

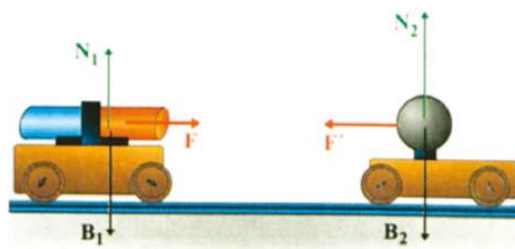
## ΟΡΜΗ – ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

### A. Εσωτερικές – Εξωτερικές δυνάμεις

**Σύστημα σωμάτων** ονομάζεται ένα σύνολο από σώματα που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

**Εσωτερικές δυνάμεις** ενός συστήματος σωμάτων ονομάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε σώματα του συστήματος από σώματα που ανήκουν στο ίδιο σύστημα

**Εξωτερικές δυνάμεις** ενός συστήματος σωμάτων ονομάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε σώματα του συστήματος από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα αυτό.



πχ, στο παραπάνω σχήμα βλέπουμε ένα μαγνήτη και μία σιδερένια σφαίρα να βρίσκονται πάνω σε δύο βαγόνια. Σε κάθε ένα από τα δύο σώματα ασκούνται το βάρος του  $B$ , η κάθετη αντίδραση  $N$  και η ελκτική δύναμη  $F$  από το άλλο σώμα. Από τις δυνάμεις αυτές, τα βάρη και οι κάθετες αντιδράσεις είναι εξωτερικές δυνάμεις για το σύστημα των δύο σωμάτων, ενώ οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των σωμάτων είναι εσωτερικές δυνάμεις.

Οι εσωτερικές δυνάμεις εμφανίζονται πάντοτε ως ζεύγη δράσης – αντίδρασης και επομένως **η συνισταμένη των εσωτερικών δυνάμεων σε ένα σύστημα σωμάτων είναι πάντοτε μηδέν.**

Για τις εξωτερικές δυνάμεις δεν ισχύει προφανώς κάτι τέτοιο πάντοτε. **Αν, όμως, η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν, τότε το σύστημα ονομάζεται μονωμένο.**

### B. Ορμή

**Ορμή** ενός σώματος ( $\vec{p}$ ) ονομάζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που έχει

- **μέτρο** ίσο με το γινόμενο της μάζας του σώματος επί την ταχύτητά του και
- **κατεύθυνση** ίδια με την κατεύθυνση της ταχύτητας

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Μονάδα μέτρησης της ορμής στο SI είναι το  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{sec}$

## Γ. Πώς υπολογίζουμε τη συνολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων

Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος και γι' αυτό, όταν θέλουμε να υπολογίσουμε τη συνολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων κάνουμε **διανυσματική** πρόσθεση. Για τον ίδιο λόγο, όταν θέλουμε να βρούμε τη μεταβολή της ορμής ενός σώματος, κάνουμε **διανυσματική** αφαίρεση

### Παράδειγμα

2

Δύο σώματα με μάζες  $m_1=2 \text{ kg}$  και  $m_2=4 \text{ kg}$  κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο με ταχύτητες μέτρου  $v_1=15 \text{ m/s}$  και  $v_2=10 \text{ m/s}$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τη συνολική ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων όταν τα δύο σώματα κινούνται

- A. προς την ίδια κατεύθυνση
- B. προς αντίθετες κατευθύνσεις
- Γ. σε κάθετες διευθύνσεις και
- Δ. σε διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $60^\circ$

Όταν τα σώματα κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία, το διανυσματικό άθροισμα γίνεται αλγεβρικό. Δηλαδή, προσθέτουμε (αν κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση) ή αφαιρούμε (αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις). Άρα:

- A. όταν κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση



$$p_{\text{ολ}} = m_1 v_1 + m_2 v_2 = 30 + 40 = 70 \text{ kg.m/s}$$

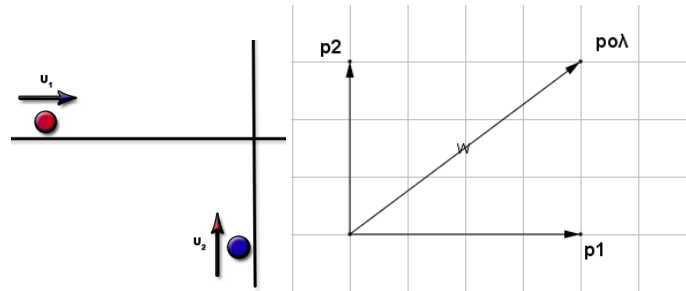
- B. όταν κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις



Στην περίπτωση αυτή πρέπει να επιλέξουμε μία φορά ως θετική και, έτσι, η πρόσθεση θα μετατραπεί σε αφαίρεση. Επιλέγοντας ως θετική, τη φορά κίνησης του  $m_1$  έχουμε:

$$p_{\text{ολ}} = m_1 v_1 - m_2 v_2 = 30 - 40 = -10 \text{ kg.m/s}$$

Το αρνητικό πρόσημο σημαίνει ότι η ολική ορμή των δύο σωμάτων έχει την ίδια κατεύθυνση με την ορμή του  $m_2$

