

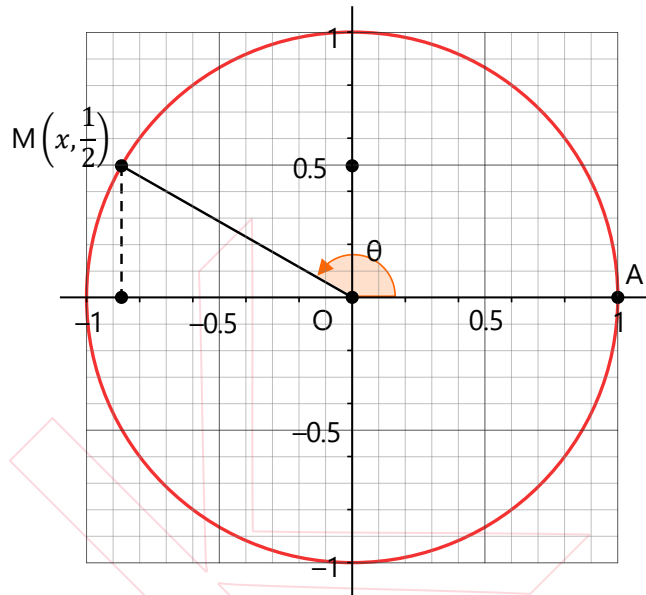
~Κ3.3 ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ

13 ΘΕΜΑΤΑ

- 1.** Στον τριγωνομετρικό κύκλο του σχήματος θεωρούμε το σημείο $M(x, \frac{1}{2})$ και τη γωνία θ με $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ η οποία έχει αρχική πλευρά την OA και τελική την OM .

15060²

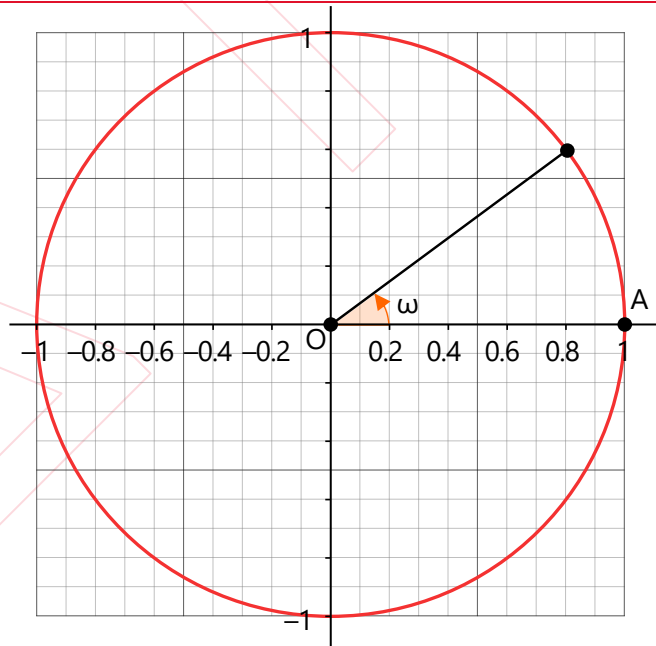
- α) Να αιτιολογήσετε γιατί ισχύει $\eta\mu \theta = \frac{1}{2}$.
(Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας θ .
(Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε τη γωνία θ . (Μονάδες 11)



- 2.** Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο σχεδιάσαμε γωνία $\hat{\omega}$, με $\sin \omega = 0,8$.

15193²

- α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να σχεδιάσετε τις γωνίες στο διάστημα $[0, 2\pi]$, των οποίων το συνημίτονο είναι $-0,8$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)
- β) Να βρείτε την σχέση των γωνιών που βρήκατε στο α) ερώτημα με την γωνία $\hat{\omega}$. (Μονάδες 13)

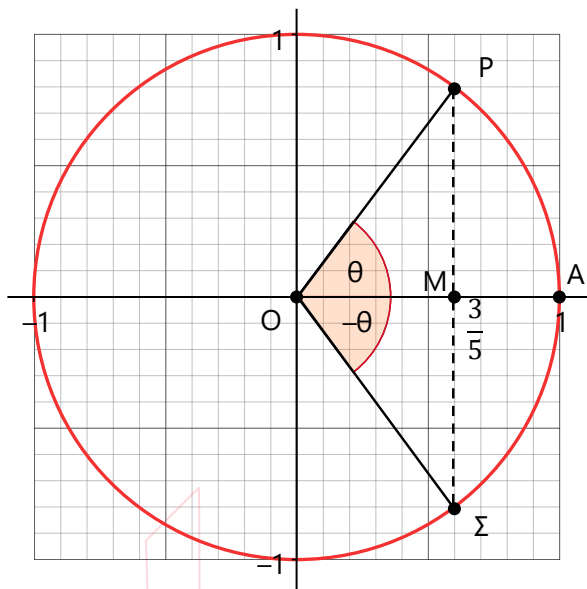


3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και οι γωνίες θ και $-\theta$.

