

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x+1)$ και $g(x) = \ln(1-x)$.

α) Να αποδείξετε ότι οι συναρτήσεις f και g είναι αντιστρέψιμες και να βρείτε τις αντίστροφες.

β) Να βρείτε τις συναρτήσεις $K = f + g$ και $\Lambda = f^{-1} + g^{-1}$.

γ) Επιπλέον δίνονται οι συναρτήσεις $H(x) = 2\ln\sqrt{(x+1)(1-x)}$ και $\Phi(x)=0$.

i) Να αποδείξετε ότι $K=H$ και $\Lambda=\Phi$.

ii) Να λύσετε την εξίσωση $H(x)=\Lambda(x)$.