

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2+4}$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της.

ii) Να βρείτε τα σημεία καμπής της C_f και να δείξετε ότι τα δύο από αυτά είναι συμμετρικά ως προς το τρίτο.

Έστω $g(x) = f(x)$, $x \in [-2,2]$.

ii) Να δείξετε ότι η g αντιστρέφεται και ότι $\int_0^2 g(x)dx + \int_0^{\frac{1}{2}} g^{-1}(x)dx = 1$.

iii) Να δείξετε ότι $\int_0^1 g(x) \eta \mu x dx < \ln \frac{5}{4}$.