

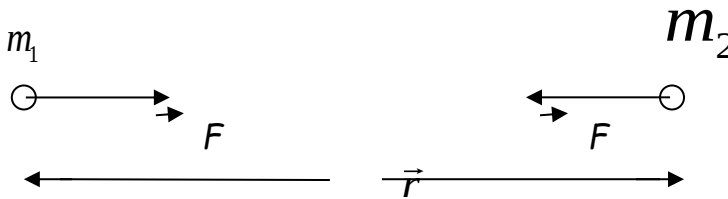
9 βασικές ερωτήσεις με απάντηση για τη βαρύτητα

μάλλον θα χρειαστεί GPS

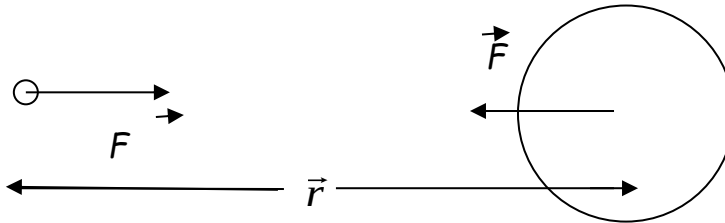


ΒΑΡΥΤΗΤΑ, ΔΟΥΡΥΦΟΡΟΙ

1. ΔΥΝΑΜΗ (ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ) που ασκείται ανάμεσα σε δύο μάζες m_1 και m_2 .



$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \text{ όπου } r \text{ η απόσταση ανάμεσα στις δύο μάζες και } G \text{ η σταθερά της παγκόσμιας έλξης του Νεύτωνα με τιμή } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ Kg}^{-2}.$$



Όταν η μία μάζα είναι πολύ μεγαλύτερη από την άλλη, είναι πιο βολικό να χρησιμοποιούμε τον παραπάνω τύπο βάζοντας όπου F το βάρος B , όπου m_1 τη μεγάλη μάζα M και όπου m_2 τη μικρή μάζα m . Οπότε:

$$B = G \frac{Mm}{R^2}$$

2. ΕΝΤΑΣΗ ΒΑΡΥΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Η ένταση g του βαρυτικού πεδίου ισούται με

$$g = \frac{F}{m} = \frac{B}{m} = G \frac{M}{r^2}$$

Η ένταση του βαρυτικού πεδίου μάς δείχνει πόσο γρήγορα πέφτει ένα αντικείμενο όταν το αφήνουμε να πέσει ελεύθερα. Μάλιστα, η ένταση g του πεδίου ισούται με την επιτάχυνση a που έχει ένα αντικείμενο όταν το αφήσουμε να πέσει ελεύθερα. Δηλαδή:

$$a = g = G \frac{M}{r^2}$$

⇒ Αν βρισκόμαστε (πολύ κοντά) στην επιφάνεια της γης, αντικαθιστούμε το M με τη μάζα της γης M_Γ και την ακτίνα r με την (μέση) ακτίνα της γης R_Γ . Άρα:

$$g_\Gamma = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ι. ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΤΗΣ ΓΗΣ

1. Τι γνωρίζετε για το νόμο της παγκόσμιας έλξης;

Απάντηση:

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης διατυπώνεται ως εξής:

Η δύναμη F που ασκείται μεταξύ δύο οποιοδήποτε σημειακών μαζών m_1 και m_2 , οι οποίες απέχουν απόσταση r (Σχ.1), είναι πάντοτε ελκτική με φορά την ευθεία που ενώνει τις δύο μάζες και έχει μέτρο ανάλογο με το γινόμενο των μαζών και αντιστρόφως ανάλογο με το τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης. Δηλαδή:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

όπου G είναι μια παγκόσμια **σταθερά** που η αριθμητική της τιμή:

α) **ΔΕΝ** εξαρτάται από τη φύση των μαζών και από το υλικό μέσα στο οποίο βρίσκονται

β) Εξαρτάται μόνο από το σύστημα μονάδων.

