

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : [1,10] \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύουν:

- $f^{-1} = 1 - f$
- $f(f(x)) \cdot f(x) = 10$ για κάθε $x \in [1,10]$
- $f(1) = 10$

Επίσης, δίνεται η συνάρτηση $g(x) = f(x) - 2, x \in [1,10]$.

1. Να δείξετε ότι $f(10) = 1$.
2. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα .
3. Η γραφική παράσταση της g τέμνει ακριβώς σε ένα σημείο τον άξονα $x'x$ με τετμημένη ξ που ανήκει στο $(1,10)$.
4. Ισχύει $f(5) = 2$.