

~ΚΕΦ 2.1 ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ-ΑΚΡΟΤΑΤΑ-ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

17 θέματα

14971²

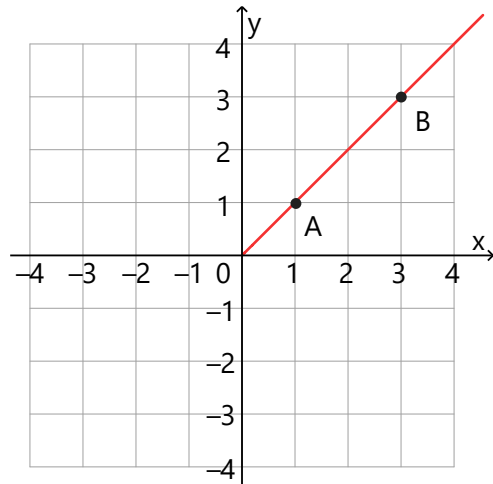
1. Δίνονται τα σημεία του επιπέδου $A(1,1)$, $B(3,3)$.

α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις επόμενες ιδιότητες θα μπορούσε και ποιες δε θα μπορούσε να έχει μία συνάρτηση f , που ορίζεται σε όλους τους πραγματικούς αριθμούς και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα A και B .

i) είναι σταθερή συνάρτηση

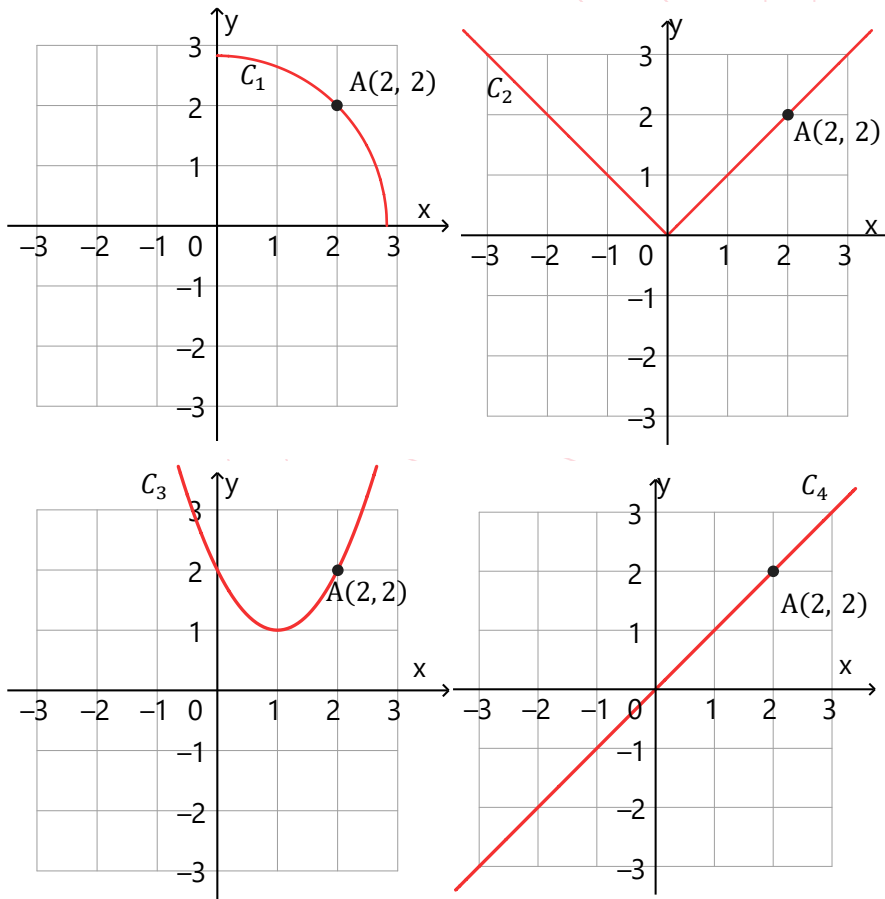
ii) είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση Μονάδες 12

β) Να συμπληρώσετε την παρακάτω γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f , η οποία διέρχεται από τα A, B και είναι περιττή. Μονάδες 13



2. Δίνονται τα παρακάτω σχήματα:

