

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + 1, & x < 0 \\ \kappa, & x = 0 \\ x^4 + x^3 + 1, & x > 0 \end{cases}$ , όπου  $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$ .

- i. Να δείξετε ότι η  $f$  είναι συνεχής.
- ii. Να βρείτε τα κρίσιμα σημεία της  $f$ .
- iii. Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.
- iv. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από την  $C_f$  και τις ευθείες  $y = 1$  και  $x = 1$ .
- v. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 \frac{(f(x) - 2)(x - 3)}{x^3 - 3x^2 + x - 3} dx$ .