Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=xe^{\frac{1}{x}}-\alpha$, $x>0$, $\alpha\in\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^3}dx=e-\sqrt{e}-\frac{9}{8}$.

i. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό α.

Έστω $\alpha=3$

ii. Να αποδείξετε ότι η C_f έχει ασύμπτωτες την $x=0$ και την $y=x-2$.

iii. Να αποδείξετε ότι $f(x)\le 0$ για κάθε $x\in[\rho_1,\rho_2]$, όπου $\rho_1\in\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$ και $\rho_2\in\left(\frac{3}{2},2\right)$. Δίνεται ότι $e^2\simeq 7,3$.

iv. Να υπολογίσετε τα όρια:

a) $\lim\limits_{x\to\rho_2^-}\left(\frac{f(x-\rho_1)}{f(x)}+\text{ημ}\frac{1}{x-\rho_2}\right)$.

b) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\left(f(x)-f(1)\right)\ln(x-1)\right]$.

c) $\lim\limits_{x\to\rho_1^+}\frac{f(x+\rho_2)}{f(x)}$.