

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο: Εξισώσεις

~3.2 ΕΙΣΩΣΗ $x^p = a$

1 θέμα

14820⁴

1. α) Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω ανισότητες ισχύουν για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύουν ως ισότητες.

i) $x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{4}$

(Μονάδες 4)

ii) $x^2 - x + 1 \geq \frac{3}{4}$

(Μονάδες 4)

- β) Να δείξετε ότι $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) > \frac{9}{16}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 6)

γ) Δίνεται η παράσταση $A = \frac{(x^3 - 1)(x^3 + 1)}{x^2 - 1}$.

- i) Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση A . (Μονάδες 5)

- ii) Με τη βοήθεια του β) ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο θέλετε, να εξετάσετε αν η παράσταση A μπορεί να πάρει την τιμή $\frac{9}{16}$. (Μονάδες 6)