14976²

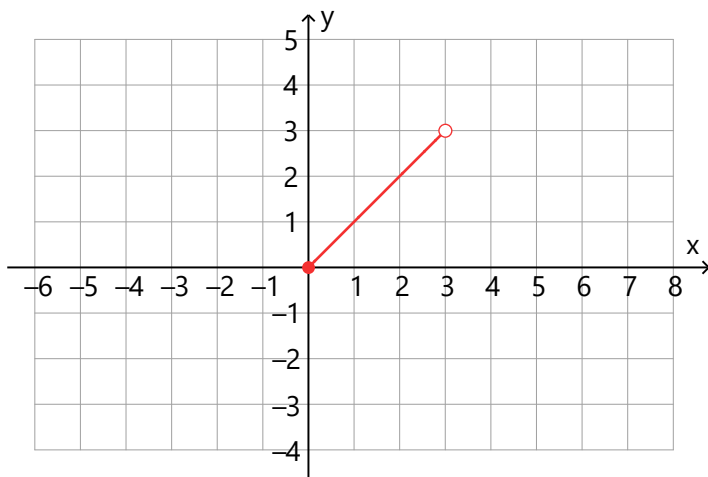


α) Να αιτιολογήσετε ποιες από τις γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3, C_4 αναπαριστούν άρτιες ή περιττές συναρτήσεις, ποιες όχι και γιατί. Δίνεται ότι τουλάχιστον μία είναι άρτια και τουλάχιστον μία είναι περιττή. (Μονάδες 12)

β) Για τις συναρτήσεις C_2, C_4 να βρείτε την τεταγμένη του σημείου τους $B(-2, \kappa)$, αιτιολογώντας την τιμή που βρήκατε από την ιδιότητα συμμετρίας καθεμίας συνάρτησης. (Μονάδες 13)

3. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(\alpha, 3)$ είναι άρτια και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(2, 2)$.

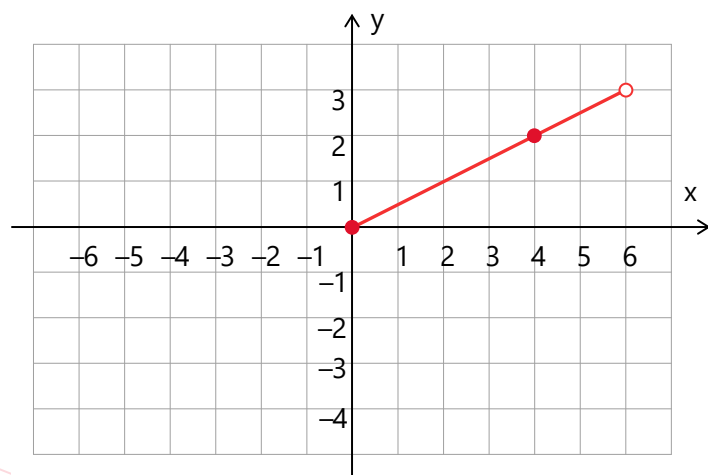
- α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το $f(-2)$. (Μονάδες 8)
- γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 3)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της.



(Μονάδες 10)

4. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $A = (\alpha, 6)$ είναι περιττή και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(4, 2)$.

- α) Να βρείτε την τιμή του α . (Μονάδες 7)
- β) Να βρείτε το $f(-4)$. (Μονάδες 8)
- γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f στο διάστημα $[0, 6)$. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f στο πεδίο ορισμού της.



(Μονάδες 10)

5. Δίνεται μία συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι $f(-1) = 2$ και $f(1) = 0$.

Να αιτιολογήσετε (αλγεβρικά ή γραφικά)

- α) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι άρτια. (Μονάδες 8)
- β) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι περιττή. (Μονάδες 8)
- γ) γιατί η συνάρτηση f δεν είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 9)

