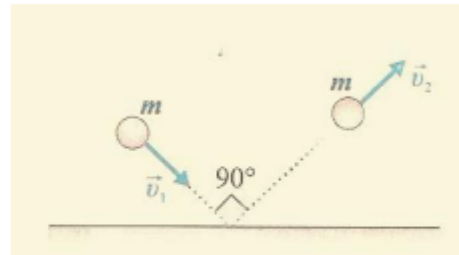


1. Μια ελαστική σφαίρα μάζας $m=2\text{Kg}$ κινείται με ταχύτητα u_1 και συγκρούεται ελαστικά με οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα αναπηδά με ταχύτητα μέτρου $10\sqrt{2}\text{ m/s}$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με τη διεύθυνση που είχε η ταχύτητα της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση.

A) Να υπολογίσετε το μέτρο και να βρείτε την κατεύθυνση της ταχύτητας u_1 .
 B) να βρείτε τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης.
 Γ) Αν το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης ισούται με $F=2020\text{N}$, να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια της κρούσης της σφαίρας με το δάπεδο.



Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

(ΑΠ: A) $10\sqrt{2}\text{ m/s}$, 45° , B) 40Kg.m/s , Γ) $0,02\text{s}$)

2. Μια σφαίρα μάζας m , με ορμή $p_1=p=mv_1$ συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με χαλύβδινη λεία οριζόντια επιφάνεια υπό γωνία $\phi=45^\circ$ και ανακλάται.

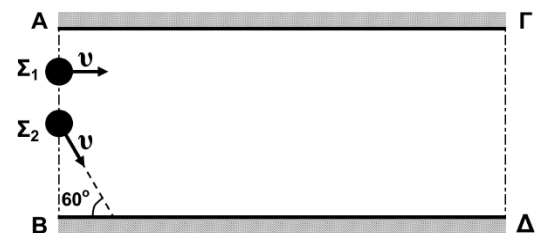
Το μέτρο μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:

α. $p\sqrt{2}$

β. $2p$

γ. $p\sqrt{3}$

3. B2. Ανάμεσα σε δύο παράλληλους τοίχους ΑΓ και ΒΔ, υπάρχει λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι κάθετα στους τοίχους. Σφαίρα Σ_1 κινείται πάνω στο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου u , παράλληλη στους τοίχους, και καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_1 . Στη συνέχεια δεύτερη σφαίρα Σ_2 που έχει ταχύτητα μέτρου u συγκρούεται ελαστικά με τον ένα τοίχο υπό γωνία $\phi=60^\circ$ και, ύστερα από διαδοχικές ελαστικές κρούσεις με τους τοίχους, καλύπτει τη διαδρομή από το ΑΒ μέχρι το ΓΔ σε χρόνο t_2 . Οι σφαίρες εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση. Τότε θα ισχύει:



α) $t_2 = 2t_1$

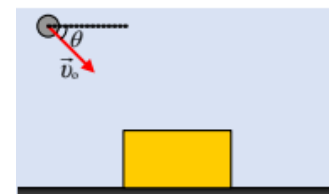
β) $t_2 = 4t_1$

γ) $t_2 = 8t_1$

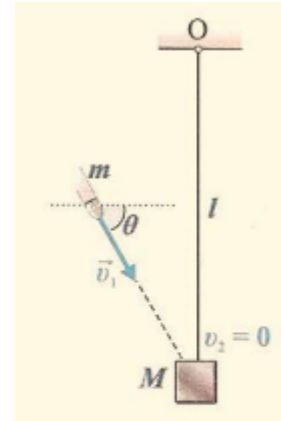
Δίνονται $\eta_{60^\circ} = \sqrt{3}/2$ και $\sin 60^\circ = \frac{1}{2}$

(2012)

4. Σώμα μάζας $M=1,99\text{Kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο λείο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m=10\text{g}$ σφηνώνεται στο σώμα με ταχύτητα μέτρου u_0 , η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Το βλήμα σφηνώνεται στο σώμα, χωρίς αυτό να αναπηδήσει. Η κρούση έχει μετρήσιμη χρονική διάρκεια $\Delta t=0,01\text{s}$. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα αποκτά οριζόντια ταχύτητα $u_k=1\text{m/s}$. Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης, που ασκεί το συσσωμάτωμα στο δάπεδο στη διάρκεια της κρούσης.



