβλητής $x_1=1, x_2=2, x_3=3$ και $x_4=4$, είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2, 4, 1 και 2 αντίστοιχα και το σύνολο των παρατηρήσεων είναι 90.

- i) Να βρείτε τις γωνίες $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ και α_4 του κυκλικού διαγράμματος.
- ii) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.
- iii) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα συχνοτήτων.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Τέσσερις πωλητές Α, Β, Γ και Δ πωλούν συνολικά 80 τεμάχια ενός προϊόντος. Αν οι ποσότητες που πωλούν είναι v_1, v_2, v_3 και v_4 και οι γωνίες των αντίστοιχων κυκλικών τομέων του κυκλικού διαγράμματος $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ και α_4 είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 2, 6, 3 και 5 αντίστοιχα, τότε:

- i) Να βρείτε τις γωνίες του κυκλικού διαγράμματος συχνοτήτων και να το κατασκευάσετε.
- ii) Να κατασκευάσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Η βαθμολογία 30 φοιτητών σ'ένα μάθημα ήταν η παρακάτω:

1	2	3	6	8	6	7	0	6	9
10	2	5	4	4	3	9	8	1	4
6	7	7	6	5	5	10	2	2	7

α) Να ομαδοποιήσετε τα παραπάνω αποτελέσματα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους και να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων.

β₁) Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μικρότερο του 5;

β₂) Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 6 και μικρότερο του 9;

γ) Να κάνετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των συχνοτήτων.

δ) Να κάνετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

Ο πίνακας συμπληρωμένος είναι ο εξής:

Κλάσεις [... , ...)	Διαλογή	Κεντρικές τιμές	Συχνότητα v_i	Αθρ συχ N_i	Σχετ συχ f_i	Σχετ. συχ $f_i \%$	Αθρ. Σχετ. Συχν. $F_i \%$
[0, 2)	III	1	3	3	$3/30 = 0,1$	10	10
[2, 4)	III I	3	6	9	$6/30 = 0,2$	20	30
[4, 6)	III I	5	6	15	$6/30 = 0,2$	20	50
[6, 8)	III IIII	7	9	24	$9/30 = 0,3$	30	80
[8, 10]	III I	9	6	30	$6/30 = 0,2$	20	100
Σύνολο			30		1	100	

ΑΣΚΗΣΗ 7

Η διάρκεια ζωής (σε ώρες λειτουργίας) 200 λαμπτήρων δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Ώρες λειτουργίας	Συχνότητα
[300, 350)	20
[350, 400)	50
[400, 450)	80
[450, 500)	50

α. Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων n_i , N_i , f_i % , F_i % .

β) Να κάνετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.

γ) Πόσοι λαμπτήρες είχαν διάρκεια από 450 έως 480 ώρες, ποιο ποσοστό αντιπροσωπεύουν αυτοί;

ΑΣΚΗΣΗ 8

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος ομαδοποιήθηκαν σε τέσσερες κλάσεις ίσου πλάτους όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i
[... , ...)	4
[... , ...)	
[10 , ...)	
[... , ...)	

ΑΣΚΗΣΗ 9

Στο σχήμα δίνεται το πολύγωνο των αθροιστικών συχνοτήτων που παρουσιάζει ομαδοποιημένες τις ηλικίες 500 ατόμων που παρακολούθησαν μια ροκ συναυλία.

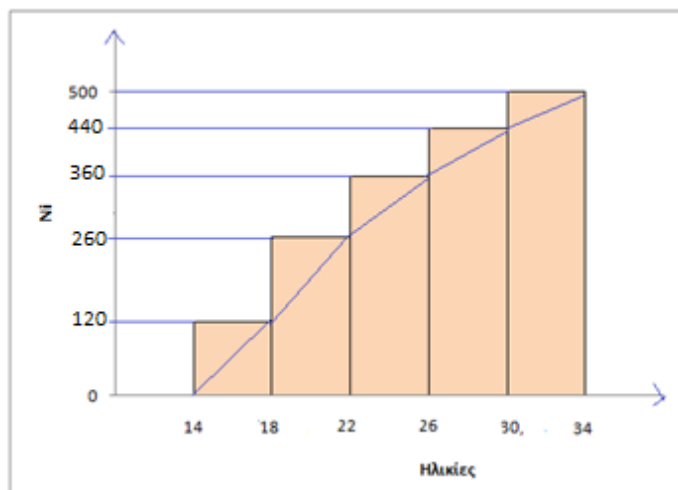
α) Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων n_i , $f_i\%$, N_i και $F_i\%$

β) Να βρείτε:

i) πόσοι από τους θεατές ήταν κάτω από 25 ετών.

ii) πόσοι από τους θεατές ήταν τουλάχιστον 20 ετών.

iii) την ηλικία κάτω από την οποία ήταν το 80 % των θεατών.



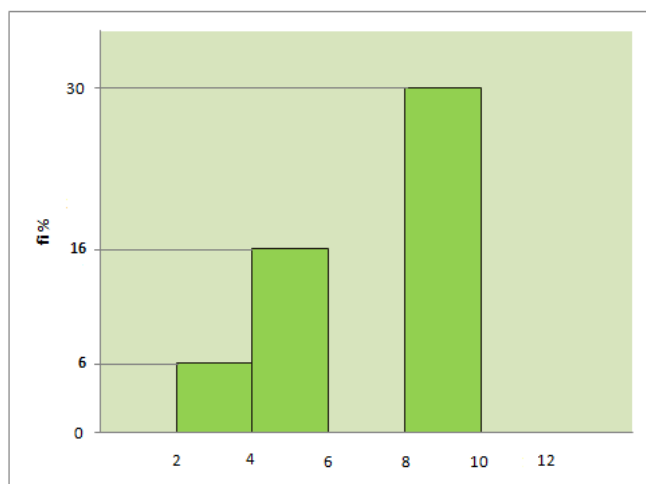
ΑΣΚΗΣΗ 10

Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%) λείπει το ορθογώνιο της κλάσης [6, 8) και της κλάσης [10, 12).

α) Να κατασκευάσετε τα ορθογώνια που λείπουν αν γνωρίζετε ότι η σχετική συχνότητα της 3^{ης} κλάσης είναι τριπλάσια από αυτή της 5^{ης} κλάσης.

β) Να υπολογίσετε τις συχνότητες των κλάσεων αν γνωρίζετε ότι η συχνότητα της 2^{ης} κλάσης είναι $n_2 = 8$.

