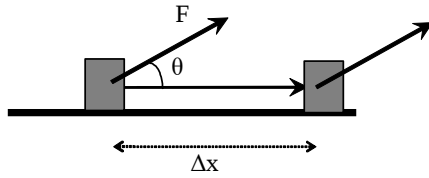


Α] ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ



$$W = F \Delta x \cos \theta$$

$$\theta = 0^\circ \Leftrightarrow W = F \Delta x$$

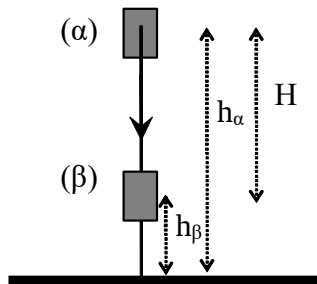
$$\theta = 90^\circ \Leftrightarrow W = 0$$

$$\theta = 180^\circ \Leftrightarrow W = -F \Delta x$$

$$\text{ΙΣΧΥΣ } P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \Delta x}{\Delta t} = Fu$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

① ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΤΟΥ ΒΑΡΟΥΣ



Το σώμα κινείται από το $\alpha \rightarrow \beta$

$$W_{\alpha\beta} = BH = mg(h_a - h_\beta) = mgh_a - mgh_\beta$$

$$W_{\alpha\beta} = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)}$$

Το έργο του βάρους είναι ανεξάρτητο από τη διαδρομή, εξαρτάται μόνο από την αρχική, τελική θέση. Κατά μήκος κλειστής διαδρομής $W = 0$
το βάρος είναι **συντηρητική** δύναμη

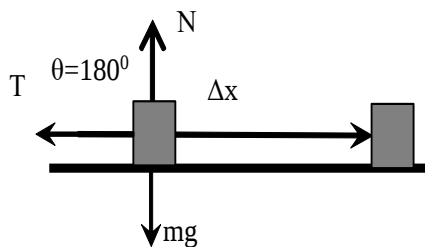
Πρακτικά στα προβλήματα ο υπολογισμός του έργου του βάρους γίνεται ως εξής:

Εντοπίζουμε την αρχική και την τελική θέση καθώς και την υψομετρική διαφορά H μεταξύ των δύο θέσεων

$$W = +mgh \quad \text{αν το σώμα τελικά κατεβαίνει και}$$

$$W = -mgh \quad \text{αν το σώμα τελικά ανεβαίνει.}$$

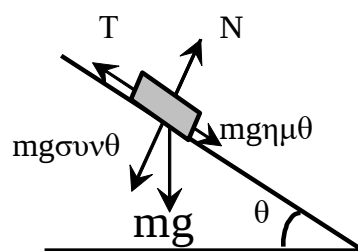
② ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΣΤΑΘΕΡΗΣ ΤΡΙΒΗΣ



$$W = -T\Delta X$$

$$T = \mu N$$

$$\Sigma F_{\psi} = 0 \Leftrightarrow N = mg$$



$$W = -T\Delta X$$

$$T = \mu N$$

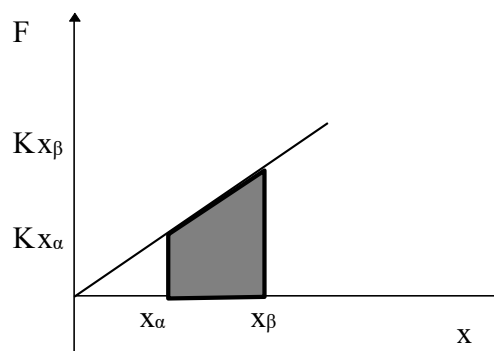
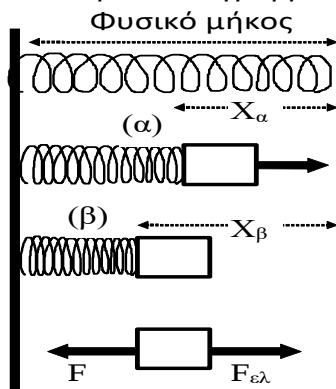
$$\Sigma F_{\psi} = 0 \Leftrightarrow N = mg \cos \theta$$