5. Ένα σώμα μάζας $M=1,95\text{Kg}$ ισορροπεί ακίνητο, κρεμασμένο από αβαρές, μη εκτατό νήμα μήκους $l=1\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ένα βλήμα μάζας $m=50\text{g}$ κινείται με ταχύτητα u_1 που σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με τον ορίζοντα συγκρούεται πλαστικά με το σώμα. Αμέσως μετά την κρούση (όταν το νήμα είναι ακόμη κατακόρυφο) η τάση του νήματος έχει μέτρο ίσο με $T=70\text{N}$. Να υπολογίσετε:



A) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

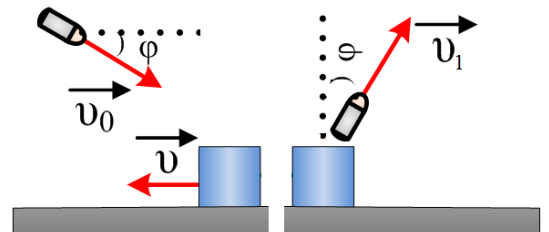
B) Την απώλεια μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης

Γ) Ποιο θα έπρεπε να είναι το μέτρο της ταχύτητας του βλήματος ελάχιστα πριν την κρούση, ώστε το νήμα μετά την κρούση μόλις να φθάσει στην οριζόντια θέση.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Οι διαστάσεις του σώματος μάζας M είναι αμελητέες.

(ΑΠ: A) 5m/s , B) 3975J , Γ) $160\sqrt{5}\text{ m/s}$)

6. Μια σφαίρα με μάζα $m=2\text{kg}$ που κινείται με ταχύτητα $u_0=10\sqrt{3}\text{ m/s}$ και διεύθυνσης που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με την οριζόντιο, συγκρούεται πλάγια με σώμα μάζας $M=4\text{kg}$, το οποίο κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα u όπως φαίνεται στο σχήμα. Εξαιτίας της κρούσης το σώμα M χάνει όλη την κινητική του ενέργεια, ενώ η σφαίρα κινείται με ταχύτητα $u_1=10\text{m/s}$ που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με την κατακόρυφο.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u

(5m/s)

β) Να διερευνήσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική

(ανελαστική)

γ) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής της σφαίρας εξαιτίας της κρούσης (40kgm/s , $2\pi/3\text{rad}$)

7. Δύο σώματα με ίσες μάζες $m_1=m_2=m$ και ίσες κατά μέτρο ταχύτητες $v_1=v_2=v$ συγκρούονται πλαστικά ενώ κινούνται σε κάθετες τροχιές. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση έχει ταχύτητα με μέτρο:

α. $V=2v$

β. $V=v\sqrt{2}$

γ. $V=v\sqrt{2}/2$

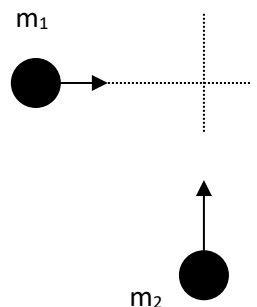
δ. $V=v$

8. B3. Δύο σώματα με μάζες $m_1=2\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$ κινούνται χωρίς τριβές στο ίδιο

(2010)

οριζόντιο επίπεδο και σε κάθετες διευθύνσεις με ταχύτητες $u_1=4\text{m/s}$ και $u_2=2\text{m/s}$

(όπως στο σχήμα) και συγκρούονται πλαστικά. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

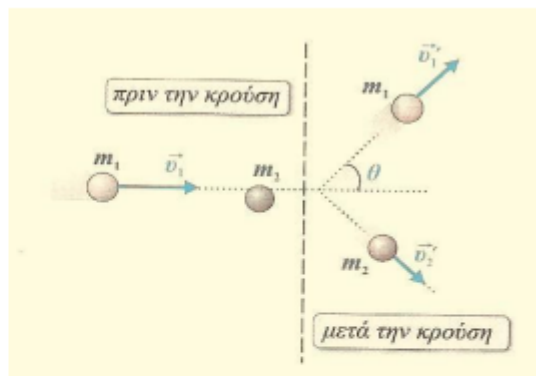


α) 5J

β) 10J

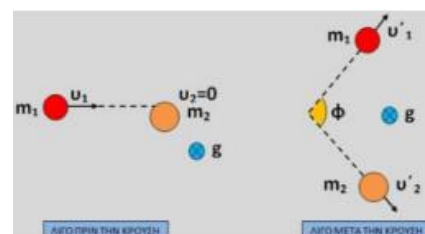
γ) 20J

9. Μικρή λεία σφαίρα μάζας $m_1=4\text{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου 15m/s και συγκρούεται πλάγια με ακίνητη λεία σφαίρα μάζας $m_2=m_1$. Μετά την κρούση οι δυο σφαίρες κινούνται σε διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία και η σφαίρα μάζας m_1 έχει ταχύτητα u_1 που σχηματίζει γωνία $\theta=37^\circ$ με τη διεύθυνση της κίνησής της πριν την κρούση.