γ) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων (%).



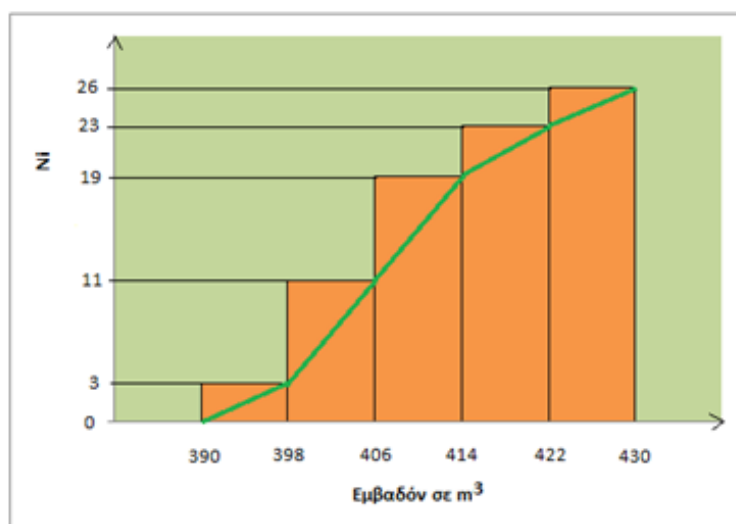
ΑΣΚΗΣΗ 11

Ένα δείγμα 80 κινηματογραφικών ταινιών διάρκειας από 60 έως 135 λεπτά ταξινομήθηκαν ως σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους. Αν γνωρίζουμε ότι :

- i) το 85% των ταινιών έχει διάρκεια τουλάχιστον 75 min,
- ii) οι ταινίες που έχουν διάρκεια από 105 έως 120 min είναι διπλάσιες από αυτές που έχουν διάρκεια από 60 έως 75 min,
- iii) το 55% των ταινιών έχει διάρκεια από 90 έως 120 min,
- iv) οι ταινίες που έχουν διάρκεια κάτω από 105 min είναι 48
- α) Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων n_i , N_i , $f_i\%$, $F_i\%$
- β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Σε μια σχολική εργασία οι μαθητές μέτρησαν ξεχωριστά ο καθένας το εμβαδόν (σε m^2) της πολυγωνικής αυλής του σχολείου τους. Τα αποτελέσματα της μέτρησης ομαδοποιημένα σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους συνοψίζονται στο ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.

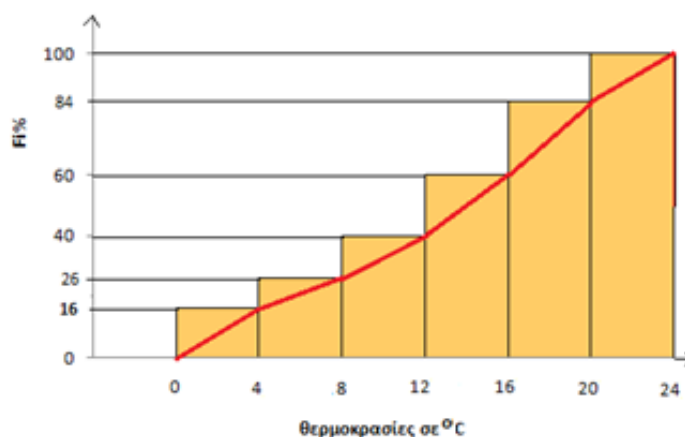


Να βρεθεί :

- α) Πόσοι μαθητές πήραν μέρος στην εργασία ;
- β) Πόσοι μαθητές βρήκαν ότι το εμβαδόν της αυλής είναι από 406 έως 414 m^2 ;
- γ) Πόσοι μαθητές βρήκαν ότι το εμβαδόν της αυλής είναι μικρότερο από 406 m^2 ;
- δ) Πόσοι μαθητές βρήκαν ότι το εμβαδόν είναι μεγαλύτερο ή ίσο με 414 m^2 ;
- ε) Τι εμβαδόν βρήκαν το 50 % των μαθητών της τάξης;

ΑΣΚΗΣΗ 13

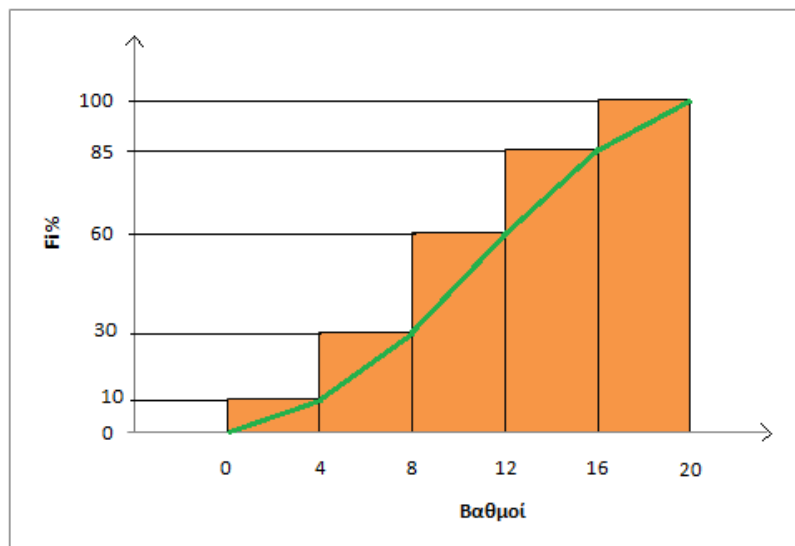
Οι μέσες θερμοκρασίες 50 ευρωπαϊκών πόλεων μιας συγκεκριμένης ημέρας του έτους δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων .



- α) Να κάνετε πίνακα συχνοτήτων (n_i , N_i , $f_i\%$, $F_i\%$)
- β) Να βρείτε το πλήθος των πόλεων με μέσες θερμοκρασίες πάνω από 18°C .
- γ) Να βρείτε το ποσοστό των πόλεων με μέσες θερμοκρασίες μεγαλύτερες από 18°C και μικρότερες από 20°C .
- δ) Να βρείτε τις μέσες θερμοκρασίες που είχε το 80% των πόλεων με τις χαμηλότερες θερμοκρασίες.

ΑΣΚΗΣΗ 14

Στο πολύγωνο σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων (%) φαίνονται οι βαθμοί των μαθητών της Γ' τάξης ενός Λυκείου, στα Μαθηματικά.