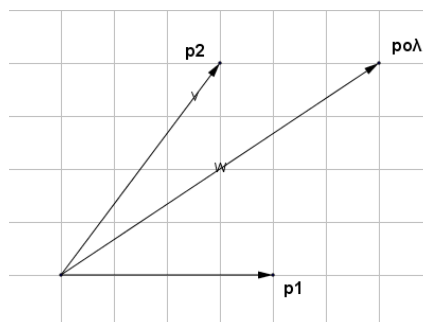
**Γ. όταν κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις**

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να κάνουμε διανυσματική πρόσθεση εφαρμόζοντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Στο παραλληλόγραμμο αυτό υπάρχουν δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα, στα οποία η υποτείνουσα είναι η συνολική ορμή. Έτσι, εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα

$$p_{ολ} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

Όταν ένα διάνυσμα σχηματίζει γωνία με την αρχική διεύθυνση κίνησης, πρέπει να υπολογίζουμε και τη γωνία αυτή και συγκεκριμένα έναν οποιονδήποτε τριγωνομετρικό αριθμό της, πχ εφφ

**Δ.** Και εδώ πρέπει να κάνουμε διανυσματική πρόσθεση εφαρμόζοντας τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Στο παραλληλόγραμμο αυτό, τα δύο τρίγωνα δεν είναι ορθογώνια και γι' αυτό εφαρμόζουμε τον πιο γενικό τύπο που ισχύει όταν η γωνία δεν είναι  $90^\circ$



$$p_{ολ} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 + 2(m_1 v_1)(m_2 v_2)\cos 60^\circ} = \sqrt{30^2 + 40^2 + 1200} = \sqrt{3700} = 10\sqrt{37} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$$

## Δ. Μεταβολή της ορμής ενός σώματος

Για να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ορμής ενός σώματος, πρέπει να κάνουμε διανυσματική αφαίρεση. Πρέπει δηλαδή να αφαιρέσουμε από το διάνυσμα της τελικής ορμής του σώματος το διάνυσμα της αρχικής ορμής.

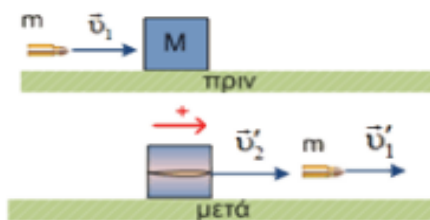
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

Αυτό σημαίνει ότι στο διάνυσμα της τελικής ορμής του σώματος πρέπει να προσθέσουμε το αντίθετο διάνυσμα της αρχικής ορμής

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 + (-\vec{p}_1)$$

Αν, βέβαια, η αρχική και η τελική ορμή βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, η αφαίρεση γίνεται αλγεβρικά λαμβάνοντας υπόψη τη φορά της καθεμιάς ορμής και έχοντας θεωρήσει τη μία από τις δύο φορές κίνησης ως θετική

### Α. Όταν η αρχική και τελική ορμή του σώματος έχουν την ίδια κατεύθυνση



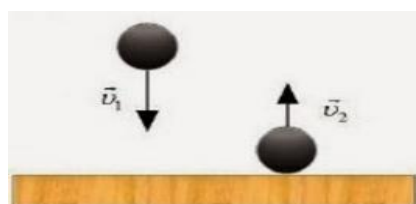
Ας θεωρήσουμε ότι ένα βλήμα μάζας 100g με ταχύτητα  $u_1=400$  m/s διαπερνά ένα ξύλινο κιβώτιο και βγαίνει με ταχύτητα  $u_1'=100$  m/s

Τότε:  $\Delta p = p_1' - p_1 = mu_1' - mu_1 = m(u_1' - u_1) = 0,1(100 - 400) = -30$  kg·m/s

### Β. Όταν η αρχική και τελική ορμή του σώματος έχουν αντίθετη κατεύθυνση

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να ορίσουμε θετική φορά. Έστω ότι η θετική φορά είναι η προς τα κάτω. Τότε:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = -mu_2 - mu_1 = -m(u_2 + u_1)$$

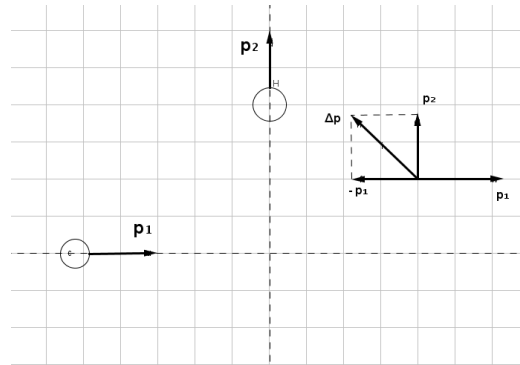


**Γ. Όταν η αρχική και τελική ορμή του σώματος είναι κάθετες**

Στην περίπτωση αυτή πρέπει να κάνουμε διανυσματική αφαίρεση

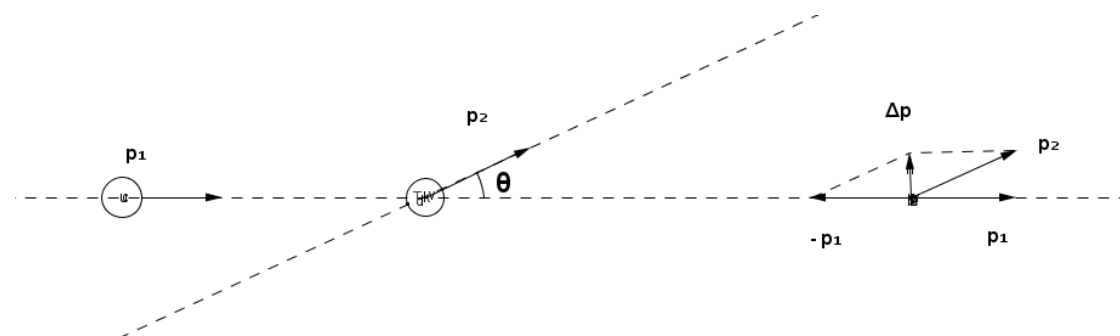
$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \Rightarrow \Delta \vec{p} = \vec{p}_2 + (-\vec{p}_1)$$

