

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ

1. Ο $5^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι -5 και ο $15^{\text{ος}}$ όρος της είναι -2 . Να βρείτε τον $11^{\text{ο}}$ όρο της προόδου.

2. Πόσους πρώτους όρους πρέπει να πάρουμε από την αριθμητική πρόοδο $4, 10, 16 \dots$, για να έχουμε άθροισμα 310 ;

3. Να βρείτε το άθροισμα

i) των πολλαπλασίων του 5 μεταξύ 1 και 200

ii) των πολλαπλασίων του 3 μεταξύ 10 και 250

4. Να βρείτε το ελάχιστο πλήθος πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου $1, 3, 5, 7, \dots$ που απαιτούνται, ώστε το άθροισμά τους να ξεπερνάει το 400 .

5. Αριθμητικής προόδου ο δεύτερος όρος ισούται με 4 και ο έκτος όρος ισούται με 12 .

i) Να βρείτε τον πρώτο όρο της προόδου και την διαφορά ω .

ii) Αν η εξίσωση $x^3 - 2x^2 - x + \kappa = 0$ έχει ρίζα τον πρώτο όρο της αριθμητικής προόδου, να αποδείξετε ότι $\kappa = 2$

iii) Αν $\kappa = 2$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

6. Δίνεται η εξίσωση $x^3 - \alpha x^2 - 4x + 4\alpha = 0$, $\alpha > 0$.

Να βρείτε τον αριθμό α έτσι, ώστε οι ρίζες της εξίσωσης να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟ

7. Έστω (α_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1=2$ και $\omega=2$.

Επίσης, $\Sigma_{4n} - \Sigma_{2n} = 11n^2 + n + 6$, $n \in \mathbb{N}^*$, όπου Σ_{2n} , Σ_{4n} τα αθροίσματα των $2n, 4n$ πρώτων όρων της προόδου αντίστοιχα.

i) Να δείξετε ότι $n=2$.

ii) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8$.

iii) Να βρείτε την εξίσωση 2^{ov} βαθμού που έχει ρίζες $\rho_1 = \alpha_3$, $\rho_2 = \alpha_4 - \alpha_3$

8. Έστω (α_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ αριθμητική πρόοδος για την οποία ισχύει

$$\Sigma_n = \frac{(2n-4)(n+1)}{2}, n \in \mathbb{N}^*.$$

i) Να βρείτε τον πρώτο όρο της ακολουθίας και τη διαφορά ω .

ii) Αν $\alpha_1=-2$ και $\omega=4$, να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha_\mu}{\alpha_\kappa} = \frac{2\mu-3}{2\kappa-3}$, $\mu, \kappa \in \mathbb{N}^*$.

9. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda+2)x + \lambda + 5 = 0$, $x, \lambda \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , ώστε η εξίσωση να έχει δύο πραγματικές ρίζες.

ii) Να βρείτε τη τιμή του πραγματικού αριθμού λ , αν οι αριθμοί

α , $\frac{(\rho_1 + \rho_2)^2}{2}$, $\rho_1 \rho_2 - \alpha + 3$ είναι διαδοχικοί όροι της αριθμητικής

προόδου (α_n) , $n \in \mathbb{N}^*$.

iii) Αν $\lambda = -4$ και $\alpha_2 = \frac{(\rho_1 + \rho_2)^2}{2}$, $\alpha_{10} = 106$, να αποδείξετε ότι είναι:

$\alpha = -11$ και $\omega = 13$