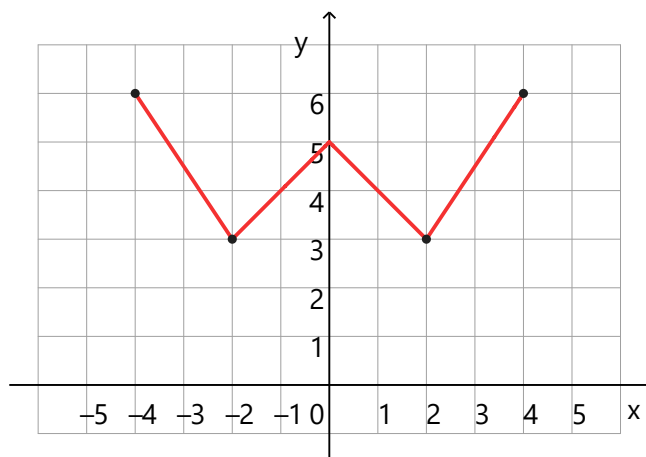
15017²

15018²

15019²

6. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $[-4, 4]$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

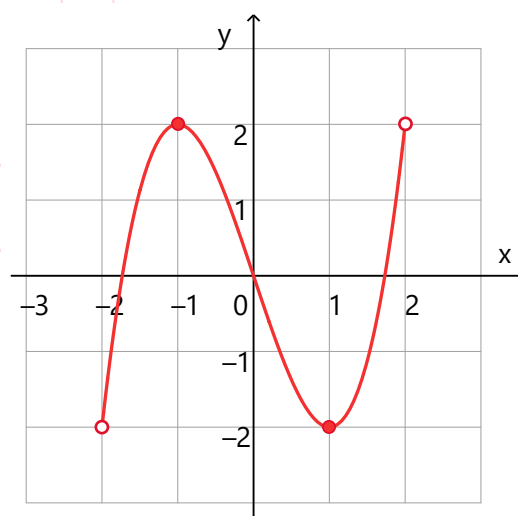
15024²



- α) Να αιτιολογήσετε γιατί η συνάρτηση είναι άρτια. (Μονάδες 8)
- β) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f . (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της f καθώς και για ποιες τιμές του x τις παρουσιάζει. (Μονάδες 9)

7. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $(-2, 2)$.

15112²

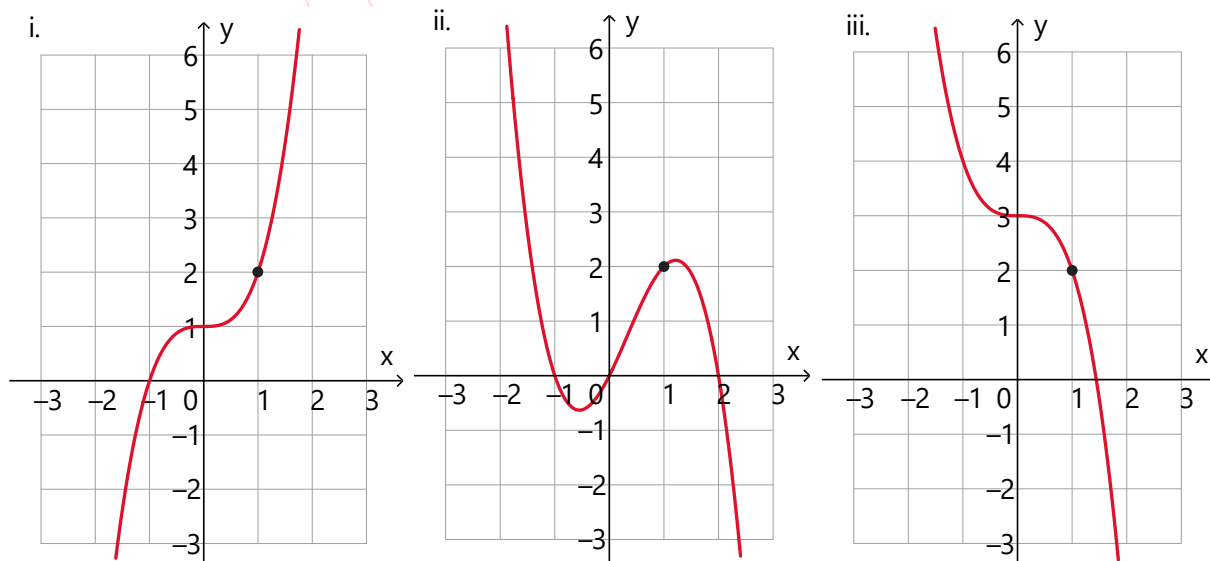


- α) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)
- β) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 8)
- γ) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 10)

8. Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$.