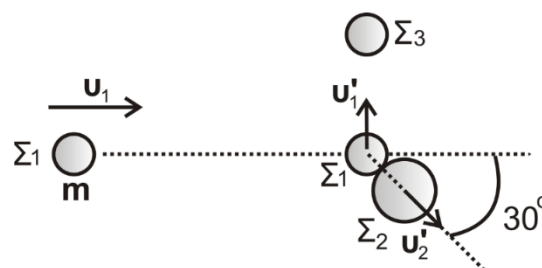
- A) Να εξετάσετε αν η κρούση είναι ελαστική ή ανελαστική.
 B) Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σφαιρών μετά την κρούση.
 Γ) Να βρείτε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σφαίρας εξαιτίας της κρούσης.
 Δίνεται ότι $\eta\mu 37^\circ = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu 37^\circ = 0,8$
 (ΑΠ: A) Ελαστική, B) $\Delta K_1 = -162\text{J}$, $\Delta K_2 = +162\text{J}$)

10. Σφαίρα μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα u_1 πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με άλλη ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 . Η κρούση είναι ακαριαία, μη κεντρική και ελαστική. Αμέσως μετά οι σφαίρες έχουν ταχύτητες ίσων μέτρων και οι διευθύνσεις τους σχηματίζουν γωνία $\phi = 120^\circ$. Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας μάζας m_1 που μεταφέρθηκε λόγω κρούσης στη σφαίρα μάζας m_2 είναι:



- α. $\frac{1}{2}$ β. $\frac{2}{3}$ γ. $\frac{3}{4}$

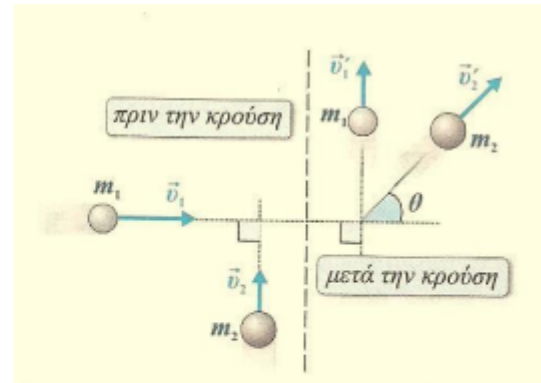
11. Β1. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1=m$ που κινείται με ταχύτητα u_1 , συγκρούεται ελαστικά, αλλά όχι κεντρικά, με δεύτερη σφαίρα Σ_2 μάζας $m_2=2m$, η οποία είναι αρχικά ακίνητη. Αμέσως μετά την κρούση, η σφαίρα Σ_1 κινείται κάθετα στην αρχική της διεύθυνση με ταχύτητα u'_1 και η σφαίρα Σ_2 κινείται με ταχύτητα u'_2 σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 30° με την αρχική διεύθυνση κίνησης της σφαίρας Σ_1 . Στη συνέχεια, η σφαίρα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητη σφαίρα Σ_3 μάζας $m_3=m$ που βρίσκεται ακίνητη στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται σε κάτοψη στο σχήμα. Ο λόγος της τελικής κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος των σφαιρών Σ_1 και Σ_3 προς την αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_1 , πριν την κρούση της με τη σφαίρα Σ_2 , είναι ίσος με:



- α) $\frac{1}{2}$ β) $\frac{1}{3}$ γ) $\frac{1}{6}$ (2021)

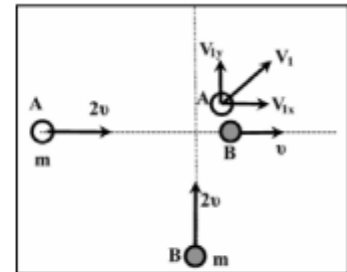
Δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

12. Δυο μικρές λείες σφαίρες (1) και (2) με μάζες $m_1 = 2\text{kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$ κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο με ταχύτητες μέτρου 12m/s και 10m/s αντίστοιχα, οι διευθύνσεις των οποίων σχηματίζουν γωνία 90° , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι δυο σφαίρες συγκρούονται πλάγια και ανελαστικά. Μετά την κρούση η ταχύτητα της σφαίρας (1) σχηματίζει γωνία 90° με την αρχική της διεύθυνση, ενώ η ταχύτητα της σφαίρας (2) σχηματίζει $\theta = 45^\circ$ με την αρχική της διεύθυνση. Να υπολογίσετε:



- A) Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας (2) αμέσως μετά την κρούση,
 B) Το μέτρο της μεταβολής της ορμής της σφαίρας (1) εξαιτίας της κρούσης.
 (ΑΠ: A) $6\sqrt{2}\text{ m/s}$, B) $28,84\text{Kg.m/s}$)

13. Δύο σώματα A και B κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις με μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και ταχύτητες μέτρων $v_1 = v_2 = 2v$. Μετά την κρούση το σώμα B κινείται στον άξονα των xx' με ταχύτητα μέτρου, $V_2 = v$.



