

Δίνεται συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  παραγωγίσιμη για την οποία ισχύει  $f(0) = -1$  και  $f'(x) + f(x) = -\frac{2}{e^x}$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Επίσης, δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \frac{f(x)}{2x+1}$ ,  $x \neq \frac{1}{2}$ .

i) Να δείξετε ότι  $f(x) = -\frac{2x+1}{e^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

ii) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

iii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  και την ευθεία  $x=1$ .