15114²

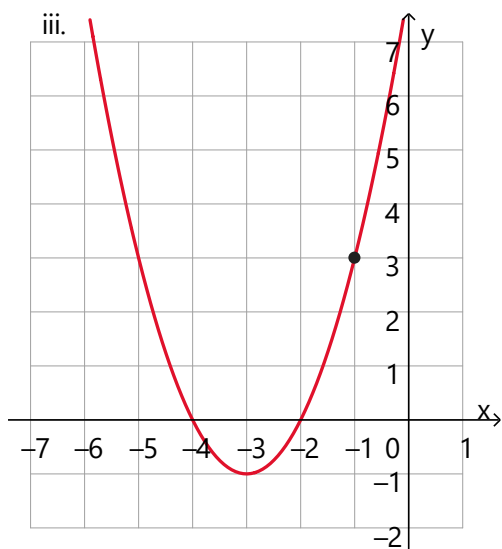
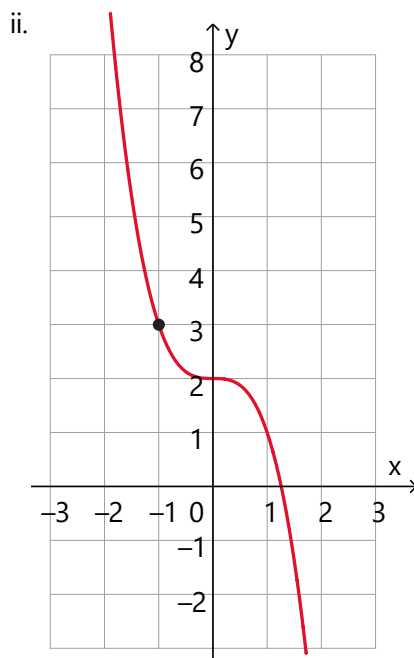
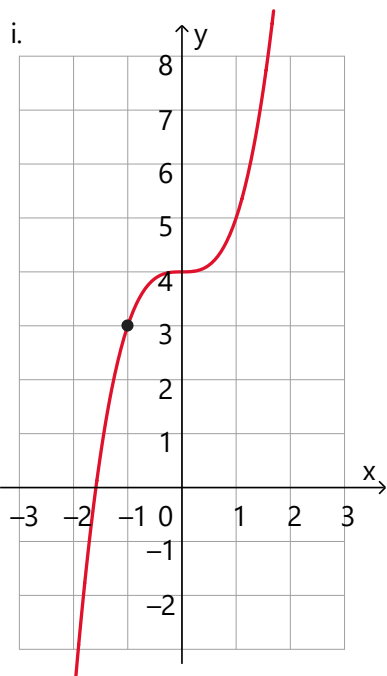
- α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2, 9)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)



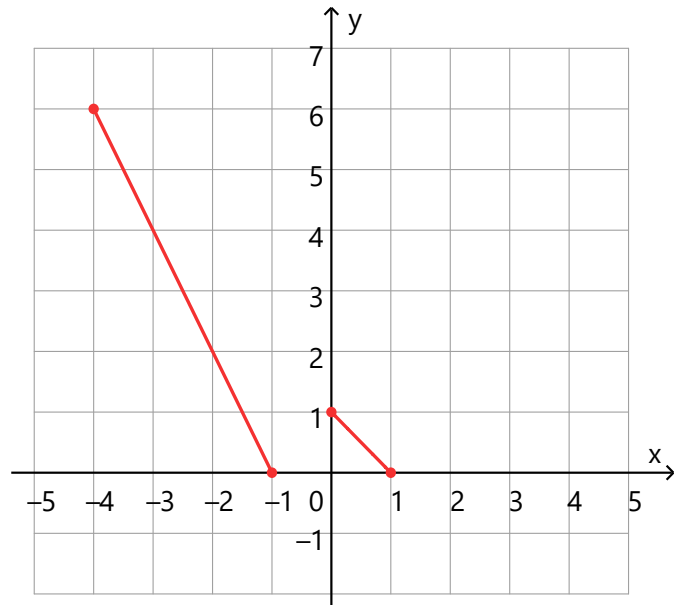
9. Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$ με σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-1, 3)$.