I. Το μέτρο της ταχύτητας του A μετά την κρούση είναι:

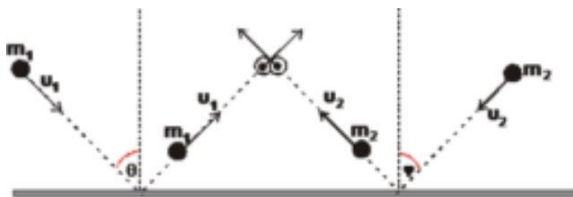
- α. $v\sqrt{2}$ β. $v\sqrt{5}$ γ. $v\sqrt{3}$

II. Η κρούση είναι: α. ελαστική, β. ανελαστική

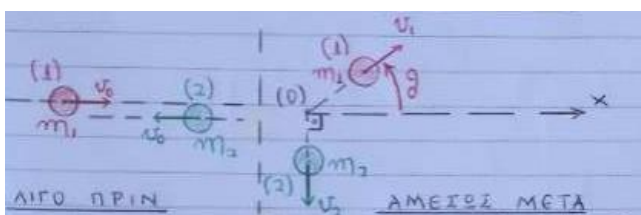
14. Δύο μικρές ελαστικές σφαίρες με μάζες m_1 και m_2 , προσπίπτουν ταυτόχρονα στη μια πλευρά ενός οριζώντιου τραπέζιου και συγκρούονται ελαστικά και πλάγια όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι ταχύτητες των δυο σφαιρών πριν την κρούση έχουν μέτρα $u_1 = u_2 = 4\sqrt{2}\text{ m/s}$ και η γωνία πρόσπτωσης για την κάθε σφαίρα είναι 45° . Στη συνέχεια οι σφαίρες συγκρούονται μεταξύ τους και η κρούση είναι πλάγια και ελαστική. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δυο σφαιρών μετά τη μεταξύ τους σύγκρουση αν:

α) $m_1 = m_2$ και

β) $m_2 = 3m_1$



15. Οι σφαίρες (1) και (2) με μάζες (m_1) και (m_2) κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου u_0 που έχουν αντίθετες φορές. Συγκρούονται έκκεντρα και αμέσως μετά την κρούση η Σ_1 έχει ταχύτητα u_1 που σχηματίζει γωνία θ με τον Ox με $\varepsilon\varphi\theta = \sqrt{\frac{5}{3}}$ ενώ η Σ_2 έχει ταχύτητα u_2 κάθετη στον Ox . Αν το διάνυσμα ΔP_2 βρίσκεται στην προέκταση της u_1 τότε ο λόγος των μαζών m_1/m_2 θα είναι:



α. 1

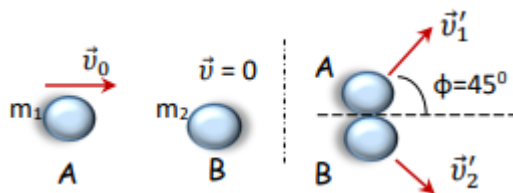
β. $5/8$

γ. 2

16. Μια σφαίρα Α μάζας m που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου u_0 , συγκρούεται έκκεντρα και ελαστικά με άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα Β ίσης μάζας m . Η ταχύτητα της σφαίρας Α μετά την κρούση έχει μέτρο $v_1' = \sqrt{2}/2 u_0$, ενώ η διεύθυνσή της σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση. Α. Η διεύθυνση της ταχύτητας της σφαίρας Β μετά την κρούση σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία:

- α. 45° β. 30° γ. 60°

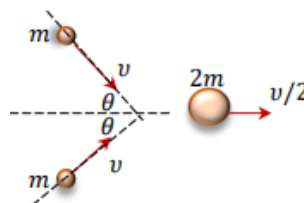
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε τη απάντησή σας.