α) Να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \theta = \frac{3}{5}$. (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε το $\eta\mu \theta$. (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $-\theta$. (Μονάδες 8)

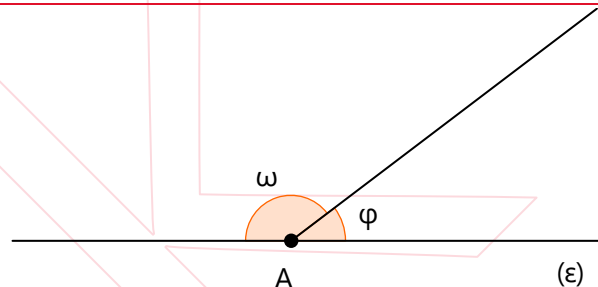


15266²

4. Δίνεται $\eta\mu \varphi = \frac{3}{5}$, όπου φ η οξεία γωνία που σχηματίζεται με κορυφή το σημείο A της ευθείας (ε) του παρακάτω σχήματος.

α) Να βρείτε το συνημίτονο της γωνίας φ . (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε το ημίτονο και το συνημίτονο της αμβλείας γωνίας ω . (Μονάδες 12)



15652²

5. Δίνεται η παράσταση $A = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \eta\mu(-\theta)$.

α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu \theta$. (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A, όταν $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ και $\sin \theta = \frac{12}{13}$. (Μονάδες 13)

15999²

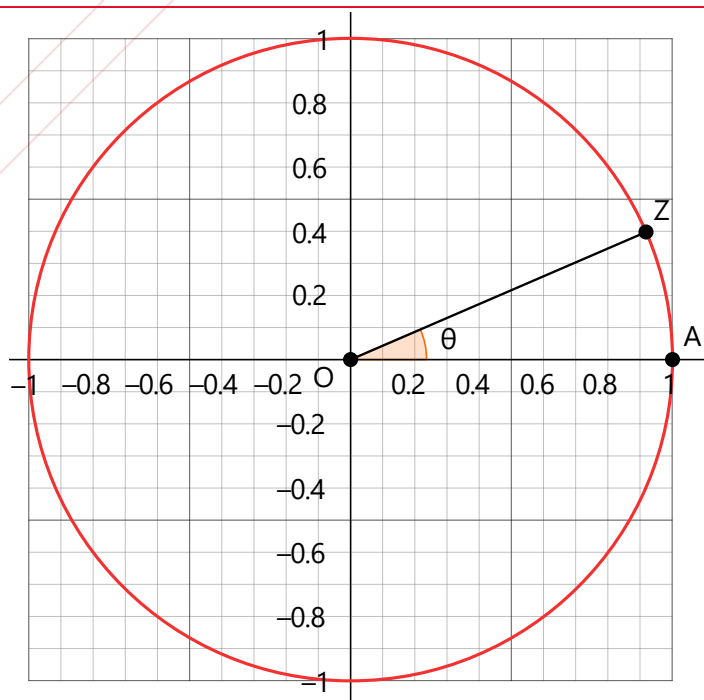
6. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\widehat{A\hat{O}Z} = \theta$.

α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $4\pi - \theta$. (Μονάδες 9)

β)

i. Να αιτιολογήσετε γιατί $\eta\mu \theta = 0,4$. (Μονάδες 7)

ii. Με χρήση του βι) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu(4\pi - \theta)$. (Μονάδες 9)



17933²

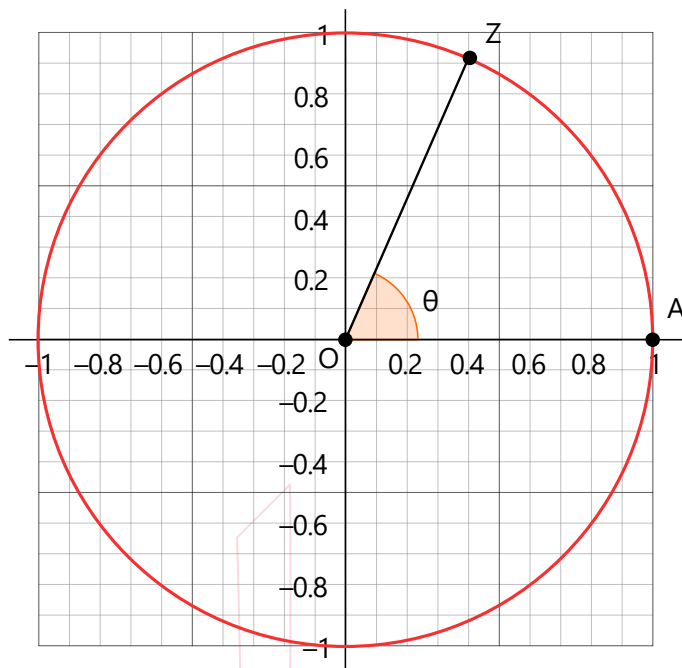
7. Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\widehat{AOZ} = \theta$.

