

i) Αν $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1} - \alpha x + \beta, x \neq -1$, να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$.

Έστω $\alpha = 1$ και $\beta = 2$.

ii) Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{2}{x + 1} + 1, x \neq -1$.

iii) Να αποδείξετε ότι η f είναι αντιστρέψιμη με τύπο $f^{-1}(x) = \frac{2}{x - 1} - 1, x \neq 1$.

iv) Να βρείτε τα κοινά σημεία των συναρτήσεων f και f^{-1} .

v) Να βρείτε το εμβαδό του χωρίου Ω που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x = 0, x = 1$.