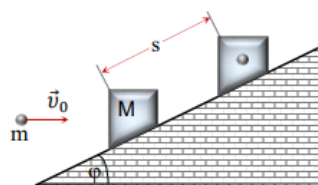
Β. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας Α που μεταβιβάστηκε στη σφαίρα Β κατά την κρούση είναι ίσο με:

- α. 50% β. 75% γ. 100%

17. Δύο σώματα της ίδιας μάζας m κινούνται με ταχύτητες του ίδιου μέτρου u , όπως φαίνεται στο σχήμα, και συγκρούονται πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα μέτρου $u/2$. Να προσδιορίσετε τη γωνία θ που σχηματίζει η διεύθυνση κίνησης καθενός από τα δύο σώματα πριν την κρούση με τη διεύθυνση κίνησης του συσσωματώματος



18. Σώμα μάζας $M = 4,8 \text{ kg}$ στηρίζεται σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως $\phi = 30^\circ$. Βλήμα μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$, κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 200 \text{ m/s}$, σφηνώνεται στο σώμα. Αν υποθέσουμε ότι το σφήνωμα του βλήματος γίνεται ακαριαία, να βρείτε πόσο θα μετακινηθεί το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται, αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu = \sqrt{3}/6$. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. [3,2m]



19. Σώμα Σ1 μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1 = 12 \text{ m/s}$ με κατεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο και συγκρούεται πλαστικά με σώμα Σ2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ που κινείται παράλληλα προς τον τοίχο με οριζόντια ταχύτητα u_2 . Το συσσωμάτωμα αποκτά ταχύτητα v_1 . Στη συνέχεια το συσσωμάτωμα συγκρούεται ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο. Μετά την ελαστική κρούση αποκτά ταχύτητα μέτρου $v_2 = 6\sqrt{2} \text{ m/s}$, η διεύθυνση της οποίας είναι κάθετη με αυτήν της v_1 . Οι κινήσεις των σωμάτων Σ1, Σ2 και του συσσωματώματος γίνονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

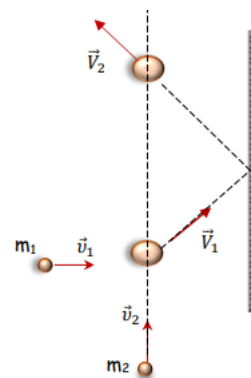
α. το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας v_1 .

β. το μέτρο της ταχύτητας u_2 .

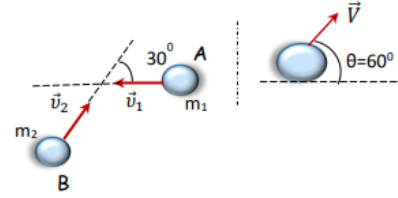
γ. τη μεταβολή της ορμής του συσσωματώματος εξαιτίας της ελαστικής κρούσης με τον τοίχο.

δ. το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κρούσης, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης της σφαίρας με τον τοίχο είναι $\Delta t = 0,01 \text{ s}$.

[α. $6\sqrt{2} \text{ m/s}$, 45° ως προς τη u_1 β. 12 m/s γ. -24 kgm/s δ. 2400 N]



20. Ένα σώμα Α μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα v_1 . Ένα δεύτερο σώμα Β μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$ κινείται πάνω στο ίδιο επίπεδο με ταχύτητα v_2 , της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με τη διεύθυνση της ταχύτητας v_1 , όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Τα δύο σώματα συγκρούονται πλαστικά και αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα που δημιουργείται κινείται με ταχύτητα μέτρου $V = 4 \text{ m/s}$, της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία $\theta = 60^\circ$ με τη διεύθυνση της ταχύτητας v_1 . Να υπολογίσετε:



α. το μέτρο της ταχύτητας v_2 του σώματος Β πριν από την κρούση.

β. το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος Α πριν από την κρούση.

γ. την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

[α. $20\sqrt{3} \text{ m/s}$, β. 5 m/s , (γ) 610 J]

21. Μια σφαίρα Α, μάζας $m_A = 1 \text{ kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_A = 8 \text{ m/s}$ και συγκρούεται έκκεντρα με ακίνητη σφαίρα, Β, μάζας $m_B = 2 \text{ kg}$. Μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται σε κατευθύνσεις που σχηματίζουν με την ταχύτητα v_A γωνίες $\theta_A = 30^\circ$ και $\theta_B = 60^\circ$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α. τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών μετά την κρούση.

β. τη μεταβολή της ορμής της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

γ. πόσο θα απέχουν οι σφαίρες 2 s μετά την κρούση.

δ. τη θερμότητα που ελευθερώθηκε κατά την κρούση.

[(α) $4\sqrt{3} \text{ m/s}$, 2 m/s (β) Β: 4 kgm/s και 60° με v_A , $\Delta P_A = -\Delta P_B$ (γ) $\sqrt{208} \text{ m}$ (δ) 4 J]