

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = -x^2 + 4\alpha x + \beta$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  και

$$g(x) = \frac{e\gamma}{e-2}x^2 - 4x + \delta, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \gamma, \delta \in \mathbb{R}.$$

- Η  $f$  έχει στο 2 κρίσιμο σημείο και διέρχεται από το σημείο  $M(1,3)$
- $\gamma = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$
- Η  $C_g$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο σημείο με τεταγμένη 6.

i) Να δείξετε ότι  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 1 - \frac{2}{e}$ ,  $\delta = 6$ .

ii) Σε σημείο  $\xi \in (1,3)$  η κατακόρυφη απόσταση των  $C_f$  και  $C_g$  παίρνει μέγιστη τιμή. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες των  $C_f$  και  $C_g$  στα σημεία  $A(\xi, f(\xi))$  και  $B(\xi, g(\xi))$  είναι παράλληλες.

iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τις  $C_f$  και  $C_g$ .

iv) Να αποδείξετε ότι η  $AB$  χωρίζει το  $\Omega$  σε δύο ισεμβαδικά χωρία.