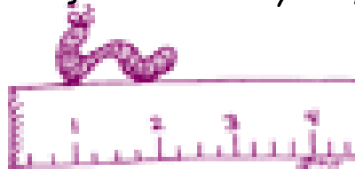
Στο σύστημα $S.I.$ και για όλα τα ζεύγη των μαζών η σταθερά G έχει την ίδια τιμή:

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{Kgr}^2$$

Ο νόμος της παγκόσμιας έλξης ισχύει:

Για σημειακές μάζες. Για μάζες που έχουν διαστάσεις, αλλά η απόστασή τους είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με τις διαστάσεις τους.

Για ομογενείς σφαιρικές μάζες. Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται ότι η συμπεριφορά των σφαιρικών μαζών είναι ίδια, όπως όταν είναι συγκεντρωμένες στα κέντρα τους.



2. Τι είναι πεδίο βαρύτητας;

Απάντηση:

Για να ερμηνεύσει ο Faraday την δύναμη της παγκόσμιας έλξης εισάγει την έννοια του πεδίου βαρύτητας. Γύρω από κάθε μάζα υπάρχει ένας χώρος όπου ασκούνται δυνάμεις, σε τυχόν υπάρχουσες μάζες, τις οποίες ονόμασε δυνάμεις βαρύτητας.

Πεδίο βαρύτητας ονομάζουμε το χώρο εκείνο μέσα στον οποίο αν φέρουμε μια μάζα ασκείται σ' αυτή μια δύναμη την οποία ονομάζουμε δύναμη βαρύτητας.

3. Τι είναι βάρος ενός σώματος;

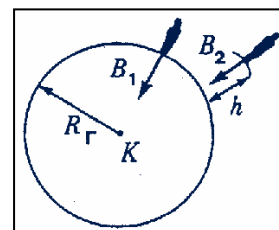
Απάντηση:

Όταν ένας άνθρωπος βρίσκεται στην επιφάνεια της γης έχει βάρος B_1 . Το βάρος B_1 είναι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης μεταξύ γης και ανθρώπου.

Ισχύει ότι αν M_Γ είναι η μάζα της γης, m_a η μάζα του ανθρώπου και R_Γ η ακτίνα της γης τότε:

$$B_1 = G \frac{M_\Gamma m}{R_\Gamma^2}$$

Όταν ο άνθρωπος βρεθεί σε ύψος h τότε το βάρος του B_2 δίνεται από τη σχέση:



$$B_2 = G \frac{M_\Gamma m}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Παρατηρούμε ότι $B_2 < B_1$ κάτι που περιμέναμε γιατί το βάρος του ανθρώπου μικραίνει όσο απομακρυνόμαστε από την επιφάνεια της γης.

➤➤ Για $h=R_\Gamma$ από τη (3.2) παίρνουμε:

$$B_2 = G \frac{M_\Gamma m}{4R_\Gamma^2} \Rightarrow B_2 = \frac{B_1}{4}$$

δηλαδή σε ύψος $h=R_\Gamma$ το βάρος του ανθρώπου υποτετραπλασιάζεται.

4. Πως ορίζεται η ένταση του πεδίου βαρύτητας της γης σε ένα σημείο και από τι εξαρτάται;

Απάντηση:

Ένταση g του πεδίου βαρύτητας της γης σε ένα σημείο A ονομάζεται το σταθερό πηλίκο της δύναμης βαρύτητας F που ασκείται στη μάζα m , προς τη μάζα m . Δηλαδή:

$$g = \frac{F}{m}$$

Η ένταση g του πεδίου βαρύτητας της γης σε ένα σημείο A έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

Σημείο εφαρμογής: το σημείο A .

Κατεύθυνση: την κατεύθυνση προς το κέντρο της γης.

Μέτρο g : ίσο με το πηλίκο του μέτρου F της δύναμης προς τη μάζα m .

Αν στην παραπάνω σχέση θέσουμε $m=1\text{Kgr}$ και $F=1\text{N}$, τότε προκύπτει $g=1\text{N/Kgr}$, που είναι η μονάδα της έντασης του πεδίου βαρύτητας της γης στο σύστημα $S.I.$

⇒ Σε ένα οποιοδήποτε σημείο A (ανεξάρτητα αν υπάρχει μάζα ή όχι) το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας σε ένα σημείο που απέχει απόσταση r , δίνεται από τη σχέση:

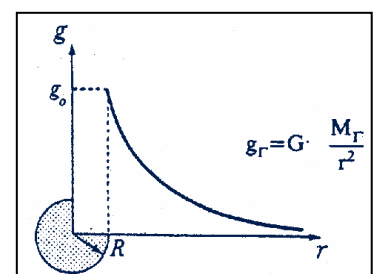
$$g_A = G \frac{M_\Gamma}{r^2}$$

όπου M_Γ η μάζα της γης.

