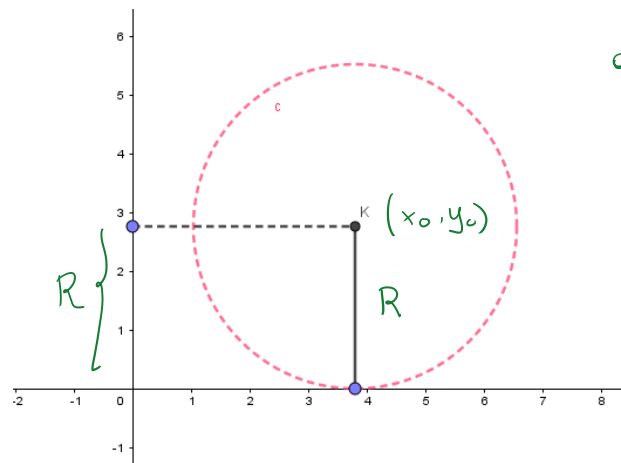


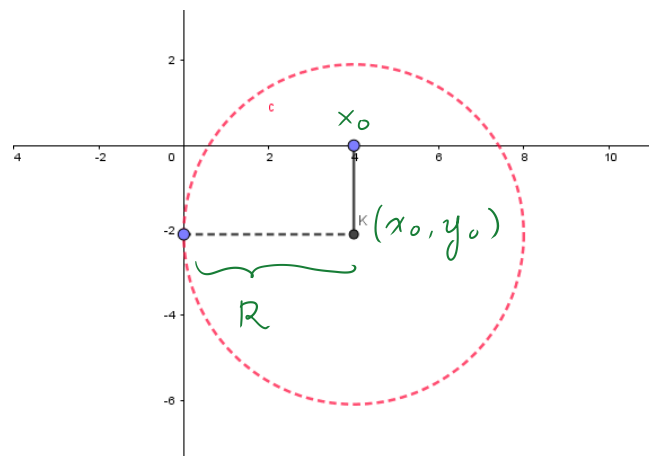
Κύκλος Σημειώσεις μεθοδολογίας 4

Κύκλος που εφάπτεται σε άξονες:



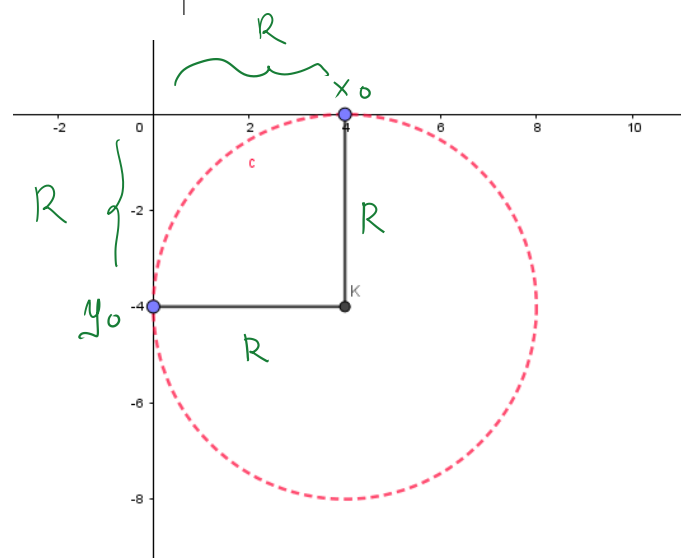
α) Στον $x'x$:

$$R = |y_0|$$



β) Στον $y'y$:

$$R = |x_0|$$

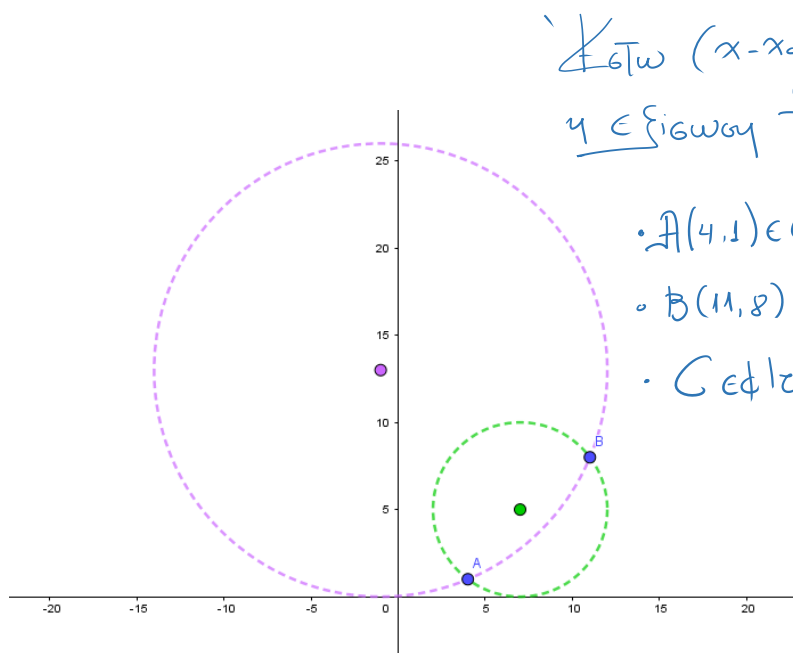


γ) Στους $x'x$ & $y'y$:

$$R = |x_0| = |y_0|$$

Άσκηση:

Βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα $A(4,1)$, $B(11,8)$ και εφάπτεται στον x' αξ.



Έστω $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$
η εξίσωση του πυλώ του κύκλου.

$$\begin{aligned} \bullet A(4,1) \in C &\Rightarrow (4-x_0)^2 + (1-y_0)^2 = R^2 \quad (1) \\ \bullet B(11,8) \in C &\Rightarrow (11-x_0)^2 + (8-y_0)^2 = R^2 \quad (2) \\ \bullet C \text{ εφ'εται στον } x'x &\Rightarrow R = |y_0| \Rightarrow \\ &\Rightarrow R^2 = y_0^2 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} (4-x_0)^2 + 1 + \cancel{y_0^2} - 2y_0 &= \cancel{y_0^2} \Leftrightarrow (4-x_0)^2 + 1 - 2y_0 = 0 \quad (4) \\ (2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} (11-x_0)^2 + 64 + \cancel{y_0^2} - 16y_0 &= \cancel{y_0^2} \Leftrightarrow (11-x_0)^2 + 64 - 16y_0 = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

Λύνω το σύστημα των (4), (5):

$$\begin{aligned} (4) &\Leftrightarrow y_0 = \frac{(4-x_0)^2 + 1}{2} \\ \text{Αντικαθιστώ στην (5): } (11-x_0)^2 + 64 - 16 \cdot \frac{(4-x_0)^2 + 1}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow (11-x_0)^2 + 64 - 8(4-x_0)^2 - 8 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 121 + x_0^2 - 22x_0 + 64 - 8(16 + x_0^2 - 8x_0) - 8 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 121 + \underline{x_0^2} - 22x_0 + 64 - 128 - \underline{8x_0^2} + 64x_0 - 8 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -7x_0^2 + 42x_0 + 49 = 0 &\Leftrightarrow x_0^2 - 6x_0 - 7 = 0 \begin{matrix} \nearrow -1 \\ \searrow +7 \end{matrix} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = \frac{(4+1)^2 + 1}{2} = 13 & \text{και } R_1 = 13 \\ x_0 = 7 \Rightarrow y_0 = \frac{(4-7)^2 + 1}{2} = 5 & \text{και } R_2 = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα

$$\begin{aligned} C_1: (x+1)^2 + (y-13)^2 &= 169 \\ C_2: (x-7)^2 + (y-5)^2 &= 25 \end{aligned}$$