η οποία μας λέει ότι το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής  $\Delta \vec{p}$  είναι η συνισταμένη των διανυσμάτων  $\vec{p}_2$  και  $-\vec{p}_1$



Στο ορθογώνιο τρίγωνο που προκύπτει, η μεταβολή της ορμής είναι η υποτείνουσά του. Εφαρμόζουμε, έτσι, το πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσουμε το μέτρο της

$$\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}$$

**Δ. Όταν η αρχική και τελική ορμή του σώματος σχηματίζουν τυχαία γωνία μεταξύ τους**

Στο τρίγωνο που προκύπτει, εφαρμόζουμε τη γενίκευση του πυθαγόρειου θεωρήματος για να υπολογίσουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής:

$$\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2 \cos \theta} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 - 2m_1 v_1 m_2 v_2 \cos \theta}$$

## Ε. Η δύναμη και η μεταβολή της ορμής ενός σώματος

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα (ή θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής), για τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα ισχύει:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

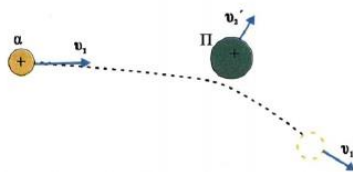
Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι για να μεταβληθεί η ορμή ενός σώματος κατά ένα ποσό, απαιτείται δύναμη αντιστρόφως ανάλογη του χρονικού διαστήματος στο οποίο θα συμβεί η μεταβολή αυτή.

## ΣΤ. Κρούσεις

**Κρούση** ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο δύο ή περισσότερα σώματα έρχονται σε επαφή για πολύ μικρό χρονικό διάστημα και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με πολύ ισχυρές δυνάμεις

Τέτοια παραδείγματα είναι η σύγκρουση δύο αυτοκινήτων, η σύγκρουση των σφαιρών του πιλιάρδου, το σφήνωμα ενός βλήματος σε ένα σώμα που μπορεί να κινηθεί κλπ

Στο μικρόκοσμο, η έννοια της κρούσης διευρύνεται και περιλαμβάνει και περιπτώσεις κατά τις οποίες τα σωματίδια δεν έρχονται απαραίτητα σε επαφή. Όταν, για παράδειγμα, ένα σωματίδιο α εκτοξεύεται εναντίον ενός ακίνητου πυρήνα, ασκούνται μεταξύ τους πολύ ισχυρές δυνάμεις για πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, χωρίς τα σωματίδια να έρθουν σε επαφή. Το φαινόμενο αυτό στη σύγχρονη φυσική ονομάζεται **σκέδαση**.



## Είδη κρούσεων

Με κριτήριο τη διατήρηση ή μη της κινητικής ενέργειας του συστήματος, οι κρούσεις διακρίνονται σε **ελαστικές** και **ανελαστικές**

**α. Ελαστική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται παραμένει σταθερή.

Δηλαδή, στην ελαστική κρούση ισχύει :

$$K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}}^1$$

<sup>1</sup> Πρακτικά, κατά την πολύ μικρή χρονική διάρκεια μιας κρούσης δύο σωμάτων τα σώματα δεν προλαβαίνουν να μετακινηθούν. Έτσι η δυναμική ενέργεια των σωμάτων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης και γι αυτό πολλές φορές αναφερόμαστε στη διατήρηση ή μη της **μηχανικής** ενέργειας του συστήματος αντί για διατήρηση της **κινητικής** ενέργειάς του.

**β. Ανελαστική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

$$\text{Δηλαδή: } K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + Q$$

Μία ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η **πλαστική κρούση**, κατά την οποία τα σώματα που συγκρούονται ενώνονται και σχηματίζουν ένα σώμα, που ονομάζεται **συσσωμάτωμα**.

## 7

## Η Διατήρηση της ορμής

Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων οι δυνάμεις που αναπτύσσονται μεταξύ τους είναι δυνάμεις εσωτερικές και είναι πολύ ισχυρότερες από τις τυχόν υπάρχουσες εξωτερικές δυνάμεις π.χ βαρύτητα

Έτσι το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο για τη διάρκεια της κρούσης, οπότε ισχύει η **Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο)** : **Η ολική ορμή ενός μονωμένου συστήματος διατηρείται σταθερή.**<sup>2</sup>

Αυτό σημαίνει ότι η ολική ορμή δύο σωμάτων μετά τη σύγκρουσή τους είναι ίση με την ολική τους ορμή πριν από την κρούση

Στο συμπέρασμα αυτό μπορούμε να καταλήξουμε με τη χρήση του τρίτου νόμου του Νεύτωνα ή νόμου δράσης – αντίδρασης

