

ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ

Α) Ερωτήσεις τύπου Σωστού (Σ) - Λάθους (Λ)

1. Αν $\alpha < 0$, τότε $|\alpha \beta| = -\alpha |\beta|$.
2. Αν $x > 0$, τότε $A = |-2x| - 5x = 3x$.
3. Αν $|x - 5| = 2$, τότε $x=7$ και $x= 3$.
4. Αν $|x - 5| < 2$, τότε $x \in [3, 7]$.
5. Αν $|x| < 3$, τότε $A = |x + 3| - |x - 4| = 2x - 1$.
6. Αν $-17 < x < 7$, τότε $|x + 5| < 12$.
7. Αν $d(x, 2) = 2$, τότε $x = 4$ ή $x = 0$.
8. Αν $|x - 13| = 13 - x$, τότε $x < 13$.
9. Αν $\alpha < \beta$, τότε $A = \frac{5|\alpha - \beta|}{\alpha - \beta} + 5 = 10$.
10. Για κάθε πραγματικό αριθμό α ισχύει $|-|\alpha|| = |-\alpha|$.

B) Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής

1. Αν $\beta < 0$, τότε η παράσταση $A = | -|\beta| | - 2\beta$ είναι ίση με:
A. 2β **B.** 3β **Γ.** -2β **Δ.** -3β **Ε.** 0
2. Αν $|\alpha| < 1$, τότε η παράσταση $A = |\alpha + 1| - |\alpha + 2| - |\alpha - 1|$ είναι ίση με:
A. $2 - \alpha$ **B.** $\alpha - 2$ **Γ.** $\alpha + 3$ **Δ.** $\alpha - 3$ **Ε.** $3 - \alpha$
3. Αν $|\alpha| = |\beta| = 0$, τότε:
A. $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$ **B.** $\alpha = 0$ και $\beta = 0$ **Γ.** $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$
Δ. $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$
4. Η ισότητα $3\alpha + |\alpha| = 2\alpha$ ισχύει όταν:
A. $\alpha < 0$ **B.** $\alpha \leq 0$ **Γ.** $\alpha > 0$ **Δ.** $\alpha \geq 0$
5. Η ανίσωση $|x| \geq -x$ αληθεύει για:
A. $x < 0$ **B.** για κάθε x πραγματικό
Γ. $x \geq 0$ **Δ.** Δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα
6. Αν $|x - 2| = |x + 1|$, τότε ο πραγματικός x είναι ίσος με:
A. $\frac{3}{2}$ **B.** $-\frac{3}{2}$ **Γ.** $-\frac{1}{2}$ **Δ.** $\frac{2}{3}$ **Ε.** $\frac{1}{2}$
7. Αν $x < x^2 < |x|$, τότε το x ανήκει στο διάστημα:
A. $(0, 1)$ **B.** $(-1, 1)$ **Γ.** $(-\infty, 1)$ **Δ.** $(-1, 0)$
8. Αν $\alpha < 0 < \beta$, τότε η παράσταση $A = |\alpha| - |\beta| - |\alpha - \beta|$ είναι ίση με:
A. -2α **B.** 2α **Γ.** 2β **Δ.** -2β

Γ) Ασκήσεις

1. Αν $\alpha, \beta, \gamma \neq 0$, να αποδείξετε ότι: $-3 \leq \frac{\alpha}{|\alpha|} + \frac{\beta}{|\beta|} + \frac{\gamma}{|\gamma|} \leq 3$.
2. Αν $|x| \leq 2$ και $|y| \leq 3$, να αποδείξετε ότι $|2x + 3y| \leq 13$.
3. Να αποδείξετε τις ισοδυναμίες:
 - i. $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta| \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta \geq 0$
 - ii. $|\alpha - \beta| = |\alpha| + |\beta| \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta \leq 0$
 - iii. $||\alpha| - |\beta|| = |\alpha + \beta| \Leftrightarrow \alpha \beta \leq 0$
 - iv. $||\alpha| - |\beta|| = |\alpha - \beta| \Leftrightarrow \alpha \beta \geq 0$.
4. Αν $|x| \leq 2$ και $|\psi| \leq 1$, να αποδείξετε ότι:
 - α. $|x - \psi| \leq 3$
 - β. $|2x + \psi| \leq 5$
 - γ. $|3x - 2\psi| \leq 8$.
5. Αν ισχύει $0 < \alpha < \beta < \gamma$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:
 - i. $A = |\alpha - \beta| - |3\alpha - 3\gamma| + |2\alpha + 2\gamma| - |\beta - \gamma|$
 - ii. $B = 3|\beta - \alpha| - |2\alpha - 2\beta| + |5\beta - \alpha|$
6. Αν ισχύει $|x| \leq 1$, να απλοποιήσετε την παράσταση:
 $A = 7|-x + 2| - 2|3x - 3| + |x + 3| + 2$.

7. Αν ισχύει $|x| < 1$, να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α. $A = 5 - |x - 2|$ **β.** $B = 2|x - 1| - 3|5 - x|$

γ. $\Gamma = |2x - 3| - |x + 1| - |x - 3|.$

8. Δίνεται η παράσταση $A = |x - 1| - 2|2 - x|.$

α. Να αποδείξετε ότι: $A = \begin{cases} x - 3 & , \text{αν } x < 1 \\ 3x - 5 & , \text{αν } 1 \leq x < 2 \\ -x + 3 & , \text{αν } x \geq 2 \end{cases}.$

β. Να λύσετε τις εξισώσεις: **β₁.** $A = 0$ **β₂.** $A = 2.$

γ. Να αποδείξετε ότι $A \leq 3$ για κάθε x πραγματικό.

