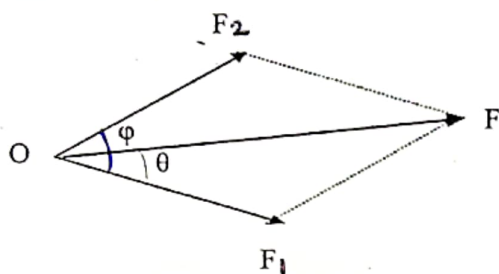


Α. Η ΘΕΩΡΙΑ ΜΕ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

Ι. ΟΜΟΕΠΙΠΕΔΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1. Να υπολογιστεί το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης δύο ομοεπιπέδων δυνάμεων που εφαρμόζονται στο ίδιο σημείο O .

Θα υπολογίσουμε πρώτα το μέτρο και τη διεύθυνση της συνισταμένης δύο δυνάμεων που σχηματίζουν μια τυχαία γωνία φ .

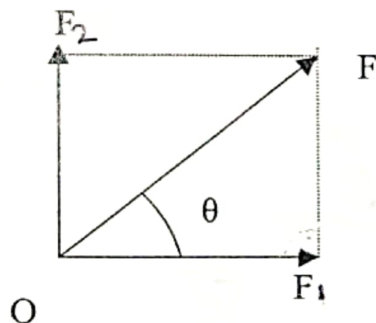


Η συνισταμένη $\vec{F}$ έχει μέτρο :

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos \varphi}$$

$$\text{Διεύθυνση : } \varepsilon\phi\theta = \frac{F_2 \eta\mu\varphi}{F_1 + F_2 \cos \varphi}$$

Στην ειδική περίπτωση που οι δύο δυνάμεις έχουν κάθετες διευθύνσεις έχουμε:



$$\varphi = 90^\circ$$

Η συνισταμένη έχει μέτρο:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

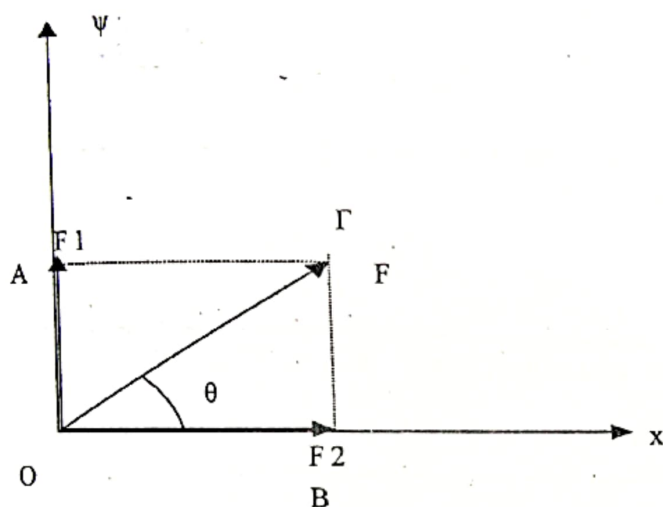
Η διεύθυνση της υπολογίζεται

$$\text{από τη σχέση: } \varepsilon\phi\theta = \frac{F_2}{F_1}$$

2. Πως γίνεται η ανάλυση μιας δύναμης σε δύο συνιστώσες;

Ανάλυση μιας δύναμης σε δύο άλλες σε δύο άλλες δυνάμεις που λέγονται συνιστώσες, είναι η αντικατάσταση μιας δύναμης από δύο άλλες δυνάμεις, οι οποίες ασκούμενες αντί γι' αυτή στο ίδιο σώμα, θα προκαλούσαν το ίδιο αποτέλεσμα.

Για να αναλύσουμε μια δύναμη $\vec{F}$ που ενεργεί πάνω σε ένα σημείο O , ορίζουμε ένα σύστημα αξόνων $Ox\psi$ με αρχή το σημείο O . Από το τέλος της δύναμης $\vec{F}$ φέρουμε ευθείες παράλληλες προς τους άξονες, Ox και $O\psi$. Τα σημεία όπου οι δύο ευθείες τέμνουν τους άξονες ορίζουν τις δύο συνιστώσες, $O\vec{A} = \vec{F}_1$, $O\vec{B} = \vec{F}_2$. Παρακάτω εξετάζουμε την περίπτωση που η δύναμη $\vec{F}$ αναλύεται σε συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους. Το σύστημα των αξόνων που θα χρησιμοποιήσουμε σ' αυτήν την περίπτωση είναι ορθογώνιο.