Έστω δύο σώματα που συγκρούονται. Με βάση το νόμο δράσης - αντίδρασης, οι δυνάμεις που ασκούν το ένα σώμα στο άλλο είναι αντίθετες

Άρα:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= -\vec{F}_2 \Rightarrow m_1 \frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t} = -m_2 \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t} \Rightarrow m_1 \Delta \vec{v}_1 = -m_2 \Delta \vec{v}_2 \Rightarrow \Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_{1(\text{τελ})} - \vec{p}_{1(\text{αρχ})} = \\ &\vec{p}_{2(\text{αρχ})} - \vec{p}_{2(\text{τελ})} \Rightarrow \vec{p}_{1(\text{τελ})} + \vec{p}_{2(\text{τελ})} = \vec{p}_{1(\text{αρχ})} + \vec{p}_{2(\text{αρχ})} \Rightarrow \vec{p}_{\text{ολ}(\text{τελ})} = \vec{p}_{\text{ολ}(\text{αρχ})} \end{aligned}$$

**Παρατήρηση:** Η διατήρηση της ορμής εφαρμόζεται διανυσματικά. Αυτό σημαίνει ότι αν τα σώματα πριν και μετά την κρούση κινούνται πάνω στην ίδια ευθεία, πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη τις φορές των ταχυτήτων θεωρώντας μία φορά ως θετική. Αν η κρούση είναι πλάγια, πρέπει να αναλύουμε τις ταχύτητες σε άξονες x και y και να εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής σε κάθε άξονα ξεχωριστά

<sup>2</sup> Η διατήρηση της ορμής εφαρμόζεται, όπως έχουμε αναφέρει, σε όλες τις περιπτώσεις που έχουμε μονωμένο σύστημα σωμάτων. Ένα τέτοιο χαρακτηριστικό και συνηθισμένο παράδειγμα μονωμένου συστήματος είναι η περίπτωση της διάσπασης ενός σώματος σε μικρότερα τμήματα εξαιτίας κάποιας **έκρηξης** που είναι αποτέλεσμα εσωτερικών δυνάμεων. Σε αυτή την περίπτωση, έχουμε **απελευθέρωση ενέργειας**

## Ερωτήσεις με αιτιολόγηση

8

1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο. Τότε:

- α. Τόσο η κινητική του ενέργεια όσο και η ορμή του μεταβάλλονται.
- β. Η κινητική του ενέργεια είναι σταθερή αλλά η ορμή του μεταβάλλεται
- γ. Τόσο η κινητική του ενέργεια όσο και η ορμή του είναι σταθερές
- δ. Η ορμή του είναι σταθερή αλλά η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται

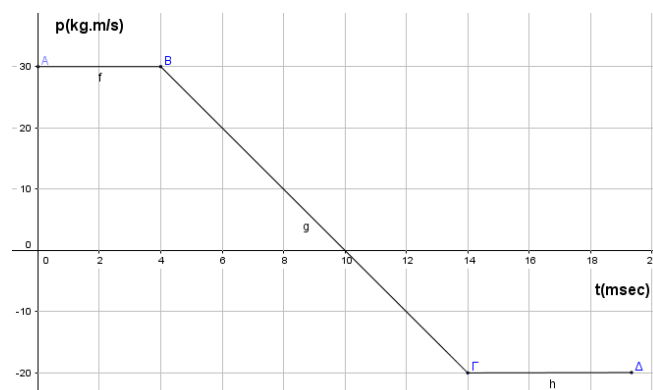
2. Μία ελαστική σφαίρα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u$  προς τα δεξιά. Η σφαίρα δέχεται την επίδραση δύναμης  $F$  που είναι ομόρροπη της ταχύτητας και το μέτρο της ταχύτητας διπλασιάζεται. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας είναι:

- α.  $mu$  προς τα δεξιά ,
- β.  $2mu$  προς τα δεξιά ,
- γ.  $mu$  προς τα αριστερά ,
- δ.  $2mu$  προς τα αριστερά

3. Μία ελαστική σφαίρα μάζας  $m$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u$  και κτυπά πάνω σε κατακόρυφο τοίχο. Αν κατά την κρούση η σφαίρα ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου, τότε η μεταβολή της ορμής της σφαίρας είναι:

- α.  $mu$  με κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα
- β.  $2mu$  με κατεύθυνση ίδια με την αρχική ταχύτητα
- γ. μηδέν
- δ.  $2mu$  με κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα

4. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ορμής ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο  $p=f(t)$ , πριν , κατά και μετά την κρούση του σώματος με ακλόνητο κατακόρυφο τοίχο.



Η μέση δύναμη που ασκήθηκε πάνω στον τοίχο κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι

- α) 0
- β) 5 N
- γ) 5000 N
- δ) 200 N

5. Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 3 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 2 \text{ Kg}$  κινούνται στην ίδια ευθεία προς την ίδια κατεύθυνση με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 15 \text{ m/sec}$  και  $u_2 = 10 \text{ m/sec}$  αντίστοιχα. Αν η μεταξύ τους κρούση είναι πλαστική, η ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει είναι:

- α. 5 m/sec                      β. 12 m/sec                      γ. 13 m/sec                      δ. 3 m/sec

6. Δύο σφαίρες με μάζες  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 4 \text{ Kg}$  κινούνται στην ίδια ευθεία σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 15 \text{ m/sec}$  και  $u_2 = 6 \text{ m/sec}$  αντίστοιχα. Αν η μεταξύ τους κρούση είναι πλαστική και οι δύο σφαίρες αποτελέσουν ένα νέο σώμα τότε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αυτού είναι:

- α. 9 m/sec                      β. 1 m/sec                      γ. 12 m/sec                      δ. 6

7. Δύο σφαίρες ίσων μαζών  $m_1 = m_2 = m$  κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου  $u_1 = u_2 = u$ . Αν η μεταξύ τους κρούση είναι πλαστική και οι δύο σφαίρες αποτελέσουν ένα νέο σώμα, τότε το μέτρο της ορμής του σώματος αυτού είναι:

- α.  $mu$                       β.  $2mu$                       γ.  $mu\sqrt{2}$                       δ. 0

8. Σώμα που αρχικά ηρεμούσε, εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες  $m_1 = m$  και  $m_2 = 2m$ . Ο λόγος των ταχυτήτων  $u_1/u_2$  των δύο θραυσμάτων είναι:

- α. 4                      β. 1/2                      γ. 2                      δ. 1/4

9. Δύο σώματα με μάζες  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 3 \text{ Kg}$  κινούνται στην ίδια ευθεία σε αντίθετη φορά και με ταχύτητες που έχουν μέτρα  $u_1 = 10 \text{ m/sec}$  και  $u_2 = 5 \text{ m/sec}$ . Αν η μεταξύ τους κρούση είναι πλαστική και τα δύο σώματα αποτελέσουν ένα νέο σώμα, τότε η απώλεια ενέργειας του συστήματος είναι:

- α. 5 J                      β. 35 J                      γ. 135 J                      δ. 137,5 J

10. Ένα σώμα μάζας 2 Kg που κινείται με ταχύτητα 8 m/sec συγκρούεται με ένα δεύτερο ακίνητο σώμα άγνωστης μάζας. Μετά τη σύγκρουση και τα δύο σώματα κινούνται πάνω στην ίδια διεύθυνση, το πρώτο προς τα πίσω με ταχύτητα 4 m/sec ενώ το δεύτερο προς τα εμπρός με ταχύτητα 3 m/sec. Η μάζα του δεύτερου σώματος είναι:

- α. 8/3 kg                      β. 8 kg                      γ. 4 kg                      δ. 12 kg

11. Δύο βαγονάκια με μάζες  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 1 \text{ Kg}$  συγκρατούνται στα άκρα οριζόντιου ελατηρίου το οποίο είναι συσπειρωμένο. Όταν τα βαγονάκια αφεθούν ελεύθερα, το βαγονάκι με μάζα  $m_1 = 2 \text{ Kg}$  αποκτά ταχύτητα  $u_1 = 4 \text{ m/sec}$ . Η ενέργεια του συσπειρωμένου ελατηρίου ήταν:

- α. 32 J                      β. 16 J                      γ. 48 J                      δ. 12 J

## Ασκήσεις

### Ορμή – Μεταβολή της ορμής – Ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος

**1.** Ένα σώμα μάζας  $m=3\text{Kg}$  κινείται πάνω σε ένα οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $u_1=10\text{m/s}$ . Μετά από λίγο η ταχύτητά του γίνεται  $u_2=20\text{ m/s}$  . Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος αν:

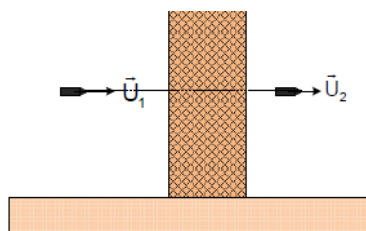
- α.** η  $u_2$  έχει την ίδια κατεύθυνση με την  $u_1$   
**β.** η  $u_2$  έχει αντίθετη κατεύθυνση από την  $u_1$

[ Απ. α.  $30\text{ kg.m/s}$  β.  $90\text{ kg.m/s}$  ]

**2.** Ένα μπαλάκι του γκολφ μάζας  $m=50\text{g}$  βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο γήπεδο. Ένας αθλητής χτυπά με το μπαστούνι του το μπαλάκι. Αν η μέση δύναμη που δέχτηκε το μπαλάκι κατά τη διάρκεια της κρούσης ήταν  $F=250\text{N}$  και η επαφή με αυτό διήρκεσε  $\Delta t=0,01\text{s}$  , να βρείτε την ταχύτητα με την οποία εκτοξεύτηκε το μπαλάκι.

[ Απ.  $50\text{ m/s}$  ]

**3.** Ένα βλήμα μάζας  $0,1\text{ kg}$ , κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $u_1=50\text{m/s}$ , διαπερνά ένα κατακόρυφο τοίχο και βγαίνει με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_2=20\text{ m/s}$ . Το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το βλήμα για να διαπεράσει τον τοίχο είναι  $\Delta t = 0,01\text{ s}$ .



Να υπολογίσετε:

- α.** Τη μεταβολή της ορμής που υφίσταται το βλήμα κατά τη διέλευσή του μέσα από τον τοίχο  
**β.** Τη μέση δύναμη (μέτρο και κατεύθυνση) που δέχτηκε το βλήμα από τον τοίχο.

[ Απ. α.  $3\text{ kg.m/s}$  β.  $300\text{ N}$  ]

4. Ένα μπαλάκι του τένις έχει μάζα  $m=80\text{g}$  και κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $u_1=20\text{m/s}$ . Κάποια στιγμή πέφτει σε κατακόρυφο τοίχο και ανακλάται με ταχύτητα  $u_2=10\text{m/s}$ , αντίθετης κατεύθυνσης από την  $u_1$ .

α. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της μπάλας.

β. Πόση είναι η μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα από τον τοίχο αν η επαφή τους διήρκεσε  $\Delta t=0,1\text{s}$ .

[ Απ. α.  $2,4\text{ kg.m/s}$  β.  $24\text{ N}$  ]

5. Μια μπάλα μάζας  $m=0,2\text{ kg}$  πέφτει ελεύθερα από ύψος  $h_1=1,25\text{m}$  και αφού αναπηδήσει στο έδαφος ανεβαίνει σε ύψος  $h_2=0,45\text{m}$ . Να υπολογίσετε

α. την ταχύτητα με την οποία η μπάλα συναντά το έδαφος

β. την ταχύτητα με την οποία ανακλάται από το έδαφος

γ. τη μεταβολή της ορμής που υπέστη η μπάλα κατά την πρόσκρουσή της στο έδαφος

δ. τη μέση δύναμη που δέχτηκε η μπάλα από το έδαφος αν η διάρκεια της επαφής τους ήταν  $\Delta t=0,1\text{s}$ .

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

[ Απ. α.  $5\text{ m/s}$  β.  $3\text{ m/s}$  γ.  $1,6\text{ kg.m/s}$  δ.  $18\text{ N}$  ]

6. Ένα σώμα μάζας  $m=0,5\text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και η ταχύτητά του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την εξίσωση :  $u = 6+4t$  στο S.I.

α. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ορμής του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από  $t=0$  έως  $t=10\text{ sec}$

β. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του.

[ Απ.  $2\text{ kg.m/s}$  ]

7. Δύο οχήματα με μάζες  $m_1 = 5\text{ Kg}$  και  $m_2 = 6\text{ Kg}$  κινούνται με ταχύτητες  $u_1 = 8\text{m/s}$  και  $u_2 = 5\text{m/s}$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων, αν τα σώματα κινούνται:

α. προς την ίδια κατεύθυνση;

β. σε αντίθετες κατευθύνσεις;

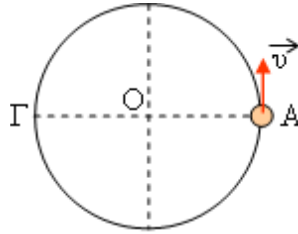
γ. σε κάθετες διευθύνσεις;

[ Απ. α.  $70\text{ kg.m/s}$  β.  $10\text{ kg.m/s}$  γ.  $50\text{ kg.m/s}$  ]

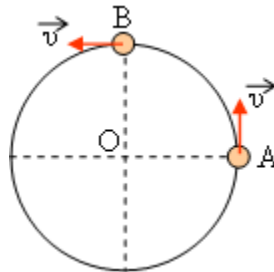
8. Ένα σώμα μάζας  $m=2\text{kg}$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα  $u=5\text{m/s}$  σε κύκλο κέντρου  $O$  και ακτίνας  $R=2,5\text{ m}$ .

α. Να υπολογίσετε την ορμή του σώματος στη θέση  $A$ .

β. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των αντιδιαμετρικών θέσεων  $A$  και  $\Gamma$ .



γ. Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος μεταξύ των θέσεων  $A$  και  $B$ , θέσεις στις οποίες οι ακτίνες  $OA$  και  $OB$  είναι κάθετες.



δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος στη θέση  $A$

[ Απ. α.  $10\text{ kg}\cdot\text{m/s}$  β.  $20\text{ kg}\cdot\text{m/s}$  γ.  $10\sqrt{2}\text{ kg}\cdot\text{m/s}$  δ.  $200\text{ kg}\cdot\text{m/s}^2$  ]

### Κρούσεις

9. Ξύλινο κιβώτιο μάζας  $M=2\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή, στο κιβώτιο προσπίπτει ένα βλήμα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  με οριζόντια ταχύτητα  $u_1=300\text{m/s}$ , το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα  $u_2=100\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε:

α. την ταχύτητα με την οποία το κιβώτιο αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο

β. τη δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από το κιβώτιο, αν η διέλευσή του μέσα από αυτό διήρκεσε  $\Delta t=0,1\text{ sec}$

[ Απ. α.  $10\text{ m/s}$  β.  $200\text{ N}$  ]

10. Σε οριζόντιο δρόμο κινούνται, η μια προς την άλλη, δύο σφαίρες με μάζες  $m_1=4\text{ kg}$  και  $m_2=2\text{ kg}$  και ταχύτητες  $u_1=10\text{ m/s}$  και  $u_2=8\text{m/s}$  αντίστοιχα. Αν οι σφαίρες συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε:

- α. την ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει
- β. την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων που συνέβη κατά την κρούση
- γ. τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος κατά την κρούση
- δ. τη δύναμη που δέχτηκε κάθε σώμα κατά την κρούση, αν η επαφή των σωμάτων διήρκεσε 0,1 sec

[ Απ. α. 4 m/s β. 216 J γ. -24 kg.m/s 24 kg.m/s δ. -240 N 240 N ]

**11.** Δύο σώματα με μάζες  $m_1=4$  Kg και  $m_2=2$  Kg, κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες  $u_1=6$  m/s και  $u_2=4$  m/s, αντίθετης κατεύθυνσης. Κάποια στιγμή τα δύο σώματα συγκρούονται και αμέσως μετά τη σύγκρουση το σώμα  $m_1$  κινείται με ταχύτητα  $u_1' = 2$  m/s, ίδιας κατεύθυνσης με την  $u_1$ . Να βρείτε:

- α. την ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα  $m_2$  αμέσως μετά τη σύγκρουση
- β. τη μέση δύναμη που δέχτηκε το ένα σώμα από το άλλο αν η επαφή τους διήρκεσε  $\Delta t=0,1$ s.

