

Δίνεται συνάρτηση $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ δύο φορές παραγωγίσιμη για την οποία ισχύει

$$f''(x) = e^x + \frac{1}{(x+1)^2}, \quad x > -1. \text{ Η κλίση της } C_f \text{ στο σημείο } A(0,2) \text{ είναι } -1.$$

i) Να δείξετε ότι $f(x) = e^x - \ln(x+1) - x + 1, \quad x > -1.$

ii) Να αποδείξετε ότι η f έχει ολικό ελάχιστο σε σημείο με τετμημένη $x_0 \in (0,1).$

iii) Να βρείτε, αν υπάρχει, το όριο $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^x - x - 1}{f'(x)}.$