15115²

- α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2, 5)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)
- β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)



10. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ορισμένα τμήματα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-4, 4]$.



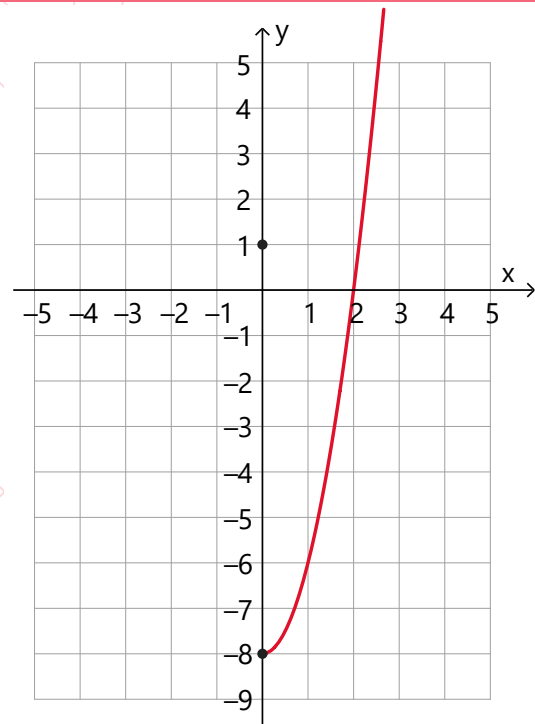
α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας και να χαράξετε τα υπόλοιπα τμήματα της γραφικής παράστασης της f . (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε

i) τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

ii) τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f καθώς και τις θέσεις των ακρότατων αυτών. (Μονάδες 9)

11. Στο παραπάνω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



α) Να μεταφέρεται το σχήμα στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση με το κομμάτι της καμπύλης που λείπει. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

i) Τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f . (Μονάδες 8)

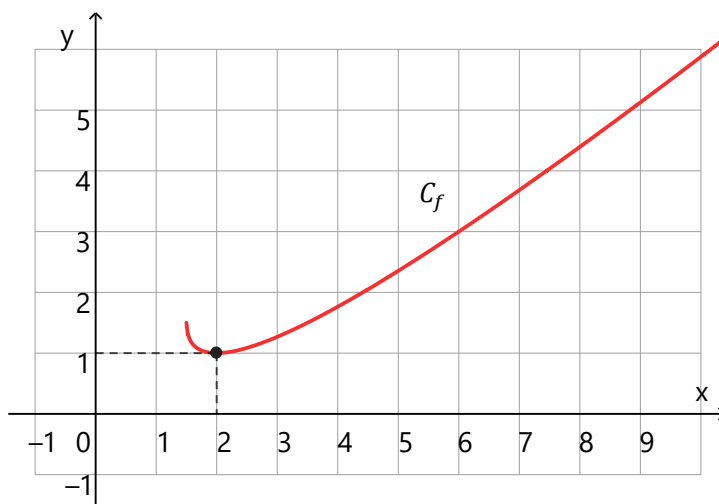
ii) Το είδος του ακροτάτου και τη θέση που το παρουσιάζει. (Μονάδες 7)

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - \sqrt{2x - 3}$, της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο

παρακάτω σχήμα:

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. (Μονάδες 7)

β) Να προσδιορίσετε το ολικό ελάχιστο της συνάρτησης, καθώς και τη θέση αυτού. (Μονάδες 8)



15437²

γ) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι

i) γνησίως φθίνουσα

(Μονάδες 5)

ii) γνησίως αύξουσα

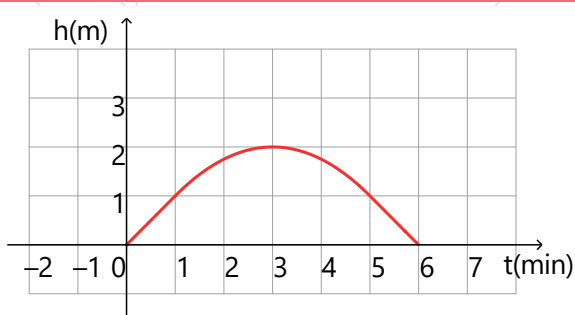
(Μονάδες 5)

