

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2, & x > 0 \\ \int_1^e (\kappa + \ln x) dx, & x = 0 \end{cases}$.

i) Να δείξετε ότι $\kappa = -\frac{1}{e-1}$.

ii) Να αποδείξετε ότι η C_f εφάπτεται της ευθείας $y = 0$ στην αρχή των αξόνων.

iii) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

iv) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα, τα σημεία καμπής και να γίνει η γραφική της παράσταση.

Επιπλέον, δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |f(x)|$

v) α) Να δείξετε ότι η φ δεν είναι παραγωγίσιμη σε όλο το $[0, +\infty)$.

β) Να μελετήσετε την φ ως προς τα ακρότατα.