

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \begin{cases} \ln x + 2x^2 + 2, & x \geq 1 \\ x^2 + 3x & , x < 1 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x \ln x + \frac{2}{3}x^3 + x, & x \geq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{6}, & x < 1 \end{cases}$.

i) Να αποδείξετε ότι η g είναι παράγουσα της f .

ii) Να μελετήσετε την g ως προς τη μονοτονία και να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

iii) Να δείξετε ότι η C_g δέχεται μοναδική εφαπτομένη που τη διαπερνά και να βρεθεί η εξίσωσή της.

iii) Να δείξετε ότι ορίζεται η εφαπτομένη της C_f στο $x_0 = 1$ και στη συνέχεια να βρεθεί.

iv) Να αποδείξετε ότι η $y = 5x - 1$ τέμνει τη C_g σε 3 ακριβώς σημεία.