Η σχέση αυτή ισχύει για το πεδίο στο **εξωτερικό** της γης δηλαδή για $r \geq R_\Gamma$ (όπου R_Γ η ακτίνα της γης) και η γραφική παράστασή της φαίνεται στο σχήμα 3.

⇒ Για τα σημεία στην επιφάνεια της γης η ένταση συμβολίζεται με g_0 και δίνεται από τη σχέση

$$g_0 = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}$$



Επίσης για σημεία κοντά στην επιφάνεια της γης η ένταση g του πεδίου βαρύτητας εξαρτάται: α) από το γεωγραφικό πλάτος και β) από το ύψος h πάνω από την επιφάνεια της γης (Όσο μεγαλώνει το ύψος h το μέτρο της έντασης μικραίνει). Επίσης η ένταση είναι διαφορετική στην επιφάνεια της Σελήνης ή του Ηλίου.

⇒ Για το πεδίο βαρύτητας που υπάρχει στο εσωτερικό της γης σε ένα σημείο Δ το μέτρο της έντασης δίνεται από τις σχέσεις:

$$(για \ r \leq R_{\Gamma}) \quad g_{\Delta} = G \frac{M_{\Gamma}}{r^2}$$

και με βάση τη σχέση (4.3) έχουμε τη σχέση: $g = g_0 \cdot r/R_{\Gamma}$

όπου g_0 η ένταση στην επιφάνεια της γης.

✍ Για όλες τις περιπτώσεις θεωρούμε τη γη ακίνητη, σφαιρική και ομογενή.

5. Ποια η σχέση έντασης και επιτάχυνσης στο πεδίο βαρύτητας της γης:

Απάντηση:

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι δύο μεγέθη που έχουν το ίδιο σύμβολο g , την ίδια αριθμητική τιμή, την ίδια διεύθυνση και φορά, αλλά διαφορετικές μονάδες μέτρησης (ισοδύναμες όμως μεταξύ τους).

Η ένταση g μετριέται σε Nt/Kgr ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας σε m/sec^2 .

II. ΔΟΡΥΦΟΡΟΙ

6. Τι γνωρίζετε για τους δορυφόρους και την ταχύτητά τους γύρω από τη γη:

Απάντηση:

Κάθε σώμα που κάνει κυκλική κίνηση γύρω από την γη και η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η δύναμη βαρύτητας από τη γη, ονομάζεται δορυφόρος.

Όταν ένας δορυφόρος κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας r (ισχύει $r = R_{\Gamma} + h$) τότε η δύναμη βαρύτητας θα παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δηλαδή:

$$F_{βαρ} = F_{κεντρ} \Rightarrow G \frac{M_{\Gamma} m}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M_{\Gamma}}{r}$$

αλλά από τη σχέση: $g_0 = G \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \Rightarrow G M_{\Gamma} = g_0 R_{\Gamma}^2$

έχουμε:

$$v = R_{\Gamma} \sqrt{\frac{g_0}{r}} = R_{\Gamma} \sqrt{\frac{g_0}{R_{\Gamma} + h}}$$

Σχέση που δείχνει ότι η γραμμική ταχύτητα ενός δορυφόρου είναι ανεξάρτητη της μάζας του και εξαρτάται μόνο από το ύψος στο οποίο βρίσκεται.

