

Δύο διάδρομοι πλάτους α m και β m τέμνονται κάθετα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

i) Αν ισχύει $0 < \beta < \alpha$, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} (O\Delta + \Delta B) = 8$

και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(\beta x)}{x} = 1$ να δείξετε ότι $\alpha = 8$ και $\beta = 1$.

Θέλουμε να μεταφέρουμε μια σκάλα από τους διαδρόμους, η οποία να μπορεί να περάσει (στρίψει) την ορθή γωνία O που δημιουργούν οι διάδρομοι.

ii) Να αποδείξετε ότι η απόσταση AB δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(\theta) = \frac{8}{\eta\mu\theta} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

iii) Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει μοναδικό ολικό ελάχιστο και μετά να βρείτε το μέγιστο μήκος της σκάλας που μπορεί να στρίψει στη γωνία O .

iv) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της

$$h(\theta) = \eta\mu\theta \cdot f(\theta), \quad \theta \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \right] \text{ και τον άξονα } x'x.$$