**ΟΤΑΝ Η ΔΥΝΑΜΗ ΕΧΕΙ ΣΤΑΘΕΡΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΚΑΙ ΕΙΝΑΙ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ $F(x)$
ΤΟ ΕΡΓΟ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΜΕ ΕΜΒΑΔΟΜΕΤΡΗΣΗ**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

① ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΡΓΟΥ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ

Κάνουμε το διάγραμμα $F-x$ και υπολογίζουμε το έργο με εμβαδομέτρηση.



$$F = F_{ελ}$$

$$W_F = -W_{F_{ελ}}$$

$$F = Kx$$

$$W_{αβ}^F = \frac{1}{2} Kx_{β}^2 - \frac{1}{2} Kx_{α}^2$$

$$W_{αβ}^{F_{ελ}} = \frac{1}{2} Kx_{α}^2 - \frac{1}{2} Kx_{β}^2$$

$$W_{αβ}^{F_{ελ}} = U_{(α)} - U_{(β)}$$

$$U_{ελατηρίου} = \frac{1}{2} k(\Delta l)^2$$

Δl είναι η συσπείρωση ή επιμήκυνση
σε σχέση με το φυσικό μήκος του ελατηρίου.

Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο είναι **συντηρητική** δύναμη



Για να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης ελατηρίου :

σχεδιάζουμε πάντα το ελατήριο στο φυσικό του μήκος,

υπολογίζουμε τις συσπειρώσεις ή επιμηκύνσεις σε σχέση με το φυσικό μήκος και εφαρμόζουμε τον τύπο:

$$W_{αβ} = \frac{1}{2} K(\Delta l_{α})^2 - \frac{1}{2} K(\Delta l_{β})^2$$

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ Θ.Μ.Κ.Ε. ΙΣΧΥΕΙ ΠΑΝΤΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΑΠΟ ΤΟ ΕΙΔΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

$$W_{\alpha\beta} = \frac{mu^2}{2} - \frac{mu_0^2}{2}$$

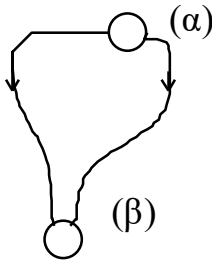
$$W_{\alpha\beta} = K_{(\beta)} - K_{(\alpha)}$$

➡ Όταν πάνω στο σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις τότε έχουμε:

$$K_{(\tau\epsilon\lambda)} - K_{(\alpha\rho\chi)} = \Sigma W$$

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ⚡ ΙΣΧΥΕΙ ΜΟΝΟ ΟΤΑΝ ΟΙ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΟΥ ΠΑΡΑΓΟΥΝ ΕΡΓΟ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ (ΒΑΡΟΣ, ΔΥΝΑΜΗ ΕΛΑΤΗΡΙΟΥ)

Έστω ότι το σώμα από τη θέση (α) μετατοπίζεται στη θέση (β) υπό την επίδραση συντηρητικών δυνάμεων. Τότε έχουμε: $K_{(\alpha)} - K_{(\beta)} = W_{a\beta}$



