

ΛΥΣΗ

α) Είναι $P(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 - 2 = 0$, άρα το 1 είναι μία ρίζα του πολυωνύμου.

Επιπλέον ισχύει ότι

$$1 \text{ ρίζα του } P(x) \Leftrightarrow x - 1 \text{ παράγοντας του } P(x)$$

β) Είναι: $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 - x + 2)$.

Το τριώνυμο $x^2 - x + 2 \neq 0$ διότι έχει διακρίνουσα αρνητική και επιπρόσθετα ισχύει ότι $x^2 - x + 2 > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Άρα } P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 1) \cdot (x^2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Το πρόσημο των τιμών του $P(x)$ φαίνεται στον παρακάτω πίνακα προσήμων:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x - 1$	-	0	+
$x^2 - x + 2$	+		+
$P(x)$	-	0	+

Ως εκ τούτου, είναι: $P(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$.