[ Απ. α. 4 m/s β. 160 N ]

**12.** Μια σφαίρα μάζας 0,1 kg κινείται οριζόντια με ταχύτητα 200 m/sec και σφηνώνεται στο κέντρο ενός ξύλινου κύβου μάζας 1,9 kg, ο οποίος ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στον κύβο και στο οριζόντιο έδαφος είναι  $\mu=0,2$  και  $g=10$  m/sec<sup>2</sup>, να υπολογίσετε :

- α. την ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει αμέσως μετά την κρούση.
- β. τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας κατά την κρούση.
- γ. το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει.

[ Απ. α. 10 m/s β. - 19 kg.m/s γ. 25 m ]

**13.** Ένα βλήμα μάζας  $m=0,1$ kg κινείται με ταχύτητα  $u=100$ m/s και σφηνώνεται σε ακίνητο σώμα Α μάζας  $M=1,9$ kg. Το συσσωμάτωμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο και σταματά, αφού μετατοπισθεί κατά  $x=5$ m. Αν η διέλευση του βλήματος μέσα από τον κύβο διήρκεσε  $\Delta t = 0,01$  sec, να υπολογίσετε :



- α. την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση
- β. τη δύναμη που δέχτηκε η σφαίρα από τον κύβο

- γ. το συντελεστή τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο συσσωμάτωμα και στο οριζόντιο έδαφος  
 δ. το χρόνο που θα κινηθεί το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει  
 Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

[ Απ. α.  $5\text{ m/s}$  β.  $950\text{ N}$  γ.  $0,25\text{ m}$  δ.  $2\text{ sec}$  ]

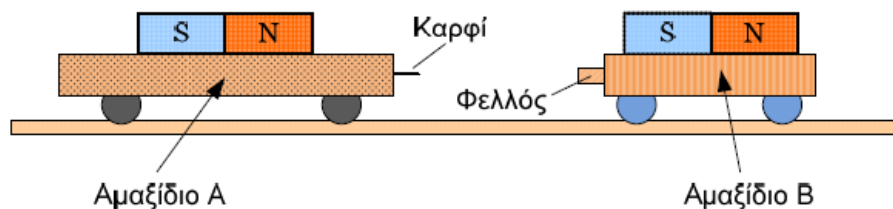
14

14. Ένα σώμα μάζας  $M=2\text{kg}$  ηρεμεί στο κάτω άκρο ενός νήματος μήκους  $l=2,5\text{m}$ . Κάποια στιγμή, στο σώμα προσπίπτει ένα βλήμα μάζας  $m=0,1\text{kg}$  με οριζόντια ταχύτητα  $u_1=200\text{m/s}$ , το διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα  $u_2=100\text{m/s}$ . Μετά την κρούση το σώμα  $M$ , όπως είναι δεμένο στο νήμα, ανεβαίνει μέχρι ύψος  $h$ . Να υπολογίσετε:

- α. την ταχύτητα που αποκτά το σώμα  $M$  μετά την κρούση  
 β. το ύψος  $h$ .  
 Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

[ Απ. α.  $5\text{ m/s}$  β.  $1,25\text{ m}$  ]

15. Δύο ισχυροί ραβδόμορφοι μαγνήτες στερεώνονται πάνω σε δύο ξύλινα αμαξίδια, Α και Β, τα οποία βρίσκονται πάνω σε ένα οριζόντιο διάδρομο. Τα αμαξίδια βρίσκονται ακίνητα σε αρκετή απόσταση μεταξύ τους, έτσι ώστε οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των μαγνητών να είναι, αρχικά, αμελητέες. Δίνουμε στο Α αρχική ταχύτητα, μέτρου  $1,5\text{ m/s}$ , προς τα δεξιά, και το αφήνουμε ελεύθερο.



- α. Να υπολογίσετε την ορμή του συστήματος των δύο αμαξιδίων.  
 β. Κάποια στιγμή, πριν από τη σύγκρουση των δύο αμαξιδίων, το αμαξίδιο Α έχει ταχύτητα μέτρου  $1,6\text{ m/s}$ . Να υπολογίσετε την ταχύτητα του αμαξιδίου Β την ίδια χρονική στιγμή.  
 γ. Τελικά, τα αμαξίδια συγκρούονται και γίνονται ένα συσσωμάτωμα. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Δίνεται ότι η συνολική μάζα του αμαξιδίου Α μαζί με το μαγνήτη του είναι  $800\text{ g}$ , ενώ η αντίστοιχη του αμαξιδίου Β είναι  $400\text{ g}$ . Οι αντιστάσεις του αέρα και οι τριβές είναι αμελητέες.

