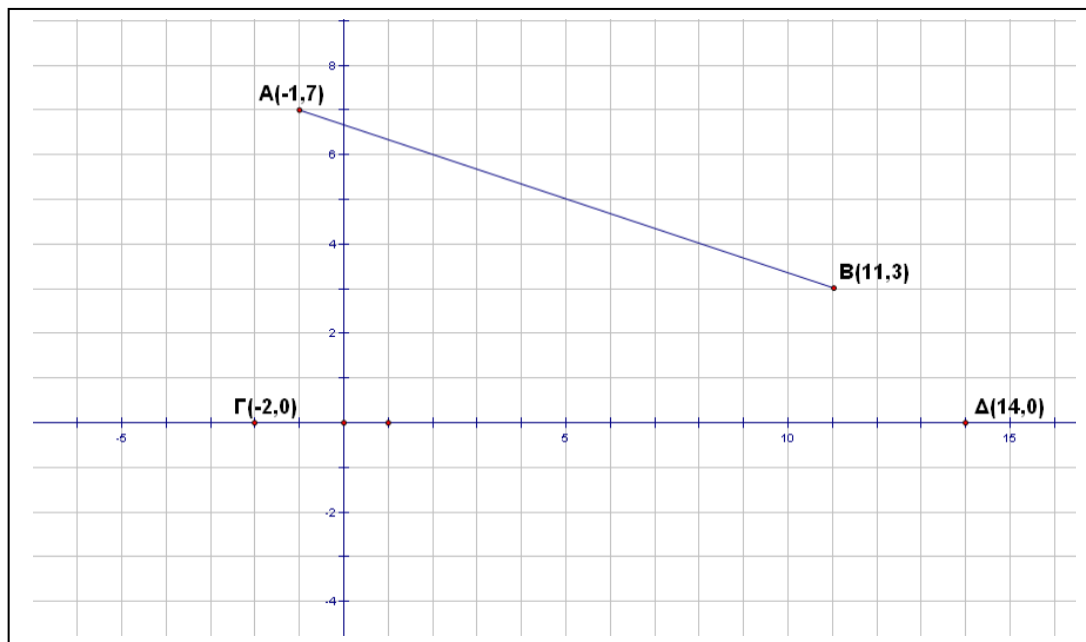


Απαντήσεις φύλλου εργασίας :

Άσκηση Α



A1. Εύρεση εξίσωσης ευθείας AB:

$$A \in AB \Rightarrow AB: y - 7 = \lambda(x + 1)$$

$$\lambda = \lambda_{\overline{AB}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 7}{11 - (-1)} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Άρα: } AB: y - 7 = -\frac{1}{3}(x + 1) \Rightarrow 3y - 21 = -x - 1 \Rightarrow x + 3y - 20 = 0$$

A2. Εύρεση μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB

M μέσο του $AB \Rightarrow$

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow x_M = \frac{-1 + 11}{2} \Rightarrow x_M = 5$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow y_M = \frac{7 + 3}{2} \Rightarrow y_M = 5$$

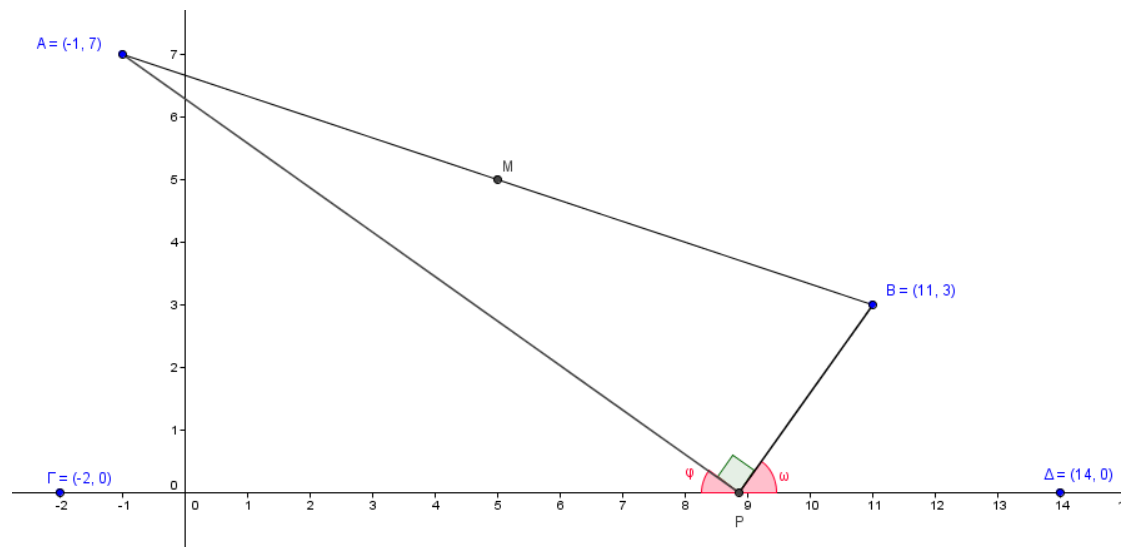
Άρα $M(5, 5)$.

