

Θεωρία κυκλικής (στροφικής) κίνησης

Ας θεωρήσουμε ένα υλικό σημείο που εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας R και σε χρόνο dt διαγράφει γωνία $d\theta$. Ονομάζουμε γωνιακή ταχύτητα του υλικού σημείου το διάνυσμα:

$$\omega = d\theta/dt \quad (1)$$

Η κατεύθυνση του διανύσματος καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού. Από την γεωμετρία γνωρίζουμε πως το μήκος τόξου και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία συνδέονται με την εξίσωση:

$$ds = d\theta \cdot R \quad (2)$$

Από την παραπάνω εξίσωση προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} ds/dt &= (d\theta/dt) \cdot R \rightarrow \\ \rightarrow v &= \omega \cdot R \end{aligned} \quad (3)$$

Ονομάζουμε γωνιακή επιτάχυνση το διάνυσμα:

$$\vec{\alpha}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η γωνιακή ταχύτητα παραμένει σταθερή.

$$\begin{aligned} \alpha_{\gamma\omega\nu} &= 0, \quad \omega = \text{σταθ.} \\ \theta &= \theta_0 + \omega \cdot t \end{aligned} \quad (5)$$

Στην ομαλά μεταβαλλόμενη κυκλική κίνηση το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης παραμένει σταθερό.

$$\begin{aligned} \alpha_{\gamma\omega\nu} &= \text{σταθ.}, \quad \omega = \omega_0 + \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t, \\ \theta &= \theta_0 + \omega_0 \cdot t + 1/2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Όταν ένα υλικό σημείο εκτελεί κυκλική κίνηση τότε η επιτάχυνσή του αποτελείται από δύο συνιστώσες την κεντρομόλο επιτάχυνση και την επιτρόχιο επιτάχυνση.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση (α_k) είναι κάθετη στην ταχύτητα με κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι υπεύθυνη για την αλλαγή στην διεύθυνση της ταχύτητας. Το μέτρο της είναι:

$$\alpha_k = v^2/R \quad (7)$$

Η επιτρόχιος επιτάχυνση (α_ϵ) έχει τη διεύθυνση της ταχύτητας και είναι υπεύθυνη για την αλλαγή του μέτρου της ταχύτητας του σώματος. Η τιμή της δίνεται από την εξίσωση:

$$\alpha_\epsilon = dv/dt \quad (8)$$

Η επιτρόχιος επιτάχυνση συνδέεται με την γωνιακή επιτάχυνση μέσω της εξίσωσης:

$$\begin{aligned} \alpha_\epsilon &= dv/dt = d(\omega \cdot R)/dt = (d\omega/dt) \cdot R \rightarrow \\ \rightarrow \alpha_\epsilon &= \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \end{aligned} \quad (9)$$

Η επιτάχυνση είναι το διανυσματικό άθροισμα των δύο συνιστωσών των επιταχύνσεων. Δηλαδή:

$$\vec{\alpha} = \vec{\alpha}_k + \vec{\alpha}_\epsilon \quad (10)$$