

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x - \alpha) + \beta$, $x > \alpha$, α, β πραγματικοί αριθμοί .

Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(e,4)$.

i) Να βρείτε τα α, β .

ii) Αν $\alpha=0$ και $\beta=3$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως μονότονη.

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(\eta\mu^2 x) = 3$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

δ. Να λυθεί η ανίσωση $f(\ln(x-1)) \leq 4$.

ε. Να αποδείξετε ότι η παράσταση $K = f(e^x) + f(e^{-x}) - 6(\eta\mu^2 2x + \sigma\upsilon\nu^2 2x)$ είναι σταθερή.

η. Επιπλέον, αν $g(x) = \ln(x^3 + 1) + 3$, $x > -1$, να λύσετε την ανίσωση $f(2x) \geq g(x)$.