Οι συντεταγμένες του M επαληθεύουν την εξίσωση της διχοτόμου $1^{ου} - 3^{ου}$ τεταρτημορίου $y = x$, άρα το M ανήκει στην $y = x$.

A3. Το ζητούμενο εμβαδόν είναι:

$$(AM\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A\Gamma})| = \dots = 22 \tau. \mu.$$

A4. Έστω $P(x, 0)$ του $x'x$ άξονα ώστε: $\widehat{APB} = 90^\circ$



Τότε $\widehat{APB} = 90^\circ \Leftrightarrow PA \perp PB \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$

$$\overrightarrow{PA} = (x_A - x, y_A - 0) = (-1 - x, 7)$$

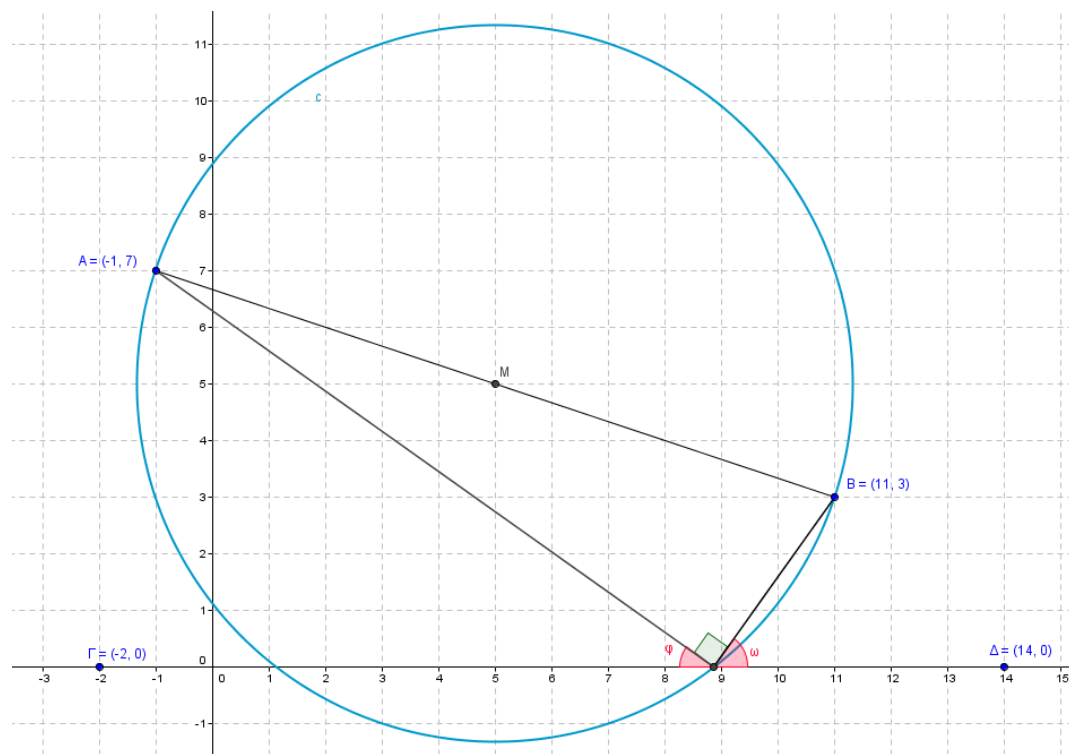
$$\overrightarrow{PB} = (x_B - x, y_B - 0) = (11 - x, 3)$$

$$\text{Άρα: } \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0 \Leftrightarrow (-1 - x)(11 - x) + 21 = 0 \Leftrightarrow -11 + x - 11x + x^2 + 21 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^2 - 10x + 10 = 0$$

$$\Delta = 100 - 40 = 60$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{15}}{2} \Rightarrow x_1 = 5 + \sqrt{15}, x_2 = 5 - \sqrt{15}$$

Γεωμετρική ερμηνεία:



$\widehat{APB} = 90^\circ \Leftrightarrow$ Το P ανήκει στην περιφέρεια του κύκλου με διάμετρο AB.

Το P ανήκει επίσης στον $x'x$ άξονα.

Άρα οι θέσεις του P είναι τα σημεία τομής του κύκλου με τον $x'x$ άξονα.

Σχόλιο:

Ένας 2^{ος} τρόπος λύσης, λοιπόν, είναι αρχικά η εύρεση εξίσωσης του συγκεκριμένου κύκλου και έπειτα η εύρεση των σημείων τομής του κύκλου με τον $x'x$ άξονα.