9. Δίνεται η παράσταση $A = |2x + 1| - 2|1 - x|.$

Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση A είναι ανεξάρτητη του x (σταθερή).

10. **α.** Να αποδείξετε την ισοδυναμία: $|a| < |b| \Leftrightarrow a^2 < b^2.$

β. Αν $|a| \neq |b|$ και ισχύει $1 + |a|b| < |a| + |b|$,
να αποδείξετε ότι: $|a| < 1 < |b|$ ή $|b| < 1 < |a|.$

γ. Αν $a, b \neq 0$ και ισχύει: $|a + b| < |a - b|$, να αποδείξετε ότι:

i) $ab < 0$ **ii)** $a|b| + b|a| = 0.$

11. Αν $\beta \neq 0$, $2\alpha + 5\beta \neq 0$ και $\left| \frac{4\alpha+3\beta}{3\alpha+4\beta} \right| < 1$,

να αποδείξετε ότι: $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| < 1$.

12. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $|2x-5|=21$ **β.** $|3x-1|=-1$

γ. $|1-2x|=3$ **δ.** $|-3x+15|=30$

13. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $2|x|+1=3|x|-12$ **β.** $2|x-1|-26=3 \cdot (|1-x|-10)-7(|2x-2|-8)$

γ. $\frac{|x+2|+1}{3} = \frac{|-x-2|+6}{8}$ **δ.** $\frac{2||x-1|+1|-5}{3} = 15$

ε. $\frac{|2x-1|}{2} - \frac{|2-4x|}{5} = 11 - \frac{|6x-3|}{3}$

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $||x|+4|=6$ **β.** $||x+2|-3|=5$ **γ.** $|2-5|1-x||=3$.

15. Δίνεται η παράσταση $A = 2|x-5| - 3|1-x|$.

α. Να γραφεί η παράσταση A χωρίς απόλυτες τιμές.

β. Να λυθεί η εξίσωση $A = -2$.

16. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $|x| > 5$ **ii.** $3 \leq |x+2| \leq 5$ **iii.** $|x-7| < -2$

$$\text{iv. } 2 < |x - 1| \leq 4 \quad \text{v. } \frac{|2x-1| - 4}{5} < 3$$

$$\text{vi. } \frac{|x-1| - 4}{2} + \frac{5}{3} < \frac{|x-1|}{3}$$

$$\text{vii. } \frac{|x+2| - 2}{2} - \frac{2|x+2|}{3} > \frac{6 - |2-2|x|}{3}$$

$$\text{viii. } ||x| + 3| < 3 + |x|$$

$$\text{xi. } ||x| + x^2| > 5 + x^2$$

$$\text{x. } |x - 5| + |x - 1| \leq 0$$

$$\text{xi. } |x + 3| + |x^2 - 9| \leq 0$$

17. Να βρείτε τα διαστήματα που συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$\alpha. \quad |x - 4| \leq 3 \text{ και } |x - 2| \leq 4$$

$$\beta. \quad |x - 2| < 5 \text{ και } |x - 1| > 2$$

18. Να λύσετε τις ανισώσεις:

$$\alpha) \quad |x - 1| < |x - 2| \quad \beta) \quad |x + 3| > |x - 5|$$

19. Για το πραγματικό αριθμό x , να αποδείξετε ότι:

$$\alpha. \quad d(1, -2x) = d(x, -2) \Leftrightarrow d(x, 0) = 1$$

$$\beta. \quad d(x, 3) = 2d(x, -3) \Leftrightarrow d(x, -5) = 4$$

20. α_1 . Να αποδείξετε ότι αν $| \alpha | + | \beta | = 0$ τότε $\alpha = \beta = 0$.

α_2 . Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $| x - 2 | + | 4 - x^2 | = 0$ ii) $| x - 1 | + | x^2 - 1 | = 0$.

21. Δίνονται οι σχέσεις: $| x - 2 | \leq 1$, $| \psi - 5 | \leq 2$.

Αν ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις $x+3, \psi-1$, να αποδείξετε ότι:

α . $6 \leq E \leq 38$, όπου E το εμβαδό του ορθογωνίου.

β . $12 \leq \Pi \leq 24$, όπου Π η περίμετρος του ορθογωνίου.

22. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α . $(2x-1)^2 - 5|2x-1| + 4 = 0$ β . $(x+2)^2 + 5|x+2| - 6 = 0$

γ . $3(2x+1)^2 - 5|-2x-1| + 2 = 0$ δ . $\frac{1}{2}(10x+4)^2 + |5x+2| - 1 = 0$

23. Να λύσετε τις ανισώσεις:

α . $(x-1)^2 - 5|x-1| + 4 > 0$ β . $3(2x-1)^2 - 5|-2x+1| + 2 \leq 0$

γ . $2(x-1)^2 - \sqrt{x^2 - 2x + 1} > 1$ δ . $4(x+2)^2 - 3\sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 1$

ϵ . $2(x+1)^2 - ||x+1| + 1| \geq 0$

24. Αν $x \in [1, 2]$ και $d(\psi, -2) \leq 2$, να απλοποιήσετε την

παράσταση: $\Pi = \sqrt{4x^2 + 4x + 1} + \sqrt{\psi^2 - 4\psi + 4}$ και να αποδείξετε ότι ισχύει: $5 \leq \Pi \leq 11$.

25. Αν A, B ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω , να απλοποιήσετε την παράσταση:

$\Pi = \sqrt{4(P(A))^2 - 12P(A) + 9} + \sqrt{(P(B))^2 + 4P(B) + 4}$ και να αποδείξετε ότι ισχύει: $3 \leq \Pi \leq 6$.