[ Απ. α.  $-0,2\text{ m/s}$  β.  $1\text{ m/s}$  ]

**Εκρήξεις - διασπάσεις**

**16.** Ένα διαστημόπλοιο μάζας  $m=1000 \text{ kg}$  κινείται στο διάστημα με ταχύτητα μέτρου  $u=2000 \text{ m/s}$  και ξαφνικά διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες  $m_1$  και  $m_2$ , όπου  $m_1=4m_2$ . Αν το κομμάτι μάζας  $m_1$  κινείται με ταχύτητα μέτρου  $u_1=4000 \text{ m/s}$ , ίδιας κατεύθυνσης με εκείνη της  $u$ , να υπολογίσετε:

- την ταχύτητα του άλλου κομματιού
- την αύξηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος

[ Απ. α.  $-6000 \text{ m/s}$  β.  $8 \cdot 10^9 \text{ J}$  ]

15

**17.** Ένα βλήμα έχει μάζα  $m = 10 \text{ kg}$  και κινείται στο κενό με σταθερή ταχύτητα  $u_0 = 800 \text{ m/s}$ . Κάποια στιγμή το βλήμα εκρήγνυται σε δύο κομμάτια από τα οποία το ένα μάζα  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και κινείται με ταχύτητα  $u_1 = 2000 \text{ m/s}$  αντίρροπη της  $u_0$ . Να βρεθεί η ταχύτητα του άλλου κομματιού

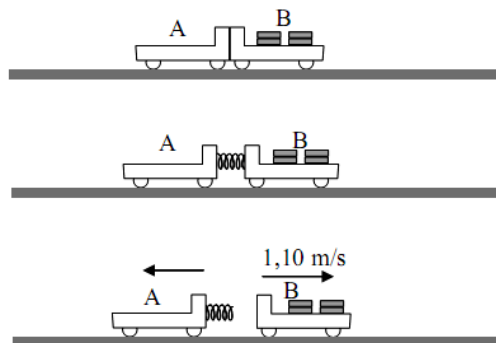
[ Απ.  $1500 \text{ m/s}$  ]

**18.** Πάνω σε όχημα μάζας  $1000 \text{ kg}$  υπάρχει πυροβόλο που εκτοξεύει βλήμα μάζας  $10 \text{ kg}$ , με οριζόντια ταχύτητα  $200 \text{ m/s}$  προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που αποκτά το όχημα μετά την εκτόξευση του βλήματος αν:

- το όχημα ήταν αρχικά ακίνητο και
- αν αρχικά είχε ταχύτητα  $4 \text{ m/s}$  προς τα δεξιά.

[ Απ. α.  $-2 \text{ m/s}$  β.  $2 \text{ m/s}$  ]

**19.** Στο σχήμα φαίνονται δύο όμοια αμαξίδια. Αρχικά τα δύο αμαξίδια είναι σε επαφή και ακίνητα πάνω σε οριζόντιο διάδρομο, στον οποίο θεωρούμε ότι οι τριβές είναι αμελητέες. Ένα αβαρές ελατήριο το οποίο είναι ενσωματωμένο στο ένα αμαξίδιο ελευθερώνεται εκτοξεύοντας τα δύο αμαξίδια προς αντίθετες κατευθύνσεις.



- α. Η μάζα του αμαξιδίου Α είναι 1 kg, ενώ του αμαξιδίου Β είναι 2 kg. Αν το αμαξίδιο Β απομακρύνεται με ταχύτητα 1,10 m/s, να υπολογίσετε την ταχύτητα του αμαξιδίου Α.
- β. Να υπολογίσετε την ελαστική δυναμική ενέργεια η οποία ήταν αποθηκευμένη στο ελατήριο πριν την ελευθέρωσή του.

[ Απ. α. 2,2 m/s β. 3,63 J ]

## 16

## Διατήρηση ορμής και οριζόντια βολή

20. Ένας ξύλινος κύβος μάζας  $m_1 = 900\text{g}$  βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, σε ύψος  $h = 0,8\text{ m}$  πάνω από το έδαφος. Ένα βλήμα μάζας  $m_2 = 100\text{g}$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $u_2 = 30\text{m/s}$  και σφηνώνεται στον κύβο.

- α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που προκύπτει από την κρούση
- β. Το συσσωμάτωμα φτάνει στο άκρο του τραπεζιού, το εγκαταλείπει, και πέφτει στο έδαφος. Να υπολογίσετε την οριζόντια απόσταση από το χείλος του τραπεζιού στην οποία θα πέσει.
- γ. Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία συναντά το έδαφος
- Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

[ Απ. α. 3 m/s β. 1,2 m γ. 5 m/s ]

21. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα  $u = 10\text{m/s}$  και τη στιγμή που βρίσκεται στο μέγιστο ύψος διασπάται σε δύο τμήματα. Το ένα από αυτά έχει μάζα ίση με το 1/4 της αρχικής και αμέσως μετά τη διάσπαση κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $u_1 = 15\text{ m/s}$ . Να βρείτε:

- α. το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει το αρχικό σώμα
- β. την κατεύθυνση και το μέτρο της ταχύτητας του δεύτερου κομματιού αμέσως μετά τη διάσπαση
- γ. πόσο χρόνο θα χρειαστεί κάθε κομμάτι να φτάσει στο έδαφος
- δ. πόση θα είναι η οριζόντια απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών, όταν φτάσουν στο έδαφος. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

[ Απ. α. 5 m β. 5 m/s γ. 1 sec δ. 20 m ]