

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$.

i) Να δείξετε ότι η C_f έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.

ii) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα, την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

iii) Να δείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon: y=1$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f και να σχεδιάσετε τη C_f .

iv) Έστω σημείο $A \in C_f$ με $x_A > 0$ και B η προβολή του A στην ευθεία ε . Έστω, επιπλέον, τα σημεία $\Gamma \in \varepsilon$ και $\Delta \in C_f$ ώστε το $AB\Gamma\Delta$ να είναι ορθογώνιο. Να βρεθεί για ποια τιμή του x το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ γίνεται μέγιστο.