

Απαντήσεις φύλλου εργασίας στους πραγματικούς αριθμούς - ταυτότητες

1^η δραστηριότητα:

1. Σ 2. Λάθος, είναι $\kappa \neq 0$ και $\lambda \neq 2$ 3. Λάθος, το 0 δεν έχει αντίστροφο
4. Λάθος, $\alpha = \beta$ ή $\alpha = -\beta$ 5. Σ 6. Σ 7. Λάθος, ισχύει μόνο αν $x, y \geq 0$
8. Λάθος, ισχύει μόνο αν $\alpha \geq 0$
9. Σωστό γιατί και τα δύο μέλη της ανίσωσης στο 1^ο μέλος είναι θετικοί αριθμοί
10. Σ. $x + \frac{1}{x} \geq 2 \stackrel{x>0}{\Leftrightarrow} x^2 + 1 \geq 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$ ισχύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$
11. Σ. $x < y < 3 \Rightarrow x < y$ και $x < 3 \Leftrightarrow x - y < 0$ και $x - 3 < 0$

2^η δραστηριότητα:

1. $\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{-1} \right]^\kappa = \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^\kappa = \beta^\kappa \cdot \left(\frac{1}{\alpha} \right)^\kappa = \beta^\kappa \cdot (\alpha^{-1})^\kappa = \beta^\kappa \cdot \alpha^{-\kappa}$
2. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
3. $(x+2)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 + 8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$
4. $a^3 - 2^3 = (a-2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) = (a-2)(a^2 + 2a + 4)$

Άσκηση:

Παράσταση Α

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= (x-3)(x+1) & x^2 - x - 6 &= (x-3)(x+2) \\ \Delta &= 4 - 4(-3) = 16 & \Delta &= 1 - 4(-6) = 25 \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm 4}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1 & x_{1,2} &= \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -2 \\ \\ x^2 - 3x - 4 &= (x-4)(x+1) & \\ \Delta &= 9 - 4(-4) = 25 & x^2 - 4 &= (x-2)(x+2) \\ x_{1,2} &= \frac{3 \pm 5}{2} \Rightarrow x_1 = 4, x_2 = -1 & \end{aligned}$$

Άρα:

$$A = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-3)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-4)(x+1)} \Rightarrow A = \frac{x-2}{x-4}$$

Παράσταση Β

$$x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$$

$$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$$

$$x^2 - x = x(x - 1)$$

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x - 2)(x + 2)$$

Άρα:

$$B = \frac{(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)}{x(x - 1)(x + 1)} \cdot \frac{x(x - 1)}{x(x - 2)(x + 2)} \Rightarrow B = \frac{x^2 + 4}{x(x + 1)}$$