7. Ποια είναι η περίοδος T ενός δορυφόρου:

Απάντηση:

Για να βρούμε την περίοδο T ενός δορυφόρου χρησιμοποιούμε την ίδια λογική με την ταχύτητά του, που ισχύει για κάθε δορυφόρο της γης, δηλαδή:

$$F_{βαρ} = F_{\kappa} \Rightarrow G \frac{M_{\Gamma} m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

αλλά $v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r$ οπότε: $G \frac{M_{\Gamma} m}{r^2} = \frac{m 4\pi^2 r^2}{T^2 r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G M_{\Gamma}}$

Από την σχέση που δίνει την ένταση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης παίρνουμε:

$$g_o = G \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \Rightarrow G M_{\Gamma} = g_o R_{\Gamma}^2 \quad \text{οπότε:}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{g_o R_{\Gamma}^2} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g_o R_{\Gamma}^2}} \Rightarrow T = 2\pi \cdot (R_{\Gamma} + h) \sqrt{\frac{R_{\Gamma} + h}{g_o R_{\Gamma}^2}}$$

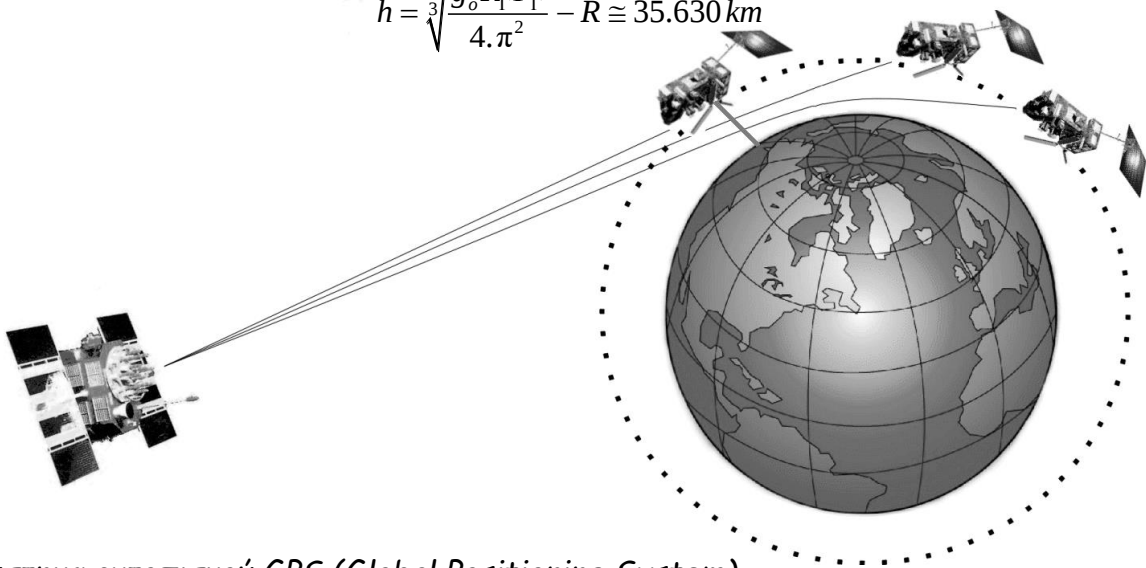
8. Ποιοι είναι οι σύγχρονοι ή γεωστατικοί δορυφόροι και ποιο το ύψος τους:

Απάντηση:

Σύγχρονος ή γεωστατικός δορυφόρος είναι αυτός που βρίσκεται συνέχεια πάνω από το ίδιο σημείο της Γης. Για να βρίσκεται συνέχεια ο δορυφόρος πάνω από το ίδιο σημείο της γης πρέπει να κινείται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα που κινείται η γη. Δηλαδή ο δορυφόρος και η γη θα έχουν την ίδια περίοδο. (Δηλαδή: $T_{\Delta} = T_{\Gamma} = 24$ ώρες).

Από τη σχέση της περιόδου του προηγούμενου ερωτήματος αν λύσουμε ως προς το ύψος h , έχουμε:

$$h = \sqrt[3]{\frac{g_o R_{\Gamma}^2 T_{\Gamma}^2}{4\pi^2}} - R \cong 35.630 \text{ km}$$



Σύστημα εντοπισμού GPS (Global Positioning System)

9. Τι ονομάζουμε συνθήκες έλλειψης βαρύτητας:

Απάντηση:

Όταν ένα σώμα βρίσκεται μέσα σε δορυφόρο φαινομενικά το βάρος του είναι μηδέν, δηλαδή το σώμα βρίσκεται σε «συνθήκες έλλειψης βαρύτητας». Στην πραγματικότητα, όλα τα σώματα εντός του δορυφόρου, αλλά και ο ίδιος ο δορυφόρος, εκτελούν ελεύθερη πτώση.