

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \begin{cases} x^2 \eta \mu \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ \ln \alpha & , x = 0 \end{cases}$ , όπου  $\alpha \neq 0$ ,  $g(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$  και

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + f(x), & x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}.$$

i) Να βρείτε το  $\alpha$  αν η  $f$  είναι συνεχής.

ii) Να δείξετε ότι η  $C_f$  εφάπτεται στον άξονα  $x'x$  στην αρχή των αξόνων.

iii) Αν  $m$  παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 0$ , να δείξετε ότι η  $\sigma = m \circ f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 0$ .

iv) α) Να βρείτε τη συνάρτηση  $K = f \circ g$ .

β) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της συνάρτησης  $K(x) = \frac{1}{x^2} \eta \mu x$ ,  $x \neq 0$ .

v) α) Να βρείτε την εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) της  $C_h$  στην αρχή των αξόνων.

β) Να αποδείξετε ότι η ( $\varepsilon$ ) τέμνει την  $C_h$  σε άπειρα σημεία.

vi) Να αποδείξετε ότι η  $C_h$  έχει στο  $+\infty$  και στο  $-\infty$  ασύμπτωτη την  $3x - 2y = 0$ .