

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = |x| - \frac{1}{|x|}$, $x \neq 0$ και $g(x) = |x| + \frac{1}{|x|}$, $x \neq 0$.

α) Να βρείτε τη συνάρτηση $\frac{f}{g}$

β) Έστω $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, $x \neq 0$

Επιπλέον δίνεται η συνεχής συνάρτηση $\Phi(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{g(x)}, & x \neq 0 \\ \kappa, & x = 0 \end{cases}$, $\kappa \in \mathbb{R}$

i) Να δείξετε ότι $\kappa = -1$

ii) Να μελετήσετε τη συνάρτηση Φ ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

iii) να μελετήσετε τη συνάρτηση Φ ως προς τα κοίλα και να βρείτε τα σημεία καμψής.

iv) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της C_Φ και να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

v) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 xf(x)dx$.