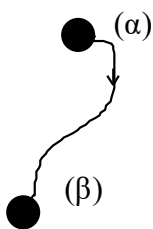
$$W_{a\beta} = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)}$$

$$K_{(\beta)} - K_{(\alpha)} = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)}$$

$$U_{(\alpha)} + K_{(\alpha)} = U_{(\beta)} + K_{(\beta)}$$

$$E_{MH \times (\alpha)} = E_{MH \times (\beta)}$$

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



Έστω ότι κατά τη μετακίνηση του σώματος από τη θέση (α) ως τη θέση (β), W είναι το έργο των συντηρητικών δυνάμεων και W' είναι το έργο των μη συντηρητικών δυνάμεων. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. και έχουμε:

$$K_{(\beta)} - K_{(\alpha)} = W + W'$$

$$W = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)}$$

$$K_{(\beta)} - K_{(\alpha)} = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)} + W'$$

$$K_{(\beta)} + U_{(\beta)} - (K_{(\alpha)} + U_{(\alpha)}) = W'$$

$$E_{MHX(\beta)} - E_{MHX(\alpha)} = W'$$

$$E_{MHX(\beta)} - E_{MHX(\alpha)} = W'$$

$$E_{MHX(\alpha)} + W' = E_{MHX(\beta)}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ! ➡ Το έργο της τριβής μετατρέπεται σε θερμότητα Q

$$|W_T| = Q$$

➡ Το έργο της δύναμης F που ασκεί ο άνθρωπος είναι ίσο με τη χημική ενέργεια που

καταναλώνει ο άνθρωπος $E_{\chi\eta\mu\iota\kappa\eta} = W_F$

ΛΥΣΗ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

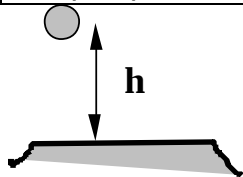
- ⇒ Εντοπίζουμε την αρχική θέση (α), την τελική θέση (β) και την ταχύτητα του σώματος σε αυτές τις θέσεις
- ⇒ Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις σε μια ενδιάμεση θέση
- ⇒ Ελέγχουμε αν στο σώμα οι δυνάμεις που παράγουν έργο είναι συντηρητικές
{ Βάρος , δύναμη ελατηρίου }

⇒ Αν έχουμε **μόνο συντηρητικές** δυνάμεις εφαρμόζουμε το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

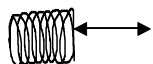
$$E_{MH \times (\alpha)} = E_{MH \times (\beta)}$$

$$K_{(\alpha)} + U_{(\alpha)} = K_{(\beta)} + U_{(\beta)}$$

⇒ Το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας βαρύτητας να περνάει από την χαμηλότερη θέση στην οποία βρίσκεται το σώμα



$$U_{\text{βαρυτική}} = mgh$$



⇒ **Δυναμική ενέργεια ελατηρίου**

Σχεδιάζουμε το φυσικό μήκος x , Δl συσπίερωση ή επιμήκυνση σε σχέση με το φυσικό μήκος.

$$U = \frac{1}{2} kx^2 \quad \blacksquare \quad U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} K(\Delta l)^2$$

- ⇒ Γράφουμε τις σχέσεις που προκύπτουν από το είδος της κίνησης ή από τις ειδικές συνθήκες

Κυκλική κίνηση : $\Sigma F_R = \frac{mu^2}{R}$

Ισορροπία : $\Sigma F = 0$

⇒ Αν υπάρχουν και **μη συντηρητικές** δυνάμεις π.χ. τριβή F ,... εφαρμόζουμε το **ΘΜΚΕ**.

$$K_{(\text{τελ})} - K_{(\alpha\rho\chi)} = W_1 + W_2 + \dots$$

⇒ Αν κάποια δύναμη είναι μεταβλητού μέτρου υπολογίζουμε το έργο της γραφικά με εμβαδομέτρηση

ΠΡΟΣΟΧΗ στο πρόσημο

⇒ Το έργο του βάρους είναι:

$$W = +mgH \quad \text{ή}$$

$W = -mgH$ ανεξάρτητα από τη διαδρομή που κάνει το σώμα.

⇒ Το έργο της δύναμης ελατηρίου είναι:

$$W_{\alpha\beta} = U_{(\alpha)} - U_{(\beta)}$$

ΠΡΟΣΟΧΗ : Το **Θ.Μ.Κ.Ε** . **μπορώ να το εφαρμόζω πάντα**