

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο: ΤΡΙΓΩΝΑ

ΈΞ 3.06. ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ ΟΡΘΟΓΩΝΙΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

16 θέματα

12149 2

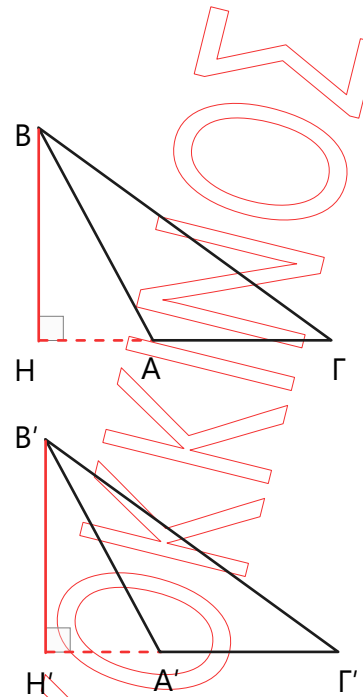
1. Δίνονται τα αμβλυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ ($\hat{A} > 90^\circ$) και $A'B'\Gamma'$ ($\hat{A}' > 90^\circ$) με $\gamma = \gamma'$ και $\beta = \beta'$. Αν τα ύψη BH και $B'H'$ των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ αντίστοιχα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι:

α) $B\hat{A}H = B'\hat{A}'H'$.

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)



2. Δίνονται δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $A\hat{B}\Gamma = \Delta\hat{E}Z$. Αν τα ύψη τους BH και $E\Theta$ είναι ίσα τότε να αποδείξετε ότι:

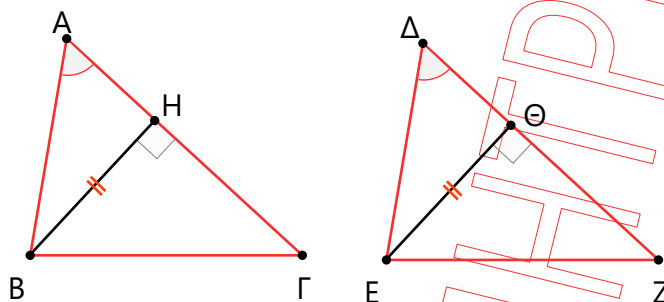
13517 2

α) $AB = \Delta E$.

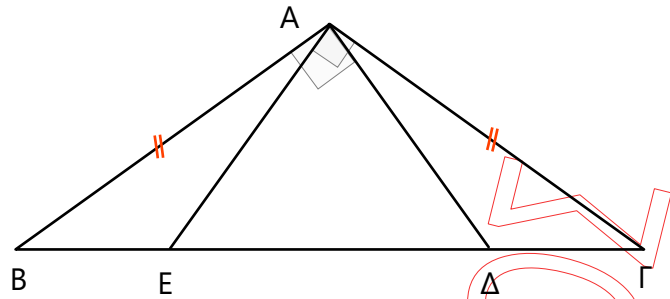
(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα .

(Μονάδες 12)



3. Δίνεται ισοσκελές και αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Η κάθετη στην AB στο σημείο A τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ και η κάθετη στην $A\Gamma$ στο σημείο E .



13533 2

Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

β) το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)

γ) $BE = \Gamma\Delta$.

(Μονάδες 8)

4. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE των γωνιών B και Γ αντίστοιχα. 34387 2

Να αποδείξετε ότι:

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα.

(Μονάδες 13)

β) Έστω $E\text{H}$ και ΔZ οι κάθετες από τα σημεία E και Δ αντίστοιχα στη $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι $E\text{H} = \Delta Z$. (Μονάδες 12)

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . 34401 2

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα.

(Μονάδες 15)

β) $A\Delta = A E$

(Μονάδες 10)

6. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$.

34404 2

Φέρουμε τις αποστάσεις MK και ML του σημείου M από τις ίσες πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $MK = ML$.

(Μονάδες 13)

β) Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας $K\hat{M}L$.

(Μονάδες 12)

7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα MD και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

34405 2

Να αποδείξετε ότι

α) $MD = ME$

(Μονάδες 12)

β) το τρίγωνο ADE είναι ισοσκελές

(Μονάδες 13)

8. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά ίσο τμήμα MD .

34497 2

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ABM και $M\Gamma D$ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Τα σημεία A και D ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$.

(Μονάδες 13)

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και BD η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$. Από το D φέρουμε ευθεία κάθετη στη $B\Gamma$ που την τέμνει σε σημείο E και έστω Z το σημείο στο οποίο η ED τέμνει την προέκταση της πλευράς BA προς το A .

34499 2

Να αποδείξετε ότι:

α) $AB = BE$,

(Μονάδες 13)

β) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ZEB είναι ίσα.

