

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \frac{e^{2x} - e^{2\eta\mu x}}{x - \eta\mu x}$.

i) Να αποδείξετε ότι υπάρχει $\xi \in (\eta\mu x, x)$ τέτοιο, ώστε $f(x) = 2e^{2\xi}$.

ii) Να βρεθεί το $\kappa \in \mathbb{R}$, όπου $\kappa = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{2\eta\mu x}}{x - \eta\mu x}$.

iii) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = \frac{\kappa}{2} \cdot x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και το σημείο $A(3, 0)$.

α) Να βρεθεί σημείο $M(x, y)$ της C_g που απέχει από το A τη μικρότερη απόσταση.

β) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της C_g στο M είναι κάθετη της AM .

γ) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την C_g , τον άξονα $x'x$ και την AM .