Όταν προσδιορίσουμε τη γωνία που σχηματίζει η δύναμη $\vec{F}$ με έναν από τους άξονες μπορούμε να υπολογίσουμε τα μέτρα των δύο συνιστωσών με τη βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών στο ορθογώνιο τρίγωνο:

$$\sigma\upsilon\nu\vartheta = \frac{OB}{B\Gamma} = \frac{F_2}{F} \Rightarrow F_2 = F\sigma\upsilon\nu\vartheta$$

$$\eta\mu\vartheta = \frac{OA}{A\Gamma} = \frac{F_1}{F} \Rightarrow F_1 = F\eta\mu\vartheta$$

3. Πως βρίσκεται το μέτρο και η διεύθυνση της συνισταμένης πολλών ομοεπίπεδων δυνάμεων;

- Παίρνουμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής O των δυνάμεων.
- Αναλύουμε τις δυνάμεις σε συνιστώσες $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_\psi$ υπολογίζοντας τα μέτρα τους.
- Βρίσκουμε τη συνισταμένη σε κάθε άξονα χωριστά, $\Sigma\vec{F}_x$ και $\Sigma\vec{F}_\psi$.
- Υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης από τη σχέση

$$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_\psi^2}$$

και τη γωνία θ που καθορίζει την διεύθυνση της συνισταμένης

$$\text{από τη σχέση : } \epsilon\phi\theta = \frac{\Sigma F_\psi}{\Sigma F_x}$$

4) Πότε ισορροπεί ένα σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις;

Για να ισορροπεί ένα σώμα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται να είναι μηδενική. Δηλαδή πρέπει να ισχύει η συνθήκη ισορροπίας.

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots = 0$$

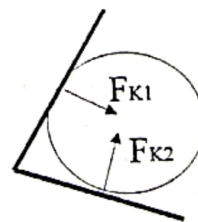
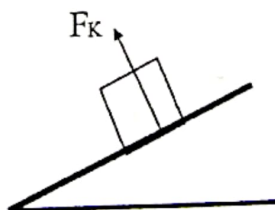
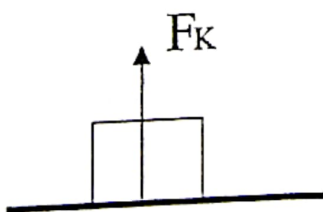
Αναλύουμε τις δυνάμεις σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων και γράφουμε την παραπάνω συνθήκη ισορροπίας για κάθε άξονα χωριστά.

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x = 0 &\rightarrow \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} + \dots = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 &\rightarrow \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} + \dots = 0 \end{aligned}$$

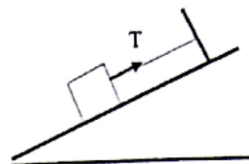
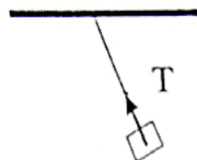
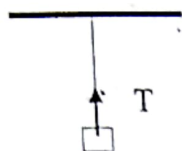
5) Για να λύσουμε ένα πρόβλημα ισορροπίας δύο ή περισσότερων δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα ακολουθούμε συνήθως την εξής πορεία:

1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Για να βρούμε πόσες και ποιες δυνάμεις ασκούνται πάνω σε ένα σώμα εξετάζουμε:

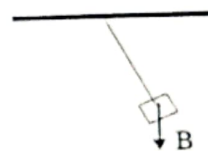
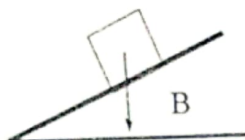
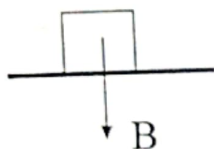
α. Ποια σώματα βρίσκονται σε επαφή με το σώμα που μας ενδιαφέρει. Κάθε ένα από αυτά ασκεί μια δύναμη στο σώμα. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ στερεών σωμάτων είναι κάθετες στο επίπεδο επαφής, όταν δεν υπάρχει τριβή μεταξύ τους.



Οι δυνάμεις που ασκούνται από νήματα πάνω σε στερεό σώμα έχουν πάντα τη διεύθυνση του νήματος και φορά από το σώμα προς το νήμα.



β. Ποια πεδία ασκούν δύναμη πάνω στο σώμα. Στα περισσότερα προβλήματα μηχανικής μόνη δύναμη πεδίου είναι το βάρος του σώματος. Το βάρος έχει διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς το κέντρο της Γης.



2. Επιλέγουμε δύο κάθετους άξονες Ox , Oy και αναλύουμε πάνω στους άξονες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

3. Γράφουμε τις συνθήκες ισορροπίας του σώματος:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad (1)$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad (2)$$