

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^2 - 4e^{x-\alpha}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

i) Να δείξετε ότι το σημείο καμπής της συνάρτησης  $f$  για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\alpha$  ανήκει στην παραβολή  $g(x) = 2x^2 - 4$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της  $C_g$  που διέρχονται από το σημείο  $M(0, -6)$ .

iii) Έστω  $\varepsilon_1 : y = 4x - 6$  και  $\varepsilon_2 : y = -4x - 6$  οι εφαπτόμενες της  $C_g$ . Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την  $C_g$  και τις  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ .

iv) Έστω  $x_0 = 2$  η τετμημένη του σημείου καμπής.

α) Να δείξετε ότι  $\alpha = 2$ .

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις  $C_f, C_g$  και τις ευθείες  $x = 1, x = 3$ .