

Φύλλο εργασίας στις απόλυτες τιμές Απαντήσεις – Λύσεις

1^η δραστηριότητα:

Λ, Σ, Σ, Σ, Σ, Σ, Λ, Λ.

2^η δραστηριότητα:

1→I

$$|x - 3| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - 3 < 2 \Leftrightarrow -2 + 3 < x - 3 + 3 < 2 + 3 \Leftrightarrow 1 < x < 5$$

2→II

$$d(x, 2) \geq 3 \Leftrightarrow |x - 2| \geq 3 \Leftrightarrow x - 2 \geq 3 \text{ ή } x - 2 \leq -3 \Leftrightarrow x \geq 5 \text{ ή } x \leq -1$$

3→III

$$d(x, 1) \geq 2 \Leftrightarrow |x - 1| \geq 2 \Leftrightarrow x - 1 \geq 2 \text{ ή } x - 1 \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 3 \text{ ή } x \leq -1$$

Άσκηση:

$$A = 3|1 - x| + 4|x| - 2|x + 2|, \quad x > 1$$

$$x > 1 \Leftrightarrow 1 - x < 0 \text{ Άρα: } |1 - x| = -(1 - x) = x - 1$$

$$x > 1 \Rightarrow x > 0 \text{ Άρα: } |x| = x$$

$$x > 1 \Leftrightarrow x + 2 > 1 + 2 = 3 \Rightarrow x + 2 > 0 \text{ Άρα: } |x + 2| = x + 2$$

$$\text{Τελικά: } A = 3(x - 1) + 4x - 2(x + 2) = 3x - 3 + 4x - 2x - 4 = 5x - 7$$

$$B = 2|\alpha - \beta| + |3\alpha - 2\gamma - \beta| + |\gamma - \alpha|, \quad \alpha < \beta < \gamma$$

- $\alpha < \beta < \gamma \Rightarrow \alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta < 0 \text{ Άρα: } |\alpha - \beta| = -(\alpha - \beta) = \beta - \alpha$
- $3\alpha - 2\gamma - \beta = 2\alpha - 2\gamma + \alpha - \beta = 2(\alpha - \gamma) + (\alpha - \beta)$

$$\alpha < \beta < \gamma \Rightarrow \alpha < \gamma \Leftrightarrow \alpha - \gamma < 0 \Leftrightarrow 2(\alpha - \gamma) < 0$$

$$\text{Επίσης: } \alpha - \beta < 0$$

$$\text{Άρα } 2(\alpha - \gamma) + (\alpha - \beta) < 0 \Leftrightarrow 3\alpha - 2\gamma - \beta < 0$$

$$\text{Οπότε: } |3\alpha - 2\gamma - \beta| = -(3\alpha - 2\gamma - \beta) = -3\alpha + 2\gamma + \beta$$

- $\alpha < \beta < \gamma \Rightarrow \alpha < \gamma \Leftrightarrow \gamma - \alpha > 0 \text{ Άρα } |\gamma - \alpha| = \gamma - \alpha$

$$\begin{aligned} \text{Τελικά: } B &= 2(\beta - \alpha) + (-3\alpha + 2\gamma + \beta) + (\gamma - \alpha) = 2\beta - 2\alpha - 3\alpha + 2\gamma + \beta + \gamma - \alpha \\ &\Leftrightarrow B = -6\alpha + 3\beta + 3\gamma \end{aligned}$$

$$\Gamma = |2 + |-x^2 + 2x - 1|| - ||x^2 + 1| + 2x|$$

1ο βήμα: Απαλοιφή των εσωτερικών απολύτων.

- $-x^2 + 2x - 1 = -(x^2 - 2x + 1) = -(x - 1)^2 \leq 0$
Άρα: $|-x^2 + 2x - 1| = -(-x^2 + 2x - 1) = x^2 - 2x + 1$
- $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ Άρα: $|x^2 + 1| = x^2 + 1$

Οπότε:

$$\Gamma = |2 + (x - 1)^2| - |(x^2 + 1) + 2x| = |2 + (x - 1)^2| - |x^2 + 2x + 1|$$

2ο βήμα: Απαλοιφή των εξωτερικών απολύτων.

- $2 + (x - 1)^2 > 0$, άρα $|2 + (x - 1)^2| = 2 + (x - 1)^2$
- $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$, άρα $|x^2 + 2x + 1| = x^2 + 2x + 1$

Τελικά:

$$\Gamma = 2 + (x - 1)^2 - (x^2 + 2x + 1) = 2 + x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = -4x + 2$$