- α) Να βρείτε:
 - i) Πόσους μαθητές έχει η τάξη αυτή αν γνωρίζετε ότι 12 μαθητές έχουν βαθμό κάτω από 6.
 - ii) Τι ποσοστό των μαθητών έχουν βαθμό μεγαλύτερο του 15;
- β) Αν ένας χορηγός πρόκειται να βραβεύσει το ανώτερο 10% των μαθητών, τι επίδοση πρέπει να έχει κάποιος για να βραβευθεί;

ΑΣΚΗΣΗ 15

Η βαθμολογία στα 10 μαθήματα ενός μαθητή, είναι :

12 , 15 , 11 , 14 , 16 , 15 , 13 , 15 , 13 , 16

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή (μέσο όρο) της βαθμολογίας του μαθητή.

ΑΣΚΗΣΗ 16

Μια εταιρεία, έχει στο προσωπικό της 10 υπαλλήλους με αποδοχές 700,800,700,900,700,800,800,900,700,700 ευρώ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μισθών των υπαλλήλων.

β) Για να ανταπεξέλθει η εταιρεία στις απαιτήσεις των πελατών της, χρειάζεται να προσλάβει ακόμη έναν υπάλληλο ,αλλά δε θέλει να ξεπεράσει στη μισθοδοσία ,κατά μέσον όρο, τα 760 ευρώ ανά υπάλληλο. Με τι μισθό, θα αναγκασθεί να προσληφθεί ο νέος υπάλληλος ;

ΑΣΚΗΣΗ 17

Οι ηλικίες των 20 παικτών μιας ποδοσφαιρικής ομάδας, έχουν ως εξής :

20,20,20,21,23,25,26,27,26,25,33,31,34,27,25,21,24,25,33,34 .

α) Να βρείτε τη μέση τιμή των ηλικιών των παικτών.

β) Αν η διοίκηση της ομάδας, αποσύρει από τους αγώνες τους άνω των τριάντα ετών παίκτες και τους αντικαταστήσει με ισάριθμο πλήθος παικτών όλους ηλικίας είκοσι εννιά ετών ,τότε να υπολογίσετε την καινούργια μέση ηλικία των παικτών της ομάδας.

γ) Αν η διοίκηση της ομάδας επιθυμεί ,η μέση ηλικία των παικτών να είναι τα 24 χρόνια, τότε με τι ηλικίας παίκτες ίδιας για όλους , θα πρέπει να αντικαταστήσει τους άνω των τριάντα ετών παίκτες που θα αποχωρήσουν από τον αγωνιστικό χώρο ;

ΑΣΚΗΣΗ 18

Αν η μέση τιμή των είκοσι τεσσάρων παρατηρήσεων $t_1, t_2, \dots, t_{16}, t_{17}, \dots, t_{24}$, ενός δείγματος είναι $\bar{x}$, ενώ η μέση τιμή των δέκα έξι πρώτων παρατηρήσεων από αυτές είναι $\bar{x}_1$, να υπολογίσετε τη μέση $\bar{x}_2$, των υπολοίπων παρατηρήσεων του δείγματος, ως συνάρτηση των $\bar{x}$ και $\bar{x}_1$.

ΑΣΚΗΣΗ 19

Έστω $x_1, x_2, \dots, x_{50}$, οι τιμές πώλησης των ανταλλακτικών μιας Αντιπροσωπείας Μοτοσυκλετών, με μέση τιμή πώλησης $\bar{x}$. Οι υπεύθυνοι χονδρικής πώλησης, αποφασίζουν να αυξήσουν κάποιες από τις τιμές x_i κατά 70 ευρώ και τις υπόλοιπες τιμές, να τις ελαττώσουν κατά 30 ευρώ. Η καινούργια μέση τιμή πώλησης ανταλλακτικών $\bar{y}$, είναι κατά 40 ευρώ ακριβότερη της $\bar{x}$.
Να υπολογίσετε το πλήθος των τιμών x_i , των οποίων η τιμή πώλησης αυξήθηκε κατά 70 ευρώ.

ΑΣΚΗΣΗ 20

Στον ετήσιο διαγωνισμό του μαθηματικού περιοδικού <<ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ>>, έλαβαν μέρος τα πέντε Λύκεια, ενός Διαμερίσματος των Αθηνών. Με άριστα το 100, κάθε Λύκειο είχε μέση βαθμολογία 85, 88, 75, 65, 70 αντίστοιχα. Εάν, κάθε ένα από αυτά τα σχολεία, συμμετείχε με 14, 5, 6, 13, 12 μαθητές αντίστοιχα, να προσδιορίσετε το μέσο όρο της βαθμολογίας στο διαγωνισμό, όλων των μαθητών, όλων των σχολείων.

ΑΣΚΗΣΗ 21

Η βαθμολογία του πρώτου τριμήνου ενός μαθητή στα δέκα γραπτώς εξεταζόμενα μαθήματα, έχει ως εξής : 12, 15, 11, 14, 16, 15, 13, 15, 13, 16.
Να προσδιορίσετε τη διάμεσο των βαθμών του μαθητή.

ΑΣΚΗΣΗ 22

Δίνονται οι παρατηρήσεις 6, 4, 8, 12, 10 ενός δείγματος, με αντίστοιχες συχνότητες 7, 11, 5, 6, 3. Να βρείτε τη διάμεσο δ του δείγματος

ΑΣΚΗΣΗ 23

Στον πιο κάτω πίνακα, δίνονται σε ομαδοποιημένη μορφή, οι βαθμοί των χιλίων

γραπτών στα Μαθηματικά Γενικής Παιδείας, σε Πανελλαδικές εξετάσεις, όπως

προέκυψαν από τα στοιχεία ενός Βαθμολογικού Κέντρου.

Κλάσεις βαθμών [-)	Αριθμός γραπτών n_i
[0, 20)	150
[20, 40)	250
[40, 60)	400
[60, 80)	150
[80, 100)	50
ΣΥΝΟΛΟ	1000

Να υπολογίσετε τη διάμεσο των βαθμών των γραπτών.

ΑΣΚΗΣΗ 24

Οι δέκα παίκτες μιας ομάδας μπάσκετ, έχουν μέση ηλικία τα 23 χρόνια.

Να βρείτε τη μέση ηλικία των παικτών της ομάδας όταν :

- i) η ομάδα αποκτήσει ακόμη δύο παίκτες ηλικίας 25 και 27.
- ii) αποχωρήσει από την ομάδα ένας παίκτης ηλικίας 23 ετών .
- iii) αποχωρήσει ένας παίκτης 30 ετών και η ομάδα αποκτήσει δύο παίκτες ηλικίας 20 και 22 ετών .

ΑΣΚΗΣΗ 25

Σε μία κατανομή σαράντα παρατηρήσεων, καταχωρίστηκε από παραδρομή επιπλέον μία παρατήρηση με τιμή 80. Αν η λανθασμένη μέση τιμή που προέκυψε είναι 35, να προσδιορίσετε τη σωστή μέση τιμή της κατανομής.

ΑΣΚΗΣΗ 26

Σε μια εταιρεία εργάζονται είκοσι υπάλληλοι με μηνιαίο μισθό 800 ευρώ και πέντε ανώτεροι υπάλληλοι, με 1150 ευρώ.

α) Να βρείτε το μέσο μισθό των υπαλλήλων της εταιρείας.

β) Αν όλοι οι μισθοί μειωθούν κατά 10%, τότε ποιος ο καινούργιος μέσος μισθός όλων των υπαλλήλων και πόσο αυτός μειώθηκε;

ΑΣΚΗΣΗ 27

Επτά άρτιοι διαδοχικοί αριθμοί, έχουν μέση τιμή 12.

Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς καθώς και τη διάμεσό τους.

ΑΣΚΗΣΗ 28

Αν η μέση τιμή καθώς και η διάμεσος έξι ακεραίων αριθμών είναι το 12, ενώ οι τέσσερις εξ αυτών είναι οι αριθμοί 10,12,15 και 14, τότε να υπολογίσετε τους υπόλοιπους αριθμούς.

ΑΣΚΗΣΗ 29

Στον πιο κάτω πίνακα, δίνονται οι τιμές μιας διακριτής μεταβλητής από τις οποίες λείπει η συχνότητα v_3 .

x_i	v_i
1	2
2	6
3	v_3
4	8

α) Να προσδιορίσετε την άγνωστη συχνότητα v_3 , αν $\bar{x}=2,9$.

β) Για την τιμή του v_3 που βρήκατε, να προσδιορίσετε τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 30

Αν οι τιμές των πέντε παρατηρήσεων ενός δείγματος, είναι

$\lambda^2, \lambda, \lambda+10, \lambda^2+16, 4-6\lambda$,

α) να προσδιορίσετε τις τιμές του λ , αν η μέση τιμή των πέντε αυτών αριθμών, είναι $\bar{x}=12$.

β) να υπολογίσετε τη διάμεσό τους, για κάθε μία από τις τιμές του λ , που βρήκατε στην πρώτη ερώτηση.

ΑΣΚΗΣΗ 31

Σε ένα δείγμα αποτελούμενο από πέντε παρατηρήσεις, οι τέσσερις από αυτές, έχουν τιμές 7, 5, 7, 12.

α) Να αποδείξετε ότι, σε κάθε περίπτωση, η διάμεσος των πέντε παρατηρήσεων είναι ανεξάρτητη από την τιμή της άγνωστης παρατήρησης και είναι ίση με 7.

β) Να βρείτε την τιμή της άγνωστης παρατήρησης, αν γνωρίζετε ότι η μέση τιμή, είναι κατά 2 μεγαλύτερη από τη διάμεσο.

ΑΣΚΗΣΗ 32

Σε ένα δείγμα τεσσάρων, διατεταγμένων κατά τη σειρά που έχουν δοθεί, παρατηρήσεων X_1, X_2, X_3, X_4 , ισχύουν τα εξής :

Το άθροισμα των δύο πρώτων παρατηρήσεων είναι ίσο με 5, η μέση τιμή τους $\bar{x} = 7$ η διάμεσός τους είναι ίση με 6 και η διαφορά της πρώτης από την τελευταία παρατήρηση, είναι ίση με 12. Να βρείτε τις τιμές των τεσσάρων αυτών παρατηρήσεων

ΑΣΚΗΣΗ 33

Έστω πέντε φυσικοί αριθμοί, με μέση τιμή 6 και διάμεσο, 5.

Αν οι τρεις από αυτούς είναι 9, 4, 7, τότε :

α) Να προσδιορίσετε την τιμή των άλλων δύο φυσικών αριθμών.

β) Αν στους πέντε αριθμούς του προηγούμενου ερωτήματος, προσθέσουμε ακόμη τρεις διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς, τότε η μέση τιμή των οκτώ αριθμών, είναι 7,5. Να βρείτε τους τρεις αριθμούς που προσθέσαμε.

ΑΣΚΗΣΗ 34

Στον πιο κάτω πίνακα, έχουμε τις απουσίες των 160 μαθητών ενός Λυκείου. Αν η μέση τιμή των απουσιών είναι 30, τότε :

i) να υπολογίσετε τους α και β

ii) να βρείτε τη διάμεσο των απουσιών όλων των μαθητών του Σχολείου.

Απουσίες	Μαθητές
x_i	v_i
20	α
30	β
40	12

ΑΣΚΗΣΗ 35

Οι n το πλήθος κατασκευαστικές εταιρείες, δήλωσαν ότι, την περυσινή χρονιά, είχαν αναλάβει την κατασκευή ενός, δύο, τριών, τεσσάρων ή πέντε Δημόσιων έργων, σύμφωνα με τα στοιχεία του πιο κάτω πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων :

Αριθμός Δημόσιων έργων x_i	Αριθμός Κατ. Εταιρειών v_i	Αθροιστικές Συχνότητες N_i
1	v_1	α
2	v_2	$3\alpha - 5$
3	v_3	$3\alpha + 8$
4	v_4	$4\alpha + 7$
5	v_5	5α

- i) Να εκφράσετε τις απόλυτες συχνότητες v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 ως συνάρτηση του α
ii) Αν όλες οι αθροιστικές συχνότητες, έχουν μέση τιμή 34, τότε
α) να προσδιορίσετε την τιμή του α .
β) να βρείτε πόσες εταιρείες ανέλαβαν τρία το πολύ έργα και πόσες τουλάχιστον δύο.
γ) να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο του αριθμού των έργων.

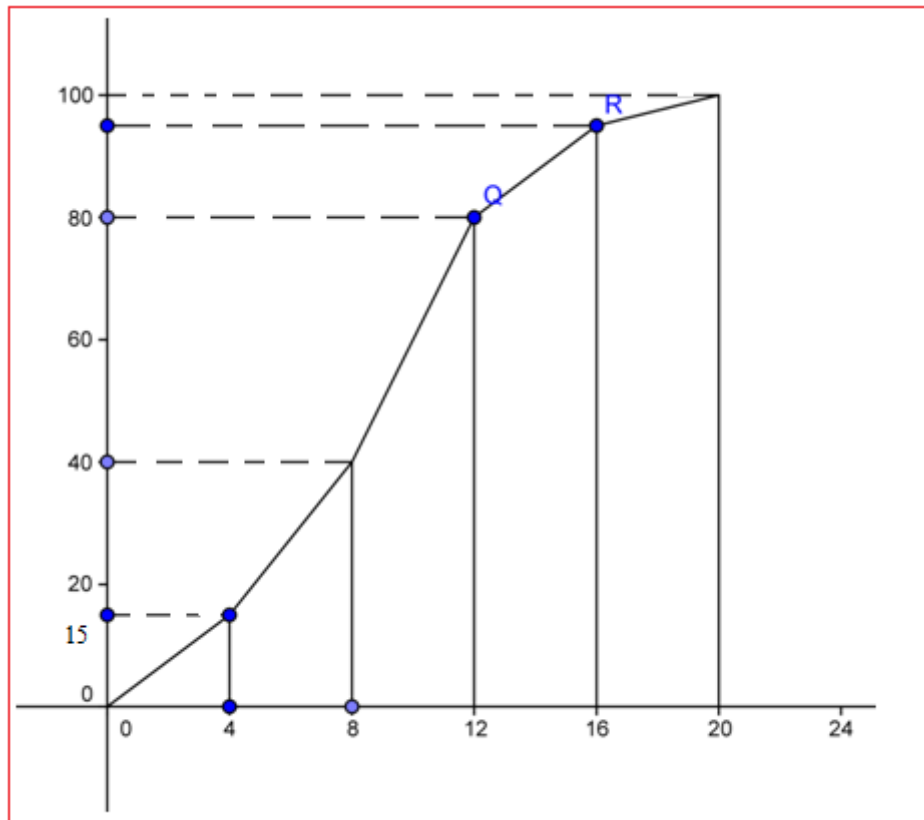
ΑΣΚΗΣΗ 36

Οι τέσσερις παρατηρήσεις ενός δείγματος είναι $\lambda^2, \lambda, 2\lambda, \lambda^2+2$, όπου λ είναι ένας αρνητικός αριθμός.

- i) Να διατάξετε τις παρατηρήσεις αυτές σε αύξουσα σειρά και να προσδιορίσετε την τιμή του λ , αν γνωρίζετε ότι η διαφορά της μικρότερης από τη μεγαλύτερη παρατήρηση είναι ίση με 10.
ii) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο πρώτο ερώτημα, να υπολογίσετε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.
iii) Να βρείτε την τιμή του αρνητικού λ , για την οποία η διάμεσος των παρατηρήσεων δ , ως συνάρτηση του λ , γίνεται ελάχιστη.

ΑΣΚΗΣΗ 37

Στο πιο κάτω πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων $F_i \%$, παρουσιάσαμε τα αποτελέσματα των βαθμών που έλαβαν οι μαθητές της Γ' τάξεως των τεσσάρων Λυκείων περιοχής της Θεσσαλονίκης, στα μαθηματικά Γενικής Παιδείας .



ii) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Βαθμολογίες σε κλάσεις [-)	Κεντρικές Τιμές x_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθρ.σχετ. Συχνότητα $F_i \%$
[0,4)			
[4,8)			
[8,12)			
[12,16)			
[16,20]			
ΣΥΝΟΛΟ			

- ii) Να υπολογίσετε το μέσο όρο των βαθμών όλων των διαγωνισθέντων μαθητών
 iii) Να προσδιορίσετε τη διάμεσο των βαθμών τους.
 iv) Με δεδομένο, ότι 54 διαγωνιζόμενοι μαθητές, έγραψαν από 4 έως 10, να βρείτε πόσοι ήσαν όλοι οι μαθητές.

ΑΣΚΗΣΗ 38

Οι n παρατηρήσεις ενός δείγματος, είναι ομαδοποιημένες σε τρεις κλάσεις πλάτους 4 και έχουν κεντρικές τιμές x_1, x_2, x_3 . Αν οι αντίστοιχες κλάσεις έχουν συχνότητες $v_i \neq 0$ και οι αριθμοί v_2, f_3, F_2, F_3 έχουν μέση τιμή 2, τότε :

- i) Να αποδείξετε ότι η συχνότητα της δεύτερης κλάσης είναι, $v_2=6$.
 ii) Αν οι αριθμοί $1, v_1, f_1, N_1$ έχουν διάμεσο $\delta=3$, είναι $4N_1-4f_1=19$ και το δείγμα έχει μέση τιμή $\bar{x}=6,8$, τότε :
 α) Να συμπληρώσετε στον πιο κάτω πίνακα, τις τιμές των x_i, v_i, f_i, N_i, F_i :

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές	v_i	f_i	N_i	F_i
$[-)$	x_i				
$[,)$	x_1				
$[,)$	x_2				
$[,)$	x_3				
Σύνολο	-				

- β) Να προσδιορίσετε τις τιμές των κεντρικών τιμών των τριών κλάσεων .

ΑΣΚΗΣΗ 39

Στον πιο κάτω πίνακα δίνονται σε πέντε κλάσεις ,οι εβδομαδιαίες αποζημιώσεις υπερωριών σε ευρώ, των είκοσι υπαλλήλων μιας επιχείρησης

Υπερωρίες Υπαλλήλων [-)	$F_i \%$
[100-110)	5
[110-120)	
[120-130)	
[130-140)	
[140-150)	

Αν το 50% των υπερωριών ,είναι μεγαλύτερο ή ίσο των 130 ευρώ, η συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι 7 και η συχνότητα της πέμπτης κλάσης είναι διπλάσια της συχνότητας της δεύτερης κλάσης , τότε :

- να συμπληρώσετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.
- να υπολογίσετε τη διάμεσο του ύψους των υπερωριών.
- να βρείτε τη μέση τιμή του ύψους των υπερωριών.

ΑΣΚΗΣΗ 40

Οι απουσίες των μαθητών της Γ' τάξης ενός Ενιαίου Λυκείου κατά τους μήνες Οκτώβριο – Νοέμβριο – Δεκέμβριο του έτους 2010 έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες μαθητών	Κέντρο κλάσης x_i	Σχετική συχνότητα f_i
[... - ...)	...	...
[8 - ...)	...	0,5
[... - ...)	14	...
[... - ...)	...	0,2
Σύνολο		1

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της 3^{ης} κλάσης f_3 είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της 1^{ης} κλάσης f_1 τότε :

- Να αποδείξετε ότι το πλάτος c των κλάσεων ισούται με 4 .
- Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα σχετικών συχνοτήτων στο τετράδιο σας και να συμπληρώσετε τα κενά , αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.
- Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$.
- Να βρείτε την τυπική απόκλιση s .

ΑΣΚΗΣΗ 41

Ο χρόνος αναμονής των πελατών μέχρι να εξυπηρετηθούν σε μια τράπεζα ακολουθεί κανονική κατανομή, με μέση τιμή 9 λεπτά και τυπική απόκλιση 2 λεπτά.

α) Να βρείτε πόσο είναι περίπου το ποσοστό των πολιτών που εξυπηρετούνται σε χρόνο

1. Από 3 έως 9 λεπτά

2. Από 7 έως 13 λεπτά

β) Να βρείτε τη διάμεσο και το εύρος της κατανομής του χρόνου αναμονής των πελατών.

γ) Να μελετηθεί ως προς τα ακρότατα και τη μονοτονία η συνάρτηση με τύπο

$$f(x) = \frac{R}{4} x^2 + (\bar{x} - s) x + 2s.$$

ΑΣΚΗΣΗ 42

Οι χρόνοι (σε sec) που χρειάστηκαν να απαντήσουν 200 μαθητές σε ένα διαγωνισμό, ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Πέντε μαθητές χρειάστηκαν χρόνο, το πολύ, 16 sec και 32 μαθητές, τουλάχιστον 22 sec. Να βρείτε πόσοι μαθητές περίπου χρειάστηκαν χρόνο από 18 sec έως 24 sec.

ΑΣΚΗΣΗ 43

Σε ένα δείγμα μεγέθους $n=30$ μιας μεταβλητής X έχουμε $\sum_{i=1}^{30} t_i = 60$, $\sum_{i=1}^{30} t_i^2 = 716$

Έστω δείγμα του ίδιου μεγέθους μιας μεταβλητής Y που συνδέεται με τη μεταβλητή X με τη σχέση $Y=3X-5$. Να υπολογίσετε την τιμή και την τυπική απόκλιση κάθε μεταβλητής.

ΑΣΚΗΣΗ 44

Έστω $x_1, x_2, \dots, x_n$ οι παρατηρήσεις ενός δείγματος με μεταβλητή X , με μέση τιμή $\bar{x}=7$, τυπική απόκλιση $s_x \neq 0$ και $y_1, y_2, \dots, y_n$ οι τιμές μεταβλητής Y με μέση τιμή $\bar{y}$, τυπική απόκλιση s_y που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις $x_1, x_2, \dots, x_n$ με μια σταθερά α και στη συνέχεια προσθέσουμε μια σταθερά β .

Αν $\bar{y}=25$ και $s_y=4s_x$, να βρείτε τα α και β .

ΑΣΚΗΣΗ 45

Ένας καταναλωτής σε ένα κατάστημα πωλήσεως δώρων επέλεξε 15 διαφορετικά δώρα με αναγραφόμενες τιμές σε ευρώ όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

ΤΙΜΗ	ΔΩΡΑ
12	3
14	5
17	7

- i) Ποια η μέση τιμή, η διακύμανση, η τυπική απόκλιση και το εύρος των τιμών των δώρων;
 ii) Αν το κατάστημα του κάνει έκπτωση 15% στην αναγραφόμενη τιμή και αυτά τα δώρα τα δωρίσει σε φίλους, όπου τα έξοδα αποστολής είναι 6 ευρώ το κάθε δώρο. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διακύμανση την τυπική απόκλιση και το εύρος των τελικών τιμών των δώρων.

ΑΣΚΗΣΗ 46

Η μέση τιμή και η διακύμανση των 6 τιμών ενός δείγματος είναι $\bar{x}=5$ και $s^2=\frac{13}{3}$.

Αν ισχύει $\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2 = 17$ να βρείτε την έκτη παρατήρηση.

ΑΣΚΗΣΗ 47

Στην παρακάτω κατανομή δίνεται η βαθμολογία 50 φοιτητών στο μάθημα της Στατιστικής ενός τμήματος στο Πανεπιστήμιο. Αν η μέση τιμή της βαθμολογίας είναι 5 να συμπληρώστε στον παρακάτω πίνακα τις κεντρικές τιμές και τις συχνότητες και να υπολογίσετε το εύρος

Βαθμολογία	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητες v_i
[0,2)		8
[2,4)		
[4,6)		12
[6,8)		14
[8,10)		
Σύνολο		50

ΑΣΚΗΣΗ 48

Στο τμήμα Α μιας εταιρείας ο μέσος μισθός σε εκατοντάδες ευρώ των υπαλλήλων είναι $\bar{x}=4$ και η διακύμανση των μισθών είναι $s_x^2=2$.

Στο τμήμα Β ο μέσος μισθός σε εκατοντάδες ευρώ των υπαλλήλων είναι $\bar{y}=10$ και η διακύμανση των μισθών είναι $s_y^2=3$. Αν τα δύο τμήματα Α και Β έχουν τον ίδιο αριθμό υπαλλήλων τότε :

α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μισθών όλων των υπαλλήλων.

β) Να βρείτε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των μισθών όλων των υπαλλήλων.

ΑΣΚΗΣΗ 49

Στον διπλανό πίνακα δίνεται η κατανομή συχνοτήτων των ωρών

μελέτης των μαθητών της Γ' τάξης ενός Δημοτικού σχολείου στη διάρκεια μιας εβδομάδας.

α) Αν η διάμεσος του δείγματος είναι $\delta=5,5$ ώρες ,

να βρείτε την τιμή του α .

β) Για $\alpha=9$, να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και τη διακύμανση s^2 των ωρών μελέτης των μαθητών.

Ώρες x_i	Συχνότητα n_i
3	3
5	α
6	3
9	4
12	5
Σύνολο	

ΑΣΚΗΣΗ 50

Θεωρούμε τα παρακάτω δείγματα παρατηρήσεων:

Δείγμα Α: $2\gamma+\lambda, \alpha+3\lambda, \beta-\lambda, 2\lambda+5, \lambda^2+\lambda+2$

Δείγμα Β: $\beta+2\lambda, \lambda+4, -2\lambda^2+\lambda+3, 2\gamma+3\lambda^2, \alpha+\lambda$ τα οποία έχουν την ίδια μέση τιμή.

α) Να βρείτε τον αριθμό λ .

β) Αν s_A^2, s_B^2 είναι οι διακυμάνσεις των δειγμάτων Α, Β αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

$$s_A^2 - s_B^2 = \frac{4}{5}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 51

Θεωρούμε δύο δείγματα Α και Β με παρατηρήσεις:

Δείγμα Α: 10, 12, $t_3, t_4, \dots, t_{15}$

Δείγμα Β: 8, 14, $t_3, t_4, \dots, t_{15}$

Δίνεται ότι $t_3 + t_4 + \dots + t_{15} = 158$

α) Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές $\bar{x}_A, \bar{x}_B$ των δειγμάτων Α και Β αντίστοιχα είναι

$$\bar{x}_A = \bar{x}_B = 12$$

β) Αν s_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος Α και s_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος Β ,

$$\text{να δείξετε ότι } s_B^2 - s_A^2 = \frac{16}{15}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 52

Δίνονται οι παρατηρήσεις $t_1, t_2, \dots$ μιας μεταβλητής X .

Οι πρώτες 10 παρατηρήσεις έχουν μέση τιμή $\bar{x}_1 = 14$ και διακύμανση $s_1^2 = 1$, ενώ οι υπόλοιπες 40 παρατηρήσεις έχουν μέση τιμή $\bar{x}_2 = 9$ και διακύμανση $s_2^2 = 3$.

Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και τη διακύμανση s^2 των 50 παρατηρήσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 53

Το 50% των παρατηρήσεων μιας κανονικής κατανομής είναι πάνω από 12 και η διασπορά αυτών είναι 9. Να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που έχουν τιμή

α) κάτω από 6 και

β) μεταξύ 9 και 18

γ) Αν R το εύρος της κατανομής, να βρείτε τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης

$$f(x) = -\frac{R}{2}x^2 + 3\bar{x}x - 6s$$

ΑΣΚΗΣΗ 54

Τα χρήματα σε ευρώ που ξόδεψαν ορισμένα άτομα για βενζίνη σε ένα μήνα ακολουθούν την κανονική κατανομή. Γνωρίζουμε ότι κάτω από 100 ευρώ ξόδεψε το 16% των ατόμων και πάνω από 200 ευρώ ξόδεψε το 0,15% των ατόμων.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s

β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι πάνω από 100 ευρώ ξόδεψαν 1260 άτομα, να βρείτε πόσα άτομα ξόδεψαν πάνω από 150 ευρώ.

ΑΣΚΗΣΗ 55

Έστω ένα δείγμα 80 θετικών παρατηρήσεων $x_1, x_2, \dots$ με $s_x = 3$ και $\sum_{i=1}^{80} x_i^2 = 2000$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$

β) Αν κάθε μια από τις παρατηρήσεις του παραπάνω δείγματος μειωθεί κατά 15% και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 4, τότε να βρείτε τη νέα μέση τιμή $\bar{y}$ και την τυπική απόκλιση s_y των νέων παρατηρήσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 56

Δίνονται οι παρατηρήσεις $x_1, x_2, \dots, x_v$ οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x}=5$ και διακύμανση $s_x^2=9$. Θεωρούμε και τις παρατηρήσεις $y_i = \alpha x_i + 10, i=1, 2, \dots, v$ με $\alpha > 0$ για τις οποίες ισχύει $s_y = 0,5\bar{y}$

α) Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων $y_1, y_2, \dots, y_v$ και τον αριθμό α

β) Αν επιπλέον ισχύει $\sum_{i=1}^v x_i = 150$, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος και το άθροισμα $\sum_{i=1}^v y_i^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 57

Για τις τιμές $t_i, i=1, \dots, 20$ μιας μεταβλητής X δίνεται ότι $\sum_{i=1}^{20} t_i = 400$ και $\sum_{i=1}^{20} t_i^2 = 8720$.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διασπορά των τιμών $t_1, t_2, t_3, \dots$.

β) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των παραπάνω τιμών και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

ΑΣΚΗΣΗ 58

Για τις τιμές $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{15}$ μιας μεταβλητής X ισχύει $\sum_{i=1}^{15} t_i^2 = \frac{303}{20} \bar{x}^2$ με $\bar{x} > 0$ η μέση τιμή

των προηγούμενων τιμών. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής των τιμών $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{15}$.

ΑΣΚΗΣΗ 59

Δίνονται πέντε σημεία με συντεταγμένες (x_i, y_i) , για $i=1, 2, 3, 4, 5$ με $y_i = 2x_i + 1$,

$i=1, 2, 3, 4, 5$. Αν οι πέντε τετμημένες των σημείων έχουν μέση τιμή $\bar{x}=50$ και τυπική απόκλιση $s_x=4$, τότε:

α) Να βρείτε το συντελεστή μεταβολής των τετμημένων των σημείων.

β) Να βρείτε το συντελεστή μεταβολής των τεταγμένων των σημείων.

ΑΣΚΗΣΗ 60

Σε μια βιομηχανία τα ημερομίσθια των εργαζομένων ήταν 50€, 45€, 42€ και 40€, με σχετικές συχνότητες 20%, 20%, 50% και 10% αντίστοιχα. Λόγω ζημιών που παρουσίασε η εταιρεία μειώθηκαν όλα τα ημερομίσθια κατά 5% και μετά από αυτή τη μείωση αποφασίστηκε νέα μείωση των ημερομισθίων όλων των εργαζομένων κατά 3€.

α) Να βρείτε το μέσο ημερομίσθιο, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβολής των ημερομισθίων πριν τις μειώσεις.

β) Να συγκρίνετε ως προς την ομοιογένεια τα ημερομίσθια πριν και μετά τις μειώσεις.

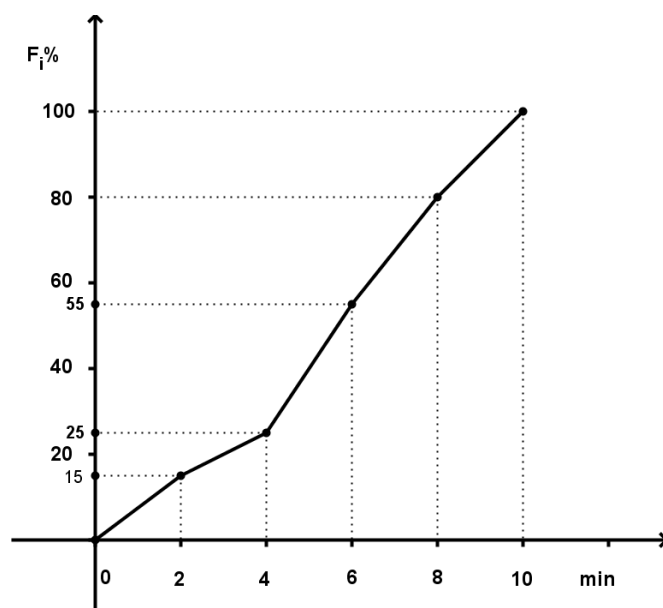
(Δίνεται $\sqrt{3} = 1,73$)

ΑΣΚΗΣΗ 61

Αν για τις τιμές $x_1=2$, $x_2=5$, $x_3=6$ και $x_4=7$ μιας μεταβλητής X έχουμε ότι $f_1\%=20$, $f_3=\frac{4}{3} \cdot f_2$ και η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην τιμή x_4 είναι $\omega_4=36^\circ$, να βρείτε το συντελεστή μεταβολής των τιμών και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

ΑΣΚΗΣΗ 62

Μετρήθηκαν οι χρόνοι σε λεπτά της ώρας που χρειάζονται οι μαθητές ενός σχολείου για να μεταβούν στο σχολείο από το σπίτι τους και προέκυψε το παρακάτω πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων επί τοις εκατό:



- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της κατανομής.
- β) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- γ) Πόσο πρέπει να αυξηθεί ο χρόνος κάθε μαθητή, για να μειωθεί στο μισό ο συντελεστής μεταβολής.

ΑΣΚΗΣΗ 63

Ένα δείγμα τιμών έχει μέση τιμή $\bar{x}=10$ και συντελεστή μεταβολής $CV=20\%$. Αν

$\sum_{i=1}^n t_i^2=1560$, όπου $t_1, t_2, \dots, t_n$ οι τιμές του δείγματος, να βρείτε το πλήθος n των τιμών.

ΑΣΚΗΣΗ 64

Για ένα δείγμα 30 τιμών $t_1, t_2, \dots, t_{30}$ δίνεται ότι $\sum_{i=1}^{30} t_i^2 = 30,675 \cdot (\bar{x})^2$, όπου $\bar{x} > 0$ η μέση τιμή

των προηγούμενων τιμών. Να βρείτε συντελεστή μεταβολής του δείγματος και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

ΑΣΚΗΣΗ 65

Αν για τις τιμές $t_1, t_2, \dots, t_{12}$ ισχύει $\sum_{i=1}^{12} t_i = 144$, $\sum_{i=2}^{12} (t_i - 12)^2 = 383$ και ο συντελεστής

μεταβολής των τιμών είναι $CV=50\%$, να βρείτε την τιμή t_1 .

ΑΣΚΗΣΗ 66

Για ένα δείγμα τιμών $t_1, t_2, \dots, t_n$ μιας μεταβλητής X έχουμε ότι η μέση τιμή $\bar{x}$ και η τυπική απόκλιση s είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 15 και 4.

α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του δείγματος.

β) Αν επιπλέον ισχύει $\sum_{i=1}^n t_i^2 = 964 \cdot s^2$, να υπολογίσετε το πλήθος n των τιμών του δείγματος.

ΑΣΚΗΣΗ 67

600 τιμές μιας μεταβλητής X ακολουθούν την κανονική κατανομή. Από αυτές οι 300 είναι μικρότερες του 42 και 96 είναι μικρότερες του 38.

α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x}=42$ και η τυπική απόκλιση είναι $s=4$.

β) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής και να αποδείξετε ότι το δείγμα είναι ομοιογενές.

γ) Αν $\sum_{i=2}^{600} (t_i - 42)^2 = 9536$, να υπολογίσετε την τιμή του t_1 .

δ) Αν οι παραπάνω τιμές ελαττωθούν κατά 3 μονάδες, να δείξετε ότι το νέο δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΑΣΚΗΣΗ 68

Δίνονται οι τιμές $t_1, t_2, \dots, t_{10}$ της μεταβλητής X . Αν οι τιμές αυτές έχουν τυπική απόκλιση

$s=9$ και $\sum_{i=1}^{10} t_i = 360$ τότε:

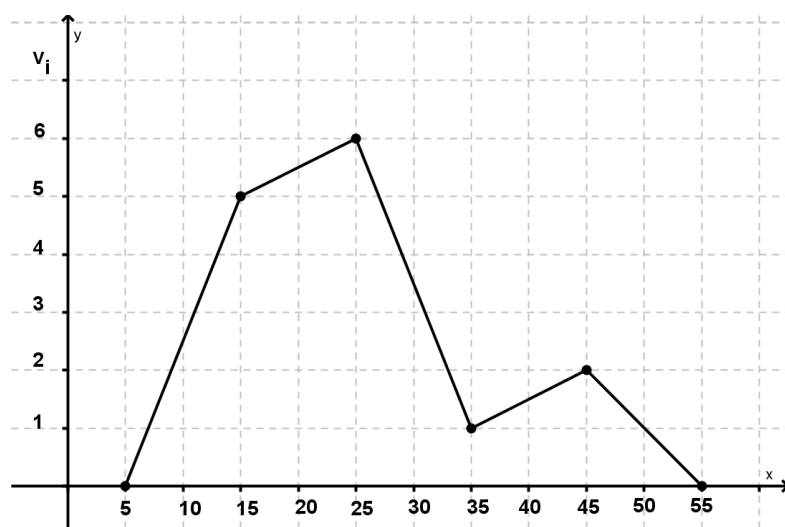
α) Να βρείτε το συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

β) Αν $\sum_{i=1}^9 t_i^2 = 12545$, να βρείτε την τιμή t_{10} .

γ) Αν $y_i = 3 \cdot t_i$, $i=1, 2, \dots, 10$, να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής του νέου δείγματος.

ΑΣΚΗΣΗ 69

Δίνεται το παρακάτω πολύγωνο συχνοτήτων μιας μεταβλητής.



α) Να βρείτε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβολής του δείγματος.

β) Πόσο πρέπει να αυξηθούν οι τιμές, ώστε:

i) Να γίνει ο συντελεστής μεταβολής ο μισός του αρχικού.

ii) Να γίνει ο συντελεστής μεταβολής ίσος με 10%.