

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = 2x \ln x - 4x - x^2$.

i) Να μελετήσετε την f' ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

ii) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από την C_f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=1$, $x=e$.

iii) Να αποδείξετε ότι $\int_0^1 f(e^x) dx < 3 - 4e$.

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = \frac{x^3}{3} - 4x - 1$, $x \in \mathbb{R}$

iv) Να αποδείξετε ότι η C_f και η C_φ έχουν μοναδική κοινή εφαπτομένη και να βρεθεί η εξίσωσή της.