

Επιπλέον (ιδιαίτερες) ασκήσεις στην αριθμητική πρόοδο από την τράπεζα θεμάτων για εξάσκηση

### 7 Θέμα 2 – 1256

Οι αριθμοί  $A=1$  ,  $B=x+4$  ,  $\Gamma=x+8$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου  $(a_n)$  .

- α. Να βρείτε τη τιμή του  $x$  .
  - β. Αν  $x=1$  και ο αριθμός  $A$  είναι ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου  $(a_n)$  ,
    - i. να υπολογίσετε τη διαφορά  $\omega$  .
    - ii. να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου.
- 

### 8 Θέμα 2 – 1266

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - 2\beta x + (\beta^2 - 4) = 0$  , (1) με παράμετρο  $\beta \in \mathbb{R}$  .

- α. Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες τις:  $x_1 = \beta - 2$  και  $x_2 = \beta + 2$  .
  - β. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της (1) , να εξετάσετε αν οι αριθμοί  $x_1, \beta, x_2$  , με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.
- 

### 11 Θέμα 2 – 1344

Θεωρούμε την ακολουθία  $(a_n)$  των θετικών περιττών αριθμών: 1 , 3 , 5 , 7 , ...

- α. Να αιτιολογήσετε γιατί η  $(a_n)$  είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε τον εκατοστό όρο της.
  - β. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των  $n$  πρώτων περιττών θετικών αριθμών είναι ίσο με το τετράγωνο του πλήθους τους.
- 

### 17 Θέμα 2 – 1247

Σε ένα γυμναστήριο με 10 σειρές καθισμάτων, η πρώτη σειρά έχει 120 καθίσματα και κάθε σειρά έχει 20 καθίσματα περισσότερα από την προηγούμενη της.

- α. Να εκφράσετε με μια αριθμητική πρόοδο το πλήθος των καθισμάτων της  $n$ -οστής σειράς.
  - β. Πόσα καθίσματα έχει η τελευταία σειρά;
  - γ. Πόσα καθίσματα έχει το γυμναστήριο;
- 

### 18 Θέμα 4 – 1453

Δίνεται αριθμητική πρόοδος  $(a_n)$  με διαφορά  $\omega$  .

- α. Να αποδείξετε ότι  $a_{20} - a_{10} = 10\omega$  .
  - β. Αν  $a_{20} - a_{10} = 30$  και  $a_1 = 1$  , να αποδείξετε ότι  $a_n = 3n - 2$  .
  - γ. Ποιος είναι ο πρώτος όρος της προόδου που ξεπερνάει το 30 ;
  - δ. Πόσοι όροι της παραπάνω προόδου είναι μικρότεροι του 60 ;
- 

### 19 Θέμα 4 – 1507

Δίνεται αριθμητική πρόοδος  $(a_n)$  με  $a_3 = 10$  και  $a_{20} = 61$  .

- α. Να βρεθεί ο πρώτος όρος και η διαφορά της προόδου.
  - β. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 333 είναι όρος της προόδου.
  - γ. Να εξετάσετε αν υπάρχουν διαδοχικοί όροι  $x$  και  $y$  της παραπάνω προόδου  $(a_n)$  , τέτοιοι ώστε να ισχύει:  
$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$$
-

## 21 Θέμα 4 – 1399

Δίνεται η αριθμητική πρόοδος  $(a_n)$ , όπου  $n \in \mathbb{N}^*$  που αποτελείται από ακέραιους αριθμούς για την οποία ισχύει ότι:

$$a_1 = x, \quad a_2 = 2x^2 - 3x - 4, \quad a_3 = x^2 - 2, \quad \text{όπου } x \in \mathbb{R}$$

- α. Να αποδειχθεί ότι  $x = 3$ .
  - β. Να βρεθεί ο  $n$ -οστός όρος της προόδου και να αποδειχθεί ότι δεν υπάρχει όρος της προόδου που να ισούται με 2014.
  - γ. Να υπολογιστεί το άθροισμα  $S = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{15}$ .
- 

## 28 Θέμα 4 – 1387,

Σε μια αίθουσα θεάτρου με 20 σειρές καθισμάτων, το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς αυξάνει καθώς ανεβαίνουμε από σειρά σε σειρά, κατά τον ίδιο πάντα αριθμό καθισμάτων. Η 1<sup>η</sup> σειρά έχει 16 καθίσματα και η 7<sup>η</sup> σειρά έχει 28 καθίσματα.

- α. Να δείξετε ότι οι αριθμοί που εκφράζουν το πλήθος των καθισμάτων κάθε σειράς είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε τον πρώτο όρο της και τη διαφορά αυτής της προόδου.
  - β. Να βρείτε το γενικό όρο της προόδου.
  - γ. Πόσα καθίσματα έχει όλο το θέατρο;
  - δ. Αν στην 1<sup>η</sup> σειρά της αίθουσας αυτής υπάρχουν 6 κενά καθίσματα, στη 2<sup>η</sup> υπάρχουν 9 κενά καθίσματα, στην 3<sup>η</sup> υπάρχουν 12 κενά καθίσματα και γενικά, τα κενά καθίσματα κάθε σειράς, από τη 2<sup>η</sup> και μετά, είναι κατά 3 περισσότερα από αυτά της προηγούμενης, τότε:
    - i. Να βρείτε από ποια σειρά και πέρα θα υπάρχουν μόνο κενά καθίσματα.
    - ii. Να βρείτε πόσοι είναι οι θεατές.
-