

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{-x^2 + x + \kappa}{x - 2}$, $x \neq 2$, $\kappa \in (-\infty, 2)$. Η C_f έχει στη θέση $x_0 = 3$ τοπικό ακρότατο.

i) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ .

Για $\kappa = 1$

ii) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

iii) α) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα.

β) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της C_f .

iv) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από την C_f , την $y = -x - 1$ και τις ευθείες $x = 3$, $x = 4$.

v) Σημείο $M(x, y)$ κινείται κατά μήκος της $y = f'(x)$, $x > 2$ και η τεταγμένη του ελαττώνεται με ρυθμό 1 cm/sec . Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του σημείου M τη χρονική στιγμή που η τεταγμένη του είναι ίση με 0.