13. Αντικείμενο κινείται κατακόρυφα. Το παρακάτω σχήμα αναπαριστά το ύψος h του αντικειμένου από το έδαφος για κάθε χρονική στιγμή t . Να βρείτε:

α) Ποιες χρονικές στιγμές το αντικείμενο απέχει 1m από το έδαφος. (Μονάδες 5)

β) Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του αντικειμένου από το έδαφος και ποια χρονική στιγμή την επιτυγχάνει. (Μονάδες 10)

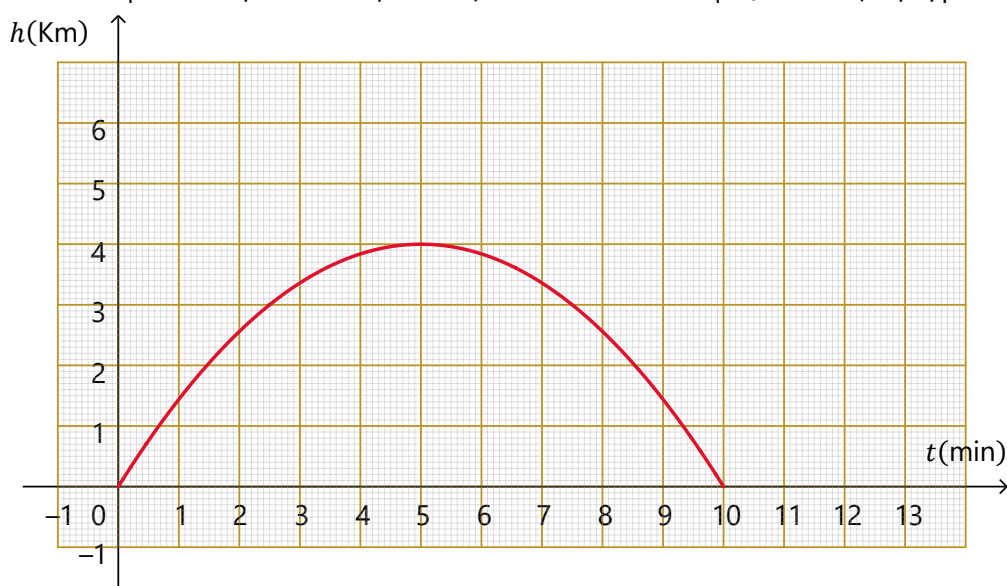
γ) Ποιο χρονικό διάστημα το αντικείμενο απομακρύνεται από το έδαφος. (Μονάδες 10)



15645²

14. Προκειμένου να ελεγχθεί μηχανισμός εκτόξευσης πυραύλων δημιουργήσαμε το παρακάτω σχήμα στο οποίο φαίνεται η απόσταση του πυραύλου από το έδαφος σε συνάρτηση με τον χρόνο.

15787²

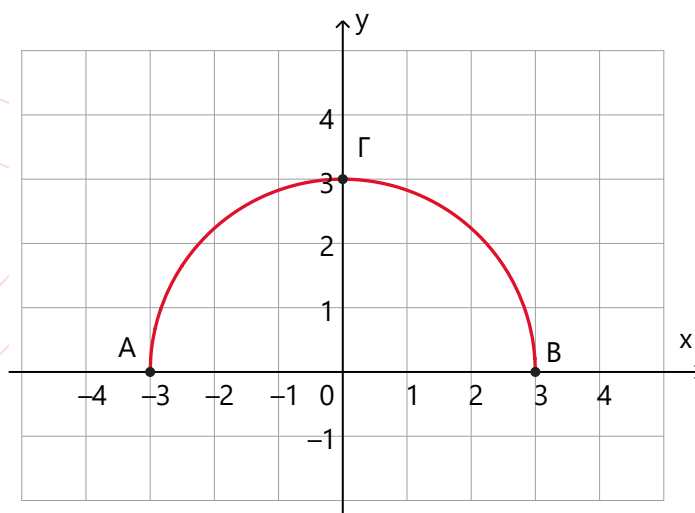


- α) Να βρείτε:
- Τον συνολικό χρόνο κίνησης του πυραύλου. (Μονάδες 5)
 - Το μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό. (Μονάδες 6)
- β) Σε επανάληψη του ελέγχου η εκτόξευση πραγματοποιείται από ύψος 1 Km.
- Να μεταφέρεται στην κόλλα σας την αποτύπωση της πρώτης εκτόξευσης και να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων την δεύτερη. (Μονάδες 7)
 - Το νέο μέγιστο ύψος που έφτασε ο πύραυλος και ποια χρονική στιγμή συνέβη αυτό. (Μονάδες 7)

15. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$.