α) Να μεταφέρετε τον κύκλο στην κόλλα σας και να φέρετε σε αυτόν τις τελικές πλευρές των γωνιών $3\pi + \theta$ και $\frac{\pi}{2} + \theta$. (Μονάδες 9)

β)

i. Να αιτιολογήσετε γιατί $\sin \theta = 0,4$. (Μονάδες 7)

ii. Με χρήση του βι) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\sin(3\pi + \theta)$ και $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)$. (Μονάδες 9)



17936²

8. Έστω θ μια γωνία για την οποία ισχύει $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

18229²

α) Να βρείτε το $\eta\mu \theta$.

(Μονάδες 13)

β) Αν $\eta\mu \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \sin(\pi - \theta) \sin(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta) \eta\mu(-\theta)$$

(Μονάδες 12)

9. Δίνεται γωνία ω η οποία είναι ίση με -1125° .

20761²

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία ω ισούται με $-\frac{25\pi}{4}$ ακτίνια (rad).

(Μονάδες 09)

β) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

(Μονάδες 16)

10. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται γωνία $\widehat{xOz} = \omega$ με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$.

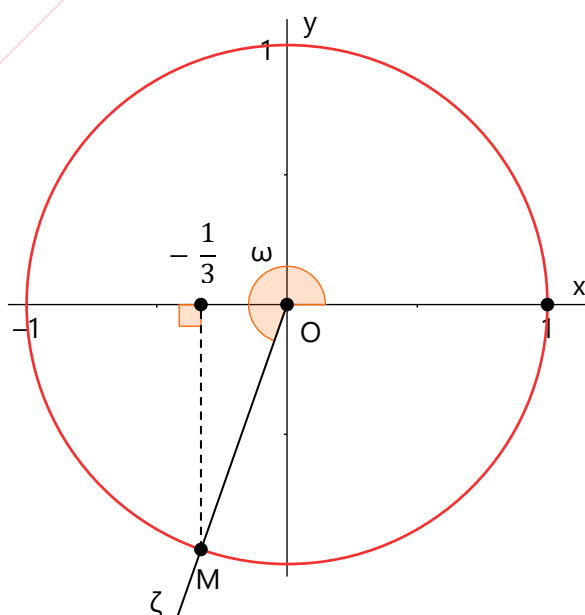
20942²

α) Να αιτιολογήσετε ότι $\sin \omega = -\frac{1}{3}$.

(Μονάδες 07)

β) Να υπολογίσετε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω . (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $\pi - \omega$. (Μονάδες 08)



11. Δίνεται ότι $\eta\mu \theta = \frac{\eta\mu \frac{2\pi}{3} - \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{3}}{\sigma\upsilon\nu^2 \frac{\pi}{4}}$ **21237**²

α) Να δείξετε ότι:

i. $\eta\mu \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (Μονάδες 5)

ii. $\eta\mu \theta = \sqrt{3} - 1$ (Μονάδες 7)

β) Αν για την γωνία θ έχουμε $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu \theta$. (Μονάδες 13)

12. Δίνεται ότι $\eta\mu 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$. Να βρείτε τους ακόλουθους τριγωνομετρικούς αριθμούς, αιτιολογώντας **22002**²
την απάντησή σας.

α) $\sigma\upsilon\nu 72^\circ$ (Μονάδες 8)

β) $\sigma\upsilon\nu 108^\circ$ (Μονάδες 9)

γ) $\eta\mu 162^\circ$ (Μονάδες 8)

13. Έστω $f: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ μια συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση C_f φαίνεται στο **18231**⁴
διπλανό σχήμα.

α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της. (Μονάδες 5)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς

$$f\left(-\frac{3}{5}\right), f\left(-\frac{5}{9}\right)$$

(Μονάδες 7)

γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$$

να βρείτε τους αριθμούς $f(\sigma\upsilon\nu 120^\circ), f(\eta\mu 120^\circ)$ (Μονάδες 8)

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = f(x-2), x \geq 1$. (Μονάδες 5)