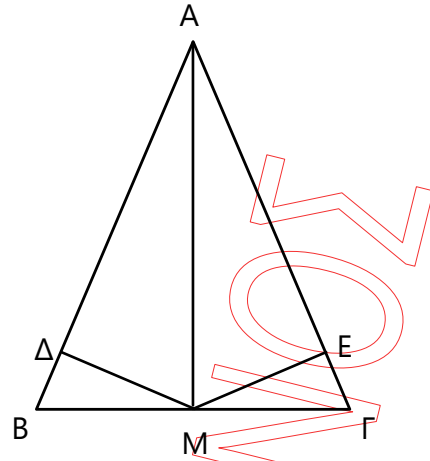
(Μονάδες 12)

- 10.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και από σημείο M της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα $M\Delta$ και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

36330 2

Να αποδείξετε ότι:

- α) Αν είναι $M\Delta = ME$, τότε τα τρίγωνα $AM\Delta$ και AME είναι ίσα. (Μονάδες 13)
- β) Αν είναι $AB = A\Gamma$ και M μέσο του $B\Gamma$, τότε $M\Delta = ME$. (Μονάδες 12)

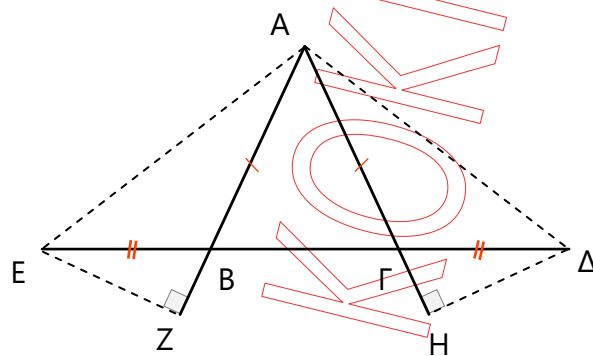


- 11.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma\Delta = BE$. Από το Δ φέρουμε ΔH κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$ και από το E φέρουμε EZ κάθετη στην ευθεία AB .

36332 2

Να αποδείξετε ότι:

- α) $A\Delta = AE$ (Μονάδες 12)
- β) $EZ = \Delta H$ (Μονάδες 13)

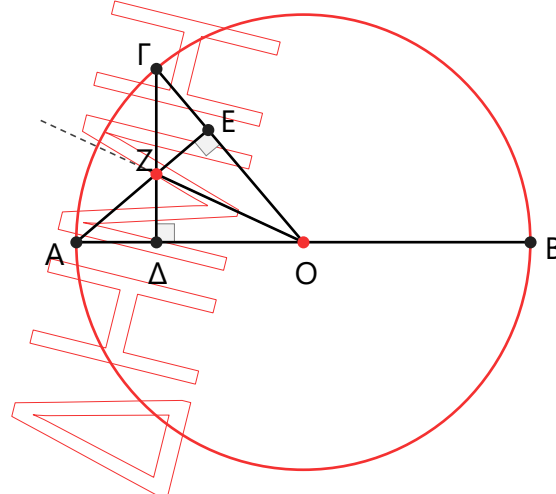


- 12.** Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε διάμετρο AB και τυχαίο σημείο Γ του κύκλου. Αν τα AE , $\Gamma\Delta$ είναι κάθετα τμήματα στις $O\Gamma$, OA αντίστοιχα και Z το σημείο τομής τους, να αποδείξετε ότι:

36345 2

- α) το τρίγωνο ΔOE είναι ισοσκελές, (Μονάδες 13)

- β) η OZ διχοτομεί τη γωνία $\angle A\hat{O}\Gamma$ και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου $A\Gamma$.

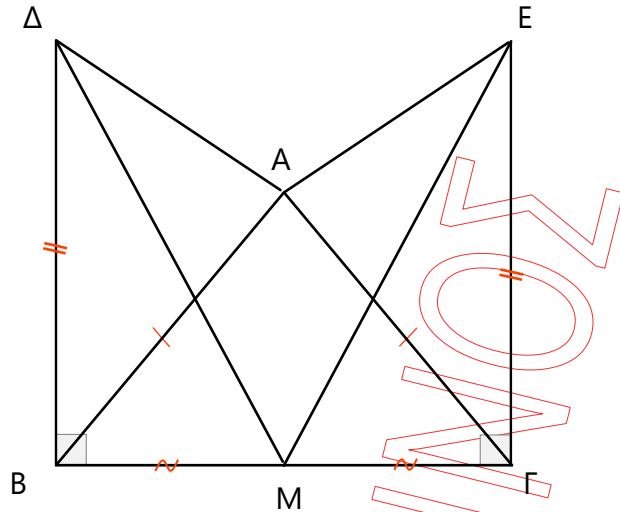


(Μονάδες 12)

- 13.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Στα σημεία B και Γ της $B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$ όπως στο σχήμα, τα τμήματα $B\Delta \perp B\Gamma$ και $\Gamma E \perp B\Gamma$ τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα.
(Μονάδες 12)

β) $AD = AE$. (Μονάδες 13)



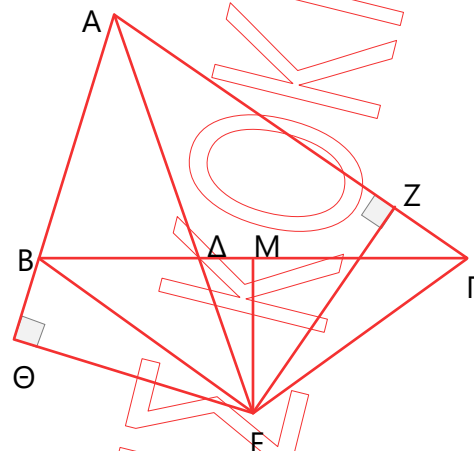
37012 2

- 14.** Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) του παρακάτω σχήματος, η κάθετη στο μέσο M της $B\Gamma$ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου AD στο σημείο E . Αν Θ, Z είναι οι προβολές του E στις $AB, A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)

β) Τα τρίγωνα ΘBE και $Z\Gamma E$ είναι ίσα.
(Μονάδες 8)

γ) $\widehat{A\Gamma E} + \widehat{A\beta E} = 180^\circ$ (Μονάδες 12)



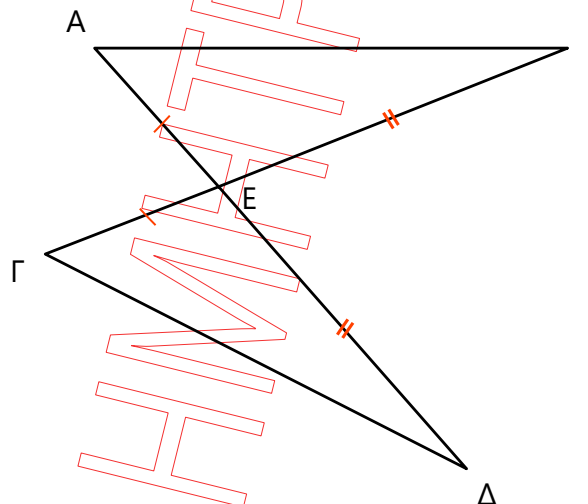
1707 4

- 15.** Τα ευθύγραμμα τμήματα AD και $B\Gamma$ τέμνονται στο σημείο E έτσι ώστε $AE = \Gamma E$ και $BE = ED$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΓDE είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις EH και $E\Theta$ του σημείου E από τις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$, αντίστοιχα, είναι ίσες.
(Μονάδες 5)

γ) Αν οι προεκτάσεις των AB και $\Gamma\Delta$ προς τα A και Γ αντίστοιχα τέμνονται στο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)



13839 4

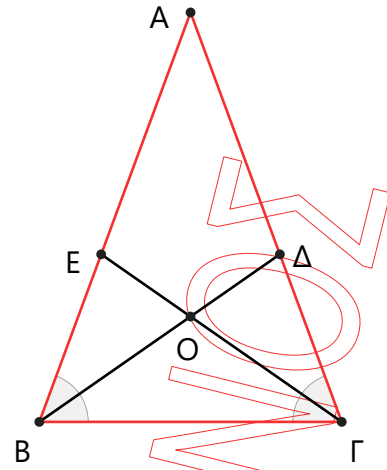
- 16.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα, τέμνονται στο σημείο O .

13854 4

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$. (Μονάδες 9)

β) Από τα σημεία E και Δ φέρνουμε κάθετες $ΕΛ$ και ΔK στις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\Delta K = ΕΛ$. (Μονάδες 9)

γ) Να εντοπίσετε και να σχεδιάσετε σημείο Z της πλευράς $B\Gamma$ που η απόστασή του από το σημείο E να ισούται με την απόσταση των σημείων Δ και K αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 7)



- 17.** Στις πλευρές Ax' και Ax γωνίας $x'\hat{A}x$ θεωρούμε σημεία B και Γ ώστε $AB = A\Gamma$. Οι κάθετες στις Ax' και Ax στα σημεία B και Γ αντίστοιχα, τέμνονται στο Δ .

37125 4

Αν οι ημιευθείες Ay και Az χωρίζουν τη γωνία $x'\hat{A}x$ σε τρεις ίσες γωνίες και τέμνουν τις $B\Delta$ και $\Delta\Gamma$ στα σημεία E και Z αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $ΕΑΖ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Το Δ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{A}x$. (Μονάδες 8)

γ) Οι γωνίες $\Gamma B\Delta$ και $\Gamma A\Delta$ είναι ίσες. (Μονάδες 9)