16129²

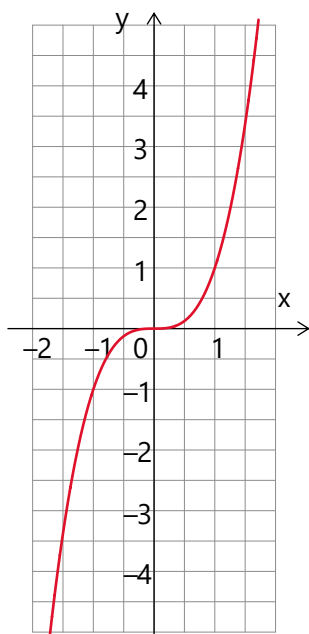
- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 6)
- β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. (Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα ακρότατα της f και τις θέσεις των ακροτάτων. (Μονάδες 10)



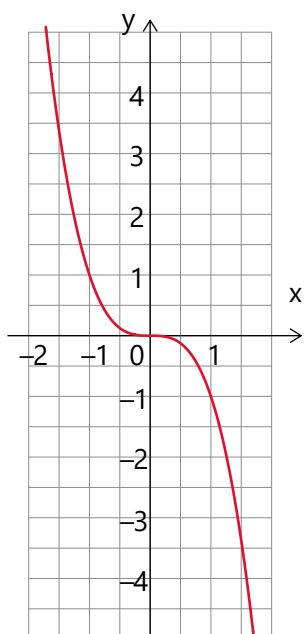
16. Δίνεται το σημείο $A(-2,8)$ το οποίο ανήκει στη γραφική παράσταση μίας περιττής και γνησίως μονότονης συνάρτησης f .

21164²

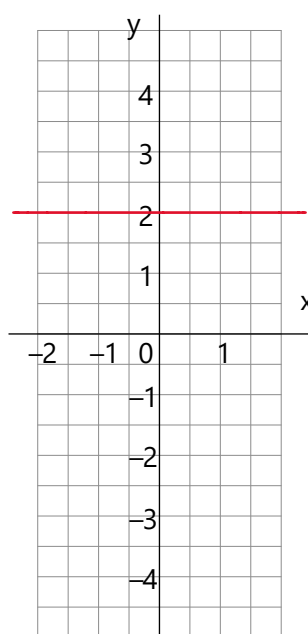
- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες ενός ακόμα σημείου, το οποίο να ανήκει στη γραφική παράσταση της f . (Μονάδες 8)
- β) Να βρείτε αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα. (Μονάδες 9)
- γ) Αν μία από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιστοιχεί στη συνάρτηση f να αιτιολογήσετε ποια μπορεί να είναι:



Γραφική
παράσταση (α)



Γραφική
παράσταση (β)



Γραφική
παράσταση (γ)



(Μονάδες 8)

17. Θεωρούμε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το διάστημα $[-3,3]$. Η συνάρτηση f είναι άρτια, γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-3,0]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0,3]$.

15022⁴

- α) Να αποδείξετε ότι $f(-1) < f(2)$. (Μονάδες 6)
- β) Να αποδείξετε ότι $f(3) \geq f(x) \geq f(0)$ για κάθε $x \in [-3,3]$. (Μονάδες 7)
- γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ελάχιστο και μέγιστο και να βρείτε τις θέσεις μεγίστου και ελαχίστου. (Μονάδες 6)
- δ) Παρακάτω δίνονται 4 τύποι, από τους οποίους ένας μόνο μπορεί να είναι ο τύπος της συνάρτησης f . Να επιλέξετε το σωστό τύπο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

i. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ii. $f(x) = -\sqrt{9 - x^2}$ iii. $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ iv. $f(x) = -\sqrt{x^2 - 9}$ (Μονάδες 6)