

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $p \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι ο p είναι διαιρέτης του σταθερού όρου a_0 .

Μονάδες 10

A.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Έστω πολυώνυμο $P(x)$ και p ένας πραγματικός αριθμός. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-p$ και $\pi(x)$ είναι το πηλίκο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-p$, τότε:

α. $P(x) = (x - p) \pi(x) + 1$

β. $\pi(x) = (x - p) P(x)$

γ. ο βαθμός του υπολοίπου της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-p$ είναι ίσος με μηδέν

δ. $P(p) = 0$.

Μονάδες 5

B.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $3x^3 - 5x + 6 = 0$ έχει ρίζα το 4 .

β. Η εξίσωση $4x^4 + 5x^2 + 7x + 4 = 0$ έχει ρίζα το 2 .

γ. Η εξίσωση $6x^6 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$ δεν έχει ρίζα το -3 .

Μονάδες 9

B.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Το πολυώνυμο $P(x) = (4x + 5)^{2008} + x^{2009}$ έχει παράγοντα το:

α. $x + 1$ β. $x - 1$ γ. x δ. $x + \frac{4}{5}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = x^3 - (\kappa + 1)x^2 + (\kappa - 1)x + 2, \kappa \in \mathbb{R},$$

για το οποίο ισχύει ότι $P(2) = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 2$.

Μονάδες 10

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > x - 2$

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15$, όπου $a \in \mathbb{R}$.

α. Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ δια του $x^2 - 1$ και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα της διαίρεσης. Μονάδες 15

β. Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $P(